

Тема: Знаки тригонометрических функций.

А сейчас давайте разберемся, как нам определять знаки тригонометрических функций. Это не сложно.

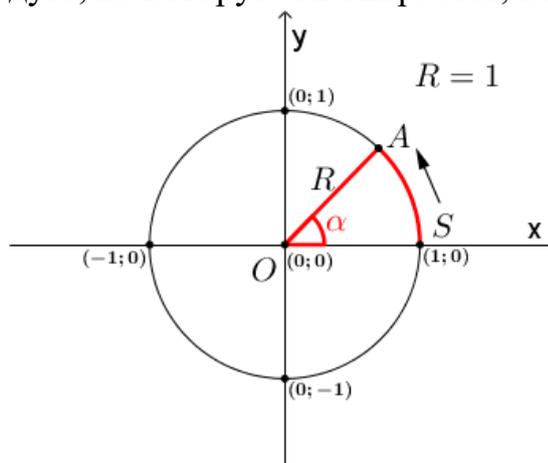
Тригонометрический круг – это окружность единичного радиуса с центром в начале координат.

Такая окружность пересекает ось x в точках $(-1;0)$ и $(1;0)$, ось y в точках $(0;-1)$ и $(0;1)$

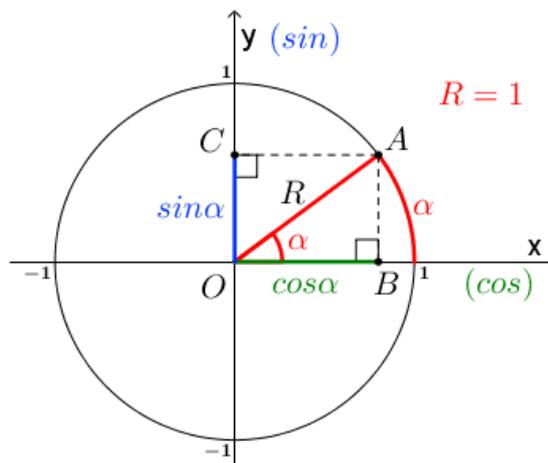
На данной окружности будет три шкалы отсчета – ось x , ось y и сама окружность, на которой мы будем откладывать углы.

Углы на тригонометрической окружности откладываются от точки с координатами $(1;0)$, – то есть от положительного направления оси x , против часовой стрелки.

Пусть эта точка будет называться S (от слова start). Отметим на окружности точку A . Рассмотрим $\angle SOA$, обозначим его за α . Это центральный угол, его градусная мера равна дуге, на которую он опирается, то есть $\angle SOA = \alpha = \overset{\frown}{SA}$.



Давайте найдем синус и косинус этого угла. До этого синус и косинус мы искали в прямоугольном треугольнике, сейчас будем делать то же самое. Для этого опустим перпендикуляры из точки A на ось x (точка B) и на ось y (точка C).



Отрезок OB является проекцией отрезка OA на ось x , отрезок OC является проекцией отрезка OA на ось y .

Рассмотрим прямоугольный треугольник AOB :

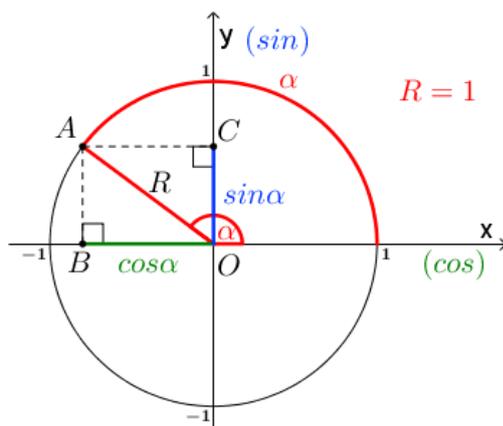
$$\cos\alpha = OB/OA = OB/1 = OB$$

$$\sin\alpha = AB/OA = AB/1 = AB$$

Поскольку $OCAB$ – прямоугольник, $AB = CO$.

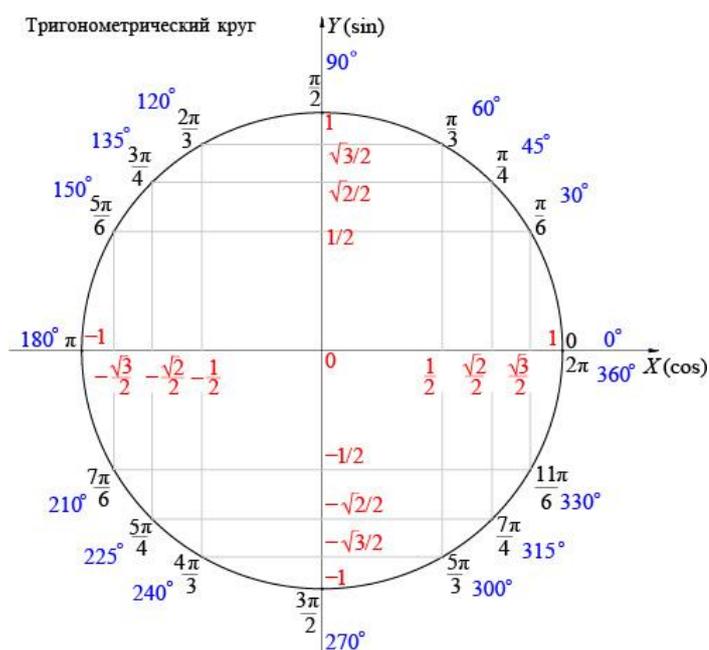
Итак, косинус угла – координата точки A по оси x (ось абсцисс), синус угла – координата точки A по оси y (ось ординат).

Давайте рассмотрим еще один случай, когда угол α – тупой, то есть больше 90° :



Опускаем из точки A перпендикуляры к осям x и y . Точка B в этом случае будет иметь отрицательную координату по оси x . **Косинус тупого угла отрицательный.**

Отметим на этой окружности углы $0^\circ, 30^\circ, 45^\circ, 60^\circ, 90^\circ, 120^\circ, 135^\circ, 150^\circ, 180^\circ, 210^\circ, 225^\circ, 240^\circ, 270^\circ, 300^\circ, 315^\circ, 330^\circ, 360^\circ$. Из каждой точки на окружности, соответствующей углу, опустим перпендикуляры на ось x и на ось y .



Координата по оси x – косинус угла, координата по оси y – синус угла.

Пример:

$$\cos 150^\circ = -\sqrt{3}/2; \cos 135^\circ = -\sqrt{2}/2; \cos 225^\circ = -\sqrt{2}/2; \cos 330^\circ = \sqrt{3}/2$$

$$\sin 150^\circ = 1/2; \sin 135^\circ = \sqrt{2}/2; \sin 240^\circ = -\sqrt{3}/2; \sin 330^\circ = -1/2;$$

Синус тупого угла – положительная величина, а косинус – отрицательная.

Тангенс – это отношение синуса к косинусу. При делении положительной величины на отрицательную результат отрицательный. **Тангенс тупого угла отрицательный.**

Котангенс – отношение косинуса к синусу. При делении отрицательной величины на положительную результат отрицательный. **Котангенс тупого угла отрицательный.**

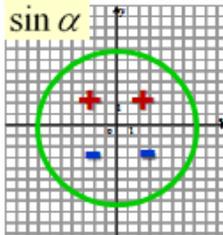
Знаки тригонометрических функций соответствуют знакам координат точки единичной окружности. Координатные оси разбивают всю координатную плоскость и окружность на четыре координатные четверти. Нумерация четвертей совпадает с началом движения точки S по окружности в положительном направлении, то есть против часовой стрелки. (далее указываем по рисунку номера четвертей). Границы наших четвертей: от точки S – это 0° до 90° - I четверть, от 90° до 180° - II четверть, от 180° до 270° - III четверть, от 270° до 360° - IV четверть.

Определим знаки тригонометрических функций в каждой четверти, для этого заполним таблицу:

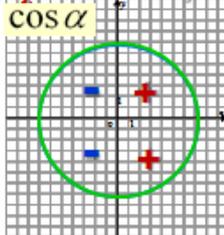
	I	II	III	IV
$\sin \alpha$	+	+	-	-
$\cos \alpha$	+	-	-	+
$\operatorname{tg} \alpha$	+	-	+	-
$\operatorname{ctg} \alpha$	+	-	+	-

-Знаки тригонометрических функций:

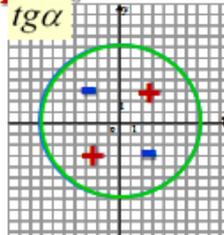
Знаки синуса, косинуса, тангенса, котангенса
в координатных четвертях



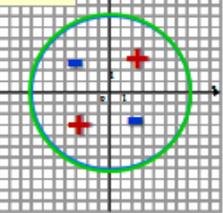
$\sin \alpha$



$\cos \alpha$



$\operatorname{tg} \alpha$



$\operatorname{ctg} \alpha$

$\sin 68^\circ > 0$

$\sin 153^\circ > 0$

$\sin 249^\circ < 0$

$\sin 315^\circ < 0$

$\cos 76^\circ > 0$

$\cos 236^\circ < 0$

$\operatorname{tg} 127^\circ < 0$

$\operatorname{ctg} 195^\circ > 0$

1. $\sin \alpha > 0$, если угол α лежит в *I* или *II* координатной четверти. Это происходит из-за того, что по определению синус — это ордината (координата y). А координата y будет положительной именно в *I* и *II* координатных четвертях;
2. $\cos \alpha > 0$, если угол α лежит в *I* или *IV* координатной четверти. Потому что только там координата x (она же — абсцисса) будет больше нуля;
3. $\operatorname{tg} \alpha > 0$, если угол α лежит в *I* или *III* координатной четверти. Это следует из определения: ведь $\operatorname{tg} \alpha = y : x$, поэтому он положителен лишь там, где знаки x и y совпадают. Это происходит в *I* координатной четверти (здесь $x > 0, y > 0$) и *III* координатной четверти ($x < 0, y < 0$).

Задание. Выучить наизусть таблицу знаков тригонометрических функций в каждой четверти!!!
Помним, что значение косинуса угла мы находим на оси X , а значение синуса — на оси Y .

Проверьте себя

Укажите знаки тригонометрических функций данных углов

I вариант

α	140°	320°	430°	260°	-21°	-135°	115°
$\sin \alpha$							
$\cos \alpha$							
$\operatorname{tg} \alpha$							
$\operatorname{ctg} \alpha$							
четверть							

Ответы:

α	140°	320°	430°	260°	-21°	-135°	115°
$\sin \alpha$	+	–	+	–	–	–	+
$\cos \alpha$	–	+	+	–	+	–	–
$\operatorname{tg} \alpha$	–	–	+	+	–	+	–
$\operatorname{ctg} \alpha$	–	–	+	+	–	+	–
четверть	II	IV	I	III	IV	III	II

Закрепление: Выполнить в тетради и выслать на проверку на электронную почту: matsalnat@yandex.ru

1. Задача. Определите знаки тригонометрических функций и выражений (значения самих функций считать не надо):

1. $\sin(3\pi/4)$;
2. $\cos(7\pi/6)$;
3. $\operatorname{tg}(5\pi/3)$;

Например: $\sin 140^\circ \cdot \cos 35^\circ \cdot \operatorname{tg} 150^\circ = + \cdot + \cdot - = < 0$

$$\sin(5\pi/6) \cdot \cos(7\pi/4) = + \cdot + = > 0$$

найдите знак произведения

4. $\sin(3\pi/4) \cdot \cos(5\pi/6)$;
5. $\cos(2\pi/3) \cdot \operatorname{tg}(\pi/4)$;
6. $\operatorname{tg}(3\pi/4) \cdot \cos(5\pi/3)$;
7. $\operatorname{ctg}(4\pi/3) \cdot \operatorname{tg}(\pi/6)$.

План действий такой: сначала переводим все углы из радианной меры в градусную ($\pi \rightarrow 180^\circ$), а затем смотрим в какой координатной четверти лежит полученное число. Зная четверти, мы легко найдем знаки — по только что описанным правилам.

2. Найдите при помощи круга значение синуса, косинуса, тангенса, если

величина угла равна: $\frac{\sqrt{3}}{2}$, $-\frac{\sqrt{2}}{2}$, $\frac{1}{2}$.