

## Тема: Знаки тригонометрических функций.

А сейчас давайте разберемся, как нам определять знаки тригонометрических функций. Это не сложно.

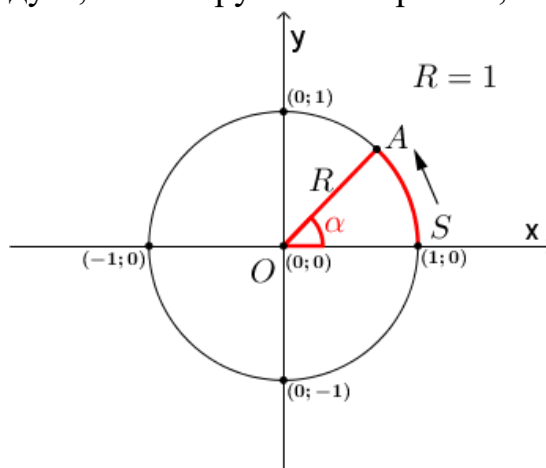
**Тригонометрический круг** – это окружность единичного радиуса с центром в начале координат.

Такая окружность пересекает ось  $x$  в точках  $(-1;0)$  и  $(1;0)$ , ось  $y$  в точках  $(0;-1)$  и  $(0;1)$

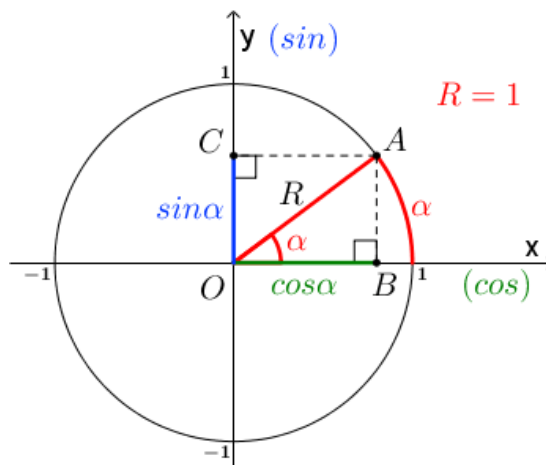
На данной окружности будет три шкалы отсчета – ось  $x$ , ось  $y$  и сама окружность, на которой мы будем откладывать углы.

Углы на тригонометрической окружности откладываются от точки с координатами  $(1;0)$ , – то есть от положительного направления оси  $x$ , против часовой стрелки.

Пусть эта точка будет называться  $S$  (от слова start). Отметим на окружности точку  $A$ . Рассмотрим  $\angle SOA$ , обозначим его за  $\alpha$ . Это центральный угол, его градусная мера равна дуге, на которую он опирается, то есть  $\angle SOA = \alpha = \overset{\frown}{SA}$ .



Давайте найдем синус и косинус этого угла. До этого синус и косинус мы искали в прямоугольном треугольнике, сейчас будем делать то же самое. Для этого опустим перпендикуляры из точки  $A$  на ось  $x$  (точка  $B$ ) и на ось  $y$  (точка  $C$ ).



Отрезок  $OB$  является проекцией отрезка  $OA$  на ось  $x$ , отрезок  $OC$  является проекцией отрезка  $OA$  на ось  $y$ .

Рассмотрим прямоугольный треугольник  $AOB$ :

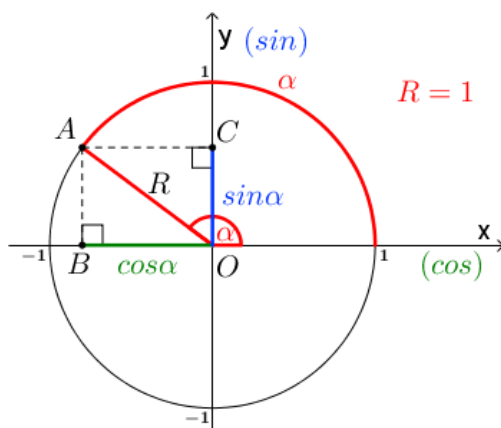
$$\cos\alpha = OB/OA = OB/1 = OB$$

$$\sin\alpha = AB/OA = AB/1 = AB$$

Поскольку  $OCAB$  – прямоугольник,  $AB = CO$ .

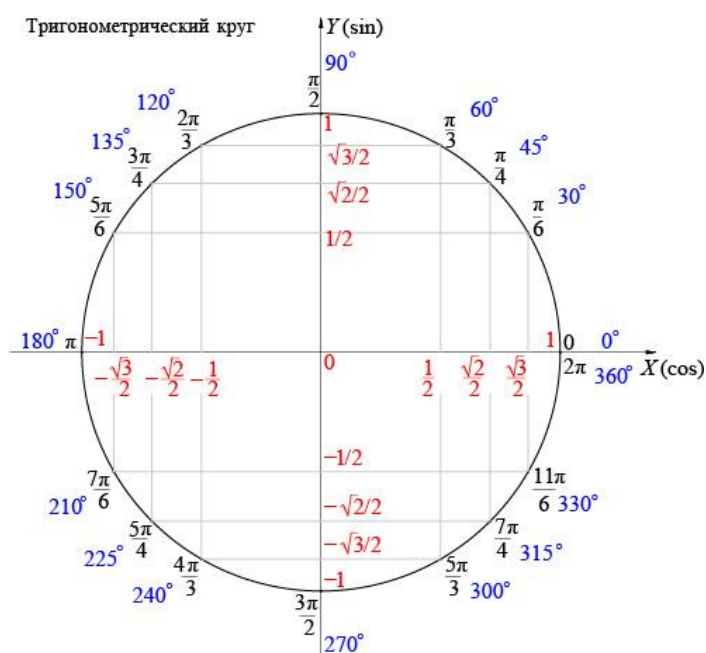
Итак, косинус угла – координата точки  $A$  по оси  $x$  (ось абсцисс), синус угла – координата точки  $A$  по оси  $y$  (ось ординат).

Давайте рассмотрим еще один случай, когда угол  $\alpha$  – тупой, то есть больше  $90^\circ$ :



Опускаем из точки  $A$  перпендикуляры к осям  $x$  и  $y$ . Точка  $B$  в этом случае будет иметь отрицательную координату по оси  $x$ . **Косинус тупого угла отрицательный.**

Отметим на этой окружности углы  $0^\circ, 30^\circ, 45^\circ, 60^\circ, 90^\circ, 120^\circ, 135^\circ, 150^\circ, 180^\circ, 210^\circ, 225^\circ, 240^\circ, 270^\circ, 300^\circ, 315^\circ, 330^\circ, 360^\circ$ . Из каждой точки на окружности, соответствующей углу, опустим перпендикуляры на ось  $x$  и на ось  $y$ .



**Координата по оси x – косинус угла, координата по оси y – синус угла.**

Пример:

$$\cos 150^\circ = -\sqrt{3}/2; \cos 135^\circ = -\sqrt{2}/2; \cos 225^\circ = -\sqrt{2}/2; \cos 330^\circ = \sqrt{3}/2$$

$$\sin 150^\circ = 1/2; \sin 135^\circ = \sqrt{2}/2; \sin 240^\circ = -\sqrt{3}/2; \sin 330^\circ = -1/2;$$

Синус тупого угла – положительная величина, а косинус – отрицательная.

Тангенс – это отношение синуса к косинусу. При делении положительной величины на отрицательную результат отрицательный. **Тангенс тупого угла отрицательный.**


Котангенс – отношение косинуса к синусу. При делении отрицательной величины на положительную результат отрицательный. **Котангенс тупого угла отрицательный.**

Знаки тригонометрических функций соответствуют знакам координат точки единичной окружности. Координатные оси разбивают всю координатную плоскость и окружность на четыре координатные четверти. Нумерация четвертей совпадает с началом движения точки S по окружности в положительном направлении, то есть против часовой стрелки. (далее указываем по рисунку номера четвертей). Границы наших четвертей: от точки S – это  $0^\circ$  до  $90^\circ$  - I четверть, от  $90^\circ$  до  $180^\circ$  - II четверть, от  $180^\circ$  до  $270^\circ$  - III четверть, от  $270^\circ$  до  $360^\circ$  - IV четверть.

Определим знаки тригонометрических функций в каждой четверти, для этого заполним таблицу:

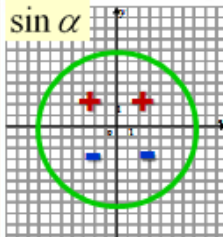
	I	II	III	IV
$\sin \alpha$	+	+	-	-
$\cos \alpha$	+	-	-	+
$\operatorname{tg} \alpha$	+	-	+	-
$\operatorname{ctg} \alpha$	+	-	+	-

**-Знаки тригонометрических функций:**

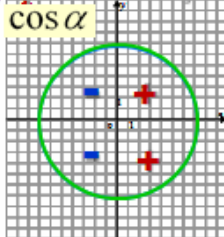


**Знаки синуса, косинуса, тангенса, котангенса  
в координатных четвертях**

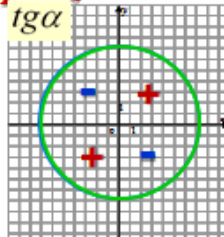
**$\sin \alpha$**



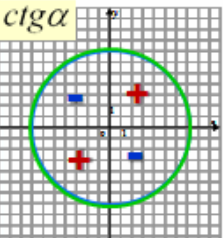
**$\cos \alpha$**



**$\operatorname{tg} \alpha$**



**$\operatorname{ctg} \alpha$**



$\sin 68^\circ > 0$

$\sin 153^\circ > 0$

$\sin 249^\circ < 0$

$\sin 315^\circ < 0$

$\cos 76^\circ > 0$

$\cos 236^\circ < 0$

$\operatorname{tg} 127^\circ < 0$

$\operatorname{ctg} 195^\circ > 0$

1.  $\sin \alpha > 0$ , если угол  $\alpha$  лежит в *I* или *II* координатной четверти. Это происходит из-за того, что по определению синус — это ордината (координата  $y$ ). А координата  $y$  будет положительной именно в *I* и *II* координатных четвертях;
2.  $\cos \alpha > 0$ , если угол  $\alpha$  лежит в *I* или *IV* координатной четверти. Потому что только там координата  $x$  (она же — абсцисса) будет больше нуля;
3.  $\operatorname{tg} \alpha > 0$ , если угол  $\alpha$  лежит в *I* или *III* координатной четверти. Это следует из определения: ведь  $\operatorname{tg} \alpha = y : x$ , поэтому он положителен лишь там, где знаки  $x$  и  $y$  совпадают. Это происходит в *I* координатной четверти (здесь  $x > 0, y > 0$ ) и *III* координатной четверти ( $x < 0, y < 0$ ).

**Задание. Выучить наизусть таблицу знаков тригонометрических функций в каждой четверти!!!  
Помним, что значение косинуса угла мы находим на оси  $X$ , а значение синуса — на оси  $Y$ .**

Проверьте себя

Укажите знаки тригонометрических функций данных углов

I вариант

$\alpha$	$140^\circ$	$320^\circ$	$430^\circ$	$260^\circ$	$-21^\circ$	$-135^\circ$	$115^\circ$
$\sin \alpha$							
$\cos \alpha$							
$\operatorname{tg} \alpha$							
$\operatorname{ctg} \alpha$							
четверть							

*Ответы:*

$\alpha$	$140^\circ$	$320^\circ$	$430^\circ$	$260^\circ$	$-21^\circ$	$-135^\circ$	$115^\circ$
$\sin \alpha$	+	–	+	–	–	–	+
$\cos \alpha$	–	+	+	–	+	–	–
$\operatorname{tg} \alpha$	–	–	+	+	–	+	–
$\operatorname{ctg} \alpha$	–	–	+	+	–	+	–
четверть	II	IV	I	III	IV	III	II

Закрепление: Выполнить в тетради и выслать на проверку на электронную почту: [matsalnat@yandex.ru](mailto:matsalnat@yandex.ru)

1. Задача. Определите знаки тригонометрических функций и выражений (значения самих функций считать не надо):

1.  $\sin (3\pi/4)$ ;
2.  $\cos (7\pi/6)$ ;
3.  $\operatorname{tg} (5\pi/3)$ ;

Например:  $\sin 140^\circ \cdot \cos 35^\circ \cdot \operatorname{tg} 150^\circ = + \cdot + \cdot - = < 0$

$$\sin (5\pi/6) \cdot \cos (7\pi/4) = + \cdot + = > 0$$

найдите знак произведения

4.  $\sin (3\pi/4) \cdot \cos (5\pi/6)$ ;
5.  $\cos (2\pi/3) \cdot \operatorname{tg} (\pi/4)$ ;
6.  $\operatorname{tg} (3\pi/4) \cdot \cos (5\pi/3)$ ;
7.  $\operatorname{ctg} (4\pi/3) \cdot \operatorname{tg} (\pi/6)$ .

План действий такой: сначала переводим все углы из радианной меры в градусную ( $\pi \rightarrow 180^\circ$ ), а затем смотрим в какой координатной четверти лежит полученное число. Зная четверти, мы легко найдем знаки — по только что описанным правилам.

2. Найдите при помощи круга значение синуса, косинуса, тангенса, если

величина угла равна:  $\frac{\sqrt{3}}{2}$ ,  $-\frac{\sqrt{2}}{2}$ ,  $\frac{1}{2}$ .