06.04.2020г

Тема: **Использование координат и векторов при решении математических и прикладных задач. Подготовка к контрольной работе.**

I. Построить рисунки по координатам

1) (-7;0), (-5;2), (0;2), (5;6), (7;6), (4;2), (7;2), (9;5), (10;5), (10;1), (9;0), (10;-1), (10;-5),

(9;-5), (7;-2),(4;-2),(7;-6),(5;-6),(0;-2),(-5;-2),(-7;0)

2) (-4;2), (-3;4), (2;4), (3;3), (5;2), (7;0), (5;-2), (3;-2), (2;-4), (0;-4), (-1;-2), (-5;0), (-7;-2), (-8;-1), (-7;1), (-8;3), (-7;4), (-5;2), (-2;2), (0;3), (3;3) и глаз (5;0).

3) (-3;-13),(-6;-13), (-3;-5), (-3;6), (0;10), (3;6), (3;-5), (6;-13), (3;-13), (3;-8), (1;-8), (2;-13),(-2;-13), (-1;-8) (-3;-8), (-3;-13).

Построенные рисунки делать в рабочих тетрадях в клетку, отсканировать и прислать на проверку.

II. Изучить и повторить теоретический материал, составить конспект (переписать в тетрадь) .

1) Алгоритм. Для того, чтобы найти **координаты вектора по заданным координатам точек** необходимо:

a) Определить какая точка является началом вектора, а какая концом.

b) Из координат конца вектора вычесть соответствующие координаты начала вектора, воспользовавшись формулой:

Чтобы найти координаты вектора АВ, если точка А $(x_1;y_1;z_1)$, а В $(x_2;y_2;z_2)$, нужно АВ$\{\ x_2 - x_1; y_2 - y_1; z_2 - z_1\ \}$

Например: Даны точки $A(4;\,3;\,2)$и $B(-3;\,2;\,-1)$. Найти координаты вектора $\overline{AB}$.

Решение. Подставляя заданные координаты, получим:

$$\overline{AB} = (-3-4; 2-3; -1-2) = (-7; -1; -3)$$

2) Алгоритм. Для того, чтобы найти **длину вектора по заданным координатам точек** необходимо:

a) Определить какая точка является началом вектора, а какая концом.

b) Найти координаты вектора $\overrightarrow{AB}$, **по заданным координатам точек**

А $(x_A;y_A;z_A)$; В $(x_B;y_B;z_B)$, воспользовавшись формулой:

$$\overline{AB} = (x_B - x_A; y_B - y_A; z_B - z_A)$$

c) Найти длину вектора $\overrightarrow{AB}$ подставив координаты полученного вектора в формулу:

$$|\overline{AB}| = \sqrt{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2}$$

Длина вектора АВ {x;y;z}, $|\overline{AB}| = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$

Например 1: Найти длину вектора АВ{2;-2;1}

Решение: $|\overline{AB}| = \sqrt{2^2 + (-2)^2 + 1^2} = \sqrt{9} = 3$

Ответ: $|\overline{AB}|$ =3

Например 2: В пространстве заданы точки $A(3;-2;-1)$ и $B(1;2;-5)$. Найти длину вектора $|\overline{AB}|$

Решение. Найдем сначала координаты вектора $\overline{AB}$. Для этого из координат конца вычислим соответствующие координаты начала, получим:

$$\overline{AB}=(1-3;2-(-2);-5-(-1))=(-2;4;-4)$$

Подставляя в формулу координаты вектора, получим

$$|\overline{AB}|=\sqrt{(-2)^2+4^2+(-4)^2}=\sqrt{4+16+16}=\sqrt{36}=6$$

Ответ. $|\overline{AB}|=6$

3) Алгоритм. Для того, чтобы найти **координаты точки С - середины отрезка АВ по заданным координатам точек** необходимо:

a) Определить какая точка является началом вектора, а какая концом.

b) **Координаты точки С - середины отрезка АВ по заданным координатам точек** А (x_1;y_1;z_1), а В (x_2;y_2;z_2), находятся, как полусумма координат концов отрезка АВ - точек А и В, воспользовавшись формулой: С ($\frac{x_1+x_2}{2}$; $\frac{y_1+y_2}{2}$; $\frac{z_1+z_2}{2}$)

Например: Дано: А (1;-1;2), В (3;1;-2). Найдите координаты точки С -середины отрезка АВ.

Решение: Пусть С – середина отрезка АВ, тогда С ($\frac{1+3}{2}$; $\frac{-1+1}{2}$; $\frac{2-2}{2}$), С (2;0;0)

Ответ. С (2;0;0)

4) Скалярное произведение двух векторов $\bar{a}\{x_1;y_1;z_1\}$ и $\bar{b}\{x_2;y_2;z_2\}$,

$$a\cdot b=x_1\cdot x_2+y_1\cdot y_2+z_1\cdot z_2$$

Скалярное произведение двух векторов равно сумме произведений соответствующих координат этих векторов.

Например: Найти скалярное произведение двух векторов $\bar{a}$(1;2;5) и $\bar{b}$(0;4;7).

Решение: $\bar{a}$*$\bar{b}$=(1*0+2*4+5*7)=(0+8+35)=43

Ответ. $\bar{a}$*$\bar{b}$=43

5) Косинус угла между двумя векторами,

$$\cos\varphi=\frac{\vec{a}\cdot\vec{b}}{|\vec{a}|\cdot|\vec{b}|}=\frac{x_1\cdot x_2+y_1\cdot y_2+z_1\cdot z_2}{\sqrt{x_1^2+y_1^2+z_1^2}\cdot\sqrt{x_2^2+y_2^2+z_2^2}}$$

Алгоритм. Для нахождения угла между векторами $\bar{a}(a_1;a_2;a_3)$ и $\bar{b}(b_1;b_2;b_3)$ необходимо:

a) Находим скалярное произведение векторов по формуле $\vec{a}\cdot\vec{b}=a_1b_1+a_2b_2+a_3b_3$ подставив соответствующие координаты векторов $\bar{a}$ и $\bar{b}$.

b) Находим длину вектора $\bar{a}$ подставив соответствующие координаты в

$$|\bar{b}|=\sqrt{a_1{}^2+a_2{}^2+a_3^2}$$

формулу: .

c) Аналогично находим длину вектора $\bar{b}$ подставляя в соответствующие координаты вектора $\bar{b}$.

$$|\vec{b}|=\sqrt{b_1{}^2+b_2{}^2+b_3^2}$$

d) Подставляем полученные данные в формулу нахождения косинуса угла между заданными векторами.

$$\cos\phi = \frac{\vec{a}\cdot\vec{b}}{|\vec{a}|\cdot|\vec{b}|}$$

Например: Найти косинус угла между векторами $\bar{a}=(3;-4;0)$ и $\bar{b}=(4;-4;-2)$, заданных в пространстве.

Решение.

$$\cos\phi = \frac{(\bar{a},\bar{b})}{|\bar{a}|\cdot|\bar{b}|} = \frac{a_x\cdot b_x + a_y\cdot b_y + a_z\cdot b_z}{\sqrt{a_x^2+a_y^2+a_z^2}\cdot\sqrt{b_x^2+b_y^2+b_z^2}}$$

Подставляя координаты векторов $\bar{a}$ и $\bar{b}$, получим

$$\cos\phi = \frac{(\bar{a},\bar{b})}{|\bar{a}|\cdot|\bar{b}|} = \frac{3\cdot4+(-4)\cdot(-4)+0\cdot(-2)}{\sqrt{3^2+(-4)^2+0^2}\ \sqrt{4^2+(-4)^2+(-2)^2}} =$$

$$= \frac{12+16+0}{\sqrt{9+16+0}\ \sqrt{16+16+4}} = \frac{28}{\sqrt{25}\ \sqrt{36}} = \frac{28}{5\cdot6} = \frac{14}{15}$$

Ответ. $\cos\phi = \frac{14}{15}$

α	0⁰	30⁰	45⁰	60⁰	90⁰	120⁰	135⁰	150⁰	180⁰	270⁰	360⁰
Sin α	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	-1	0
Cos α	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	-1	0	1
Tg α	0	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$	-	$-\sqrt{3}$	-1	$-\frac{\sqrt{3}}{3}$	0	-	0
Ctg α	-	$\sqrt{3}$	1	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	0	$-\frac{\sqrt{3}}{3}$	-1	$-\sqrt{3}$	-	0	-

Ознакомиться с новой темой, законспектировать.

Вектора применяются во многих науках, таких как: математика, физика, геометрия и многих других прикладных науках.

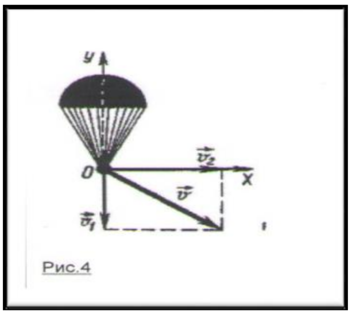
Задача 1. Говорят, что колеса поездов вращаются не равномерно, т.е. есть точки на колесах которые перемещаются не вперед, а назад?

Решение: Любая точка колеса: $\vec{v} = \vec{v}_{\text{вр}} + \vec{v}_{\text{пост}}$

Верхняя точка: $\vec{v}_{\text{вр}} \uparrow\uparrow \vec{v}_{\text{пост}}$

Нижняя точка: $\vec{v}_{\text{вр}} \uparrow\downarrow \vec{v}_{\text{пост}}$

Задача2. В безветренную погоду скорость приземления парашютиста v_1 =4м/с. Какова будет скорость его приземления, если в горизонтальном направлении ветер дует со скоростью v_2=5 м/с.



Решение: $v=\sqrt{v_1^2+v_2^2}=\sqrt{4^2+5^2}=\sqrt{16+25}=\sqrt{41}=6{,}4$ м/с

III. Закрепление. Самостоятельно выполнить задания, отсканировать и прислать на проверку.

1. Даны координаты точек: $A(2;8;-7)$ и $B(7;2;5)$. Найти координаты вектора $\overline{AB}$.

2. Даны координаты точек: $A(2;-4;7)$ и $B(10;2;7)$. Найти длину вектора $|\overline{AB}|$

3. Найдите координаты середины отрезка АВ, если: А (– 6; 2;0), В (-4; 4; -8);

4. Найти скалярное произведение векторов a{2;-2;0} и b{3;0;-3}

5. Найти угол между векторами a{2;-2;0} и b{3;0;-3}