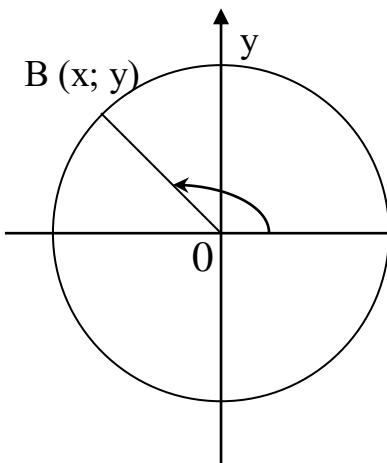


Тема: «ОСНОВНОЕ ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКОЕ ТОЖДЕСТВО.

1. Вывод формулы основного тригонометрического тождества.

Рассмотрим окружность радиуса R в прямоугольной системе координат, центр совпадает с началом координат, из центра проведен луч OB , точка B имеет координаты $(x; y)$. Тогда:



$$\sin \alpha = \frac{y}{R} \Rightarrow y = R \sin \alpha$$

$$\cos \alpha = \frac{x}{R} \Rightarrow x = R \cos \alpha$$

$$x^2 + y^2 = R^2 \text{ - уравнение данной окружности}$$

Так как точка B принадлежит данной окружности, то её координаты удовлетворяют уравнению окружности:

Вывод формулы, заполните пробелы и найдите ошибки:

$$\begin{array}{l|l} (R \cos \alpha)^2 + \dots = R^2 & (R \cos \alpha)^2 + (R \sin \alpha)^2 = R^2 \\ R^2 \dots + \dots \sin \alpha^2 = R^2 & R^2 \cos^2 \alpha + R^2 \sin^2 \alpha = R^2 \\ \dots (\sin^2 + \cos^2) = R^2 & R^2 (\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha) = R^2 \end{array}$$

Выход: $\boxed{\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1}$ - основное тригонометрическое тождество- выучить наизусть

Следовательно, зная, значение любой функции синуса или косинуса можно всегда найти значение другого.

Выразим синус и косинус из основного тригонометрического тождества:

$$\begin{aligned} \sin^2 \alpha &= 1 - \cos^2 \alpha \\ \sin \alpha &= \pm \sqrt{1 - \cos^2 \alpha} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \cos^2 \alpha &= 1 - \sin^2 \alpha \\ \cos \alpha &= \pm \sqrt{1 - \sin^2 \alpha} \end{aligned}$$

выучить наизусть

2. Нахождение значений тригонометрических функций по известному значению одной из них:

формула тангенса:

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{y}{x} = \frac{R \sin \alpha}{R \cos \alpha} = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} \quad \boxed{\operatorname{tg} \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}, \cos \alpha \neq 0}$$

формула котангенса:

$$\operatorname{ctg} \alpha = \frac{x}{y} = \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha}$$

$$\boxed{\operatorname{ctg} \alpha = \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha}, \sin \alpha \neq 0}$$

формула, связывающая тангенс и котангенс:

$$\begin{aligned} \operatorname{tg}\alpha \cdot \operatorname{ctg}\alpha &= \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} \cdot \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha} = 1 \\ \sin \alpha + \sin \alpha &= 2 \sin \alpha \\ \sin \alpha \cdot \sin \alpha &= \sin^2 \alpha \\ \frac{\sin^2 \alpha}{\cos^2 \alpha} &= \operatorname{tg}^2 \alpha \end{aligned}$$

$$\boxed{\operatorname{tg}\alpha \cdot \operatorname{ctg}\alpha = 1}$$

Закрепление:

Разобрать задания:

1. Доказать, что преобразование левой части равнялось правой:

$$\begin{aligned} \frac{1 + \operatorname{tg}\alpha}{1 + \operatorname{ctg}\alpha} &= \operatorname{tg}\alpha \\ \frac{1 + \operatorname{tg}\alpha}{1 + \operatorname{ctg}\alpha} &= \left(1 + \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}\right) : \left(1 + \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha}\right) = \frac{\cos \alpha + \sin \alpha}{\cos \alpha} : \frac{\sin \alpha + \cos \alpha}{\sin \alpha} = \frac{(\cos \alpha + \sin \alpha) \cdot \sin \alpha}{\cos \alpha \cdot (\sin \alpha + \cos \alpha)} = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = \operatorname{tg}\alpha \end{aligned}$$

Л.ч. = П.ч.

2. Доказать, что преобразование правой части равнялось левой.

$$\begin{aligned} \cos \alpha &= \sin \alpha \cdot \operatorname{ctg}\alpha \\ \sin \alpha \cdot \operatorname{ctg}\alpha &= \frac{\sin \alpha}{1} \cdot \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha} = \cos \alpha \quad \text{Л.ч. = П.ч.} \end{aligned}$$

3. Левую и правую часть преобразовать к одному выражению.

$$\operatorname{ctg}^2 \alpha - \cos^2 \alpha = \operatorname{ctg}^2 \alpha \cdot \cos^2 \alpha$$

Левая часть:

$$\frac{\cos^2 \alpha}{\sin^2 \alpha} - \frac{\cos^2 \alpha}{1} = \frac{\cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha \cdot \cos^2 \alpha}{\sin^2 \alpha} = \frac{\cos^2 \alpha \cdot (1 - \sin^2 \alpha) \sin^2 \alpha}{\sin^2 \alpha} = \frac{\cos^2 \alpha \cdot \cos^2 \alpha}{\sin^2 \alpha} = \frac{\cos^4 \alpha}{\sin^2 \alpha}$$

Правая часть:

$$\operatorname{ctg}^2 \alpha \cdot \cos^2 \alpha = \frac{\cos^2 \alpha}{\sin^2 \alpha} \cdot \frac{\cos^2 \alpha}{1} = \frac{\cos^4 \alpha}{\sin^2 \alpha}$$