Начальное
и среднее
профессиональное
образование

В. Ф. Дмитриева

ФИЗИКА

ДЛЯ ПРОФЕССИЙ И СПЕЦИАЛЬНОСТЕЙ ТЕХНИЧЕСКОГО ПРОФИЛЯ

Сборник задач

Общеобразовательные дисциплины

ACADEMIA

УДК 53(075.32)
ББК 22.3я723я722
Д53

Рецензенты:
преподаватель физики ГОУ СПО «Московский политехнический колледж» *Е. В. Комолова*;
преподаватель физики ГОУ СПО «Железнодорожный колледж № 52» *М. В. Богданова*

Дмитриева В. Ф.
Д53 Физика для профессий и специальностей технического профиля. Сборник задач : учеб. пособие для образоват. учреждений нач. и сред. проф. образования / В. Ф. Дмитриева. — 3-е изд., стер. — М. : Издательский центр «Академия», 2013. — 256 с.
ISBN 978-5-4468-0131-2

В пособии приведены примеры решения типовых задач по основным разделам физики, а также задачи для самостоятельного решения с ответами.

Вместе с учебником «Физика для профессий и специальностей технического профиля», учебными пособиями «Физика для профессий и специальностей технического профиля: Методические рекомендации» и «Физика для профессий и специальностей технического профиля: Контрольные материалы» В. Ф. Дмитриевой составляет учебно-методический комплект.

Для обучающихся в образовательных учреждениях начального и среднего профессионального образования.

УДК 53(075.32)
ББК 22.3я723я722

Учебное издание

Дмитриева Валентина Феофановна

Физика для профессий и специальностей технического профиля. Сборник задач

Учебное пособие

Изд. № 103113840. Подписано в печать 17.05.2013. Формат 70 × 100/16.
арнитура «Таймс». Бумага офсетная № 1. Печать офсетная. Усл. печ. л. 20,8.
ираж 4 000 экз. Заказ № 8655.

ООО «Издательский центр «Академия». www.academia-moscow.ru
29085, Москва, пр-т Мира, 101В, стр. 1.
ел./факс: (495) 648-0507, 616-00-29.
анитарно-эпидемиологическое заключение № РОСС RU. АЕ51. Н 16476 от 05.04.2013.

Отпечатано в ОАО «Тверской полиграфический комбинат».
70024, г. Тверь, пр-т Ленина, 5. Телефон: (4822) 44-42-15.
Интернет / Home page — www.twerpk.ru. Электронная почта (E-mail) — sales@tverpk.ru.

SBN 978-5-4468-0131-2

ПРЕДИСЛОВИЕ

Критерием успешного освоения физики является умение использовать полученные знания на практике. Поэтому важно не только знать теоретический материал, но и уметь объяснять явления природы, проводить опыты и решать физические задачи.

Цель данного учебного пособия — приобщить обучающихся к самостоятельной творческой работе, в процессе которой они научатся анализировать физические явления, выделять главные факторы, определяющие тот или иной физический процесс, выбирать метод решения задачи.

Пособие состоит из двух частей, введения и приложения. Часть первая включает примеры решения качественных, графических, расчетных задач и задач с неполными данными и содержит:

- анализ условия задачи;
- выбор оптимального решения задачи;
- пояснение решения задачи (словесное и графическое);
- анализ полученного результата.

Часть вторая содержит задачи для самостоятельного решения и ответы к ним.

Для удобства пользования пособием во введении даны некоторые сведения по математике и примерная схема решения задач, в приложении приведен справочный материал.

Данное пособие полностью соответствует учебнику «Физика для профессий и специальностей технического профиля» В.Ф. Дмитриевой (М. — Издательский центр «Академия», 2011) и входит в комплект, включающий также учебные пособия «Физика для профессий и специальностей технического профиля : Методические рекомендации» и «Физика для профессий и специальностей технического профиля : Контрольные материалы» В.Ф.Дмитриевой.

Учебное пособие полностью соответствует программе по физике для учреждений начального и среднего профессионального образования. Оно может быть полезно также учащимся средних школ, лицеев и колледжей.

ВВЕДЕНИЕ

1. НЕКОТОРЫЕ СВЕДЕНИЯ ПО МАТЕМАТИКЕ

1.1. Прямоугольная система координат на плоскости

Для построения прямоугольной системы координат проводят две взаимно перпендикулярные оси OX и OY через точку O (рис. В.1).

Точку O называют началом координат, прямые OX, OY — осями координат (OX — *ось абсцисс*, OY — *ось ординат*). Положительные направления на осях принято выбирать так, чтобы положительный луч OX после поворота на $\frac{\pi}{2} = 90°$ против часовой стрелки совмещался с положительным лучом OY. Оси координат с установленными положительными направлениями и выбранным масштабом образуют прямоугольную систему координат (см. рис. В.1).

Положение любой точки M на плоскости можно определить двумя координатами (x, y) (см. рис В.1). Координаты точки обычно обозначаются строчными латинскими буквами $M(x, y)$. Вектор $\vec{OM}$, идущий от начала координат к точке M, называется *радиусом-вектором* точки M и обозначается $\vec{r}$ или **r**. Длина радиуса-вектора, или его модуль $\left|\vec{r}\right| = r$, характеризует расстояние, на котором находится точка M от начала координат.

Дополнительную информацию о положении точки M дает угол α, образуемый положительным направлением OX с радиусом-вектором **r** (рис. В.2).

Координаты x и y связаны с r и α следующими соотношениями:

$$\begin{cases} x = r\cos\alpha; \\ y = r\sin\alpha. \end{cases} \tag{В.1}$$

Длина радиуса-вектора, или его модуль, выражается через координаты формулой:

$$r = |r| = \sqrt{x^2 + y^2}. \tag{В.2}$$

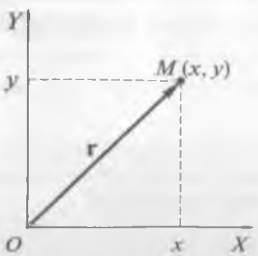


Рис. В.1

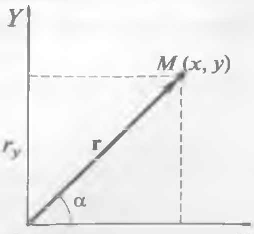


Рис. В.2

Из формул (В.1) и (В.2) следует:

$$\cos\alpha = \frac{x}{r} = \frac{x}{\sqrt{x^2 + y^2}}; \ \sin\alpha = \frac{y}{r} = \frac{y}{\sqrt{x^2 + y^2}}.$$

Проекция радиуса-вектора на координатную ось равна координате по эт оси:

$$r_x = x = r\cos\alpha;$$

$$r_y = y = r\sin\alpha.$$

1.2. Векторные величины

Векторные физические величины характеризуются определенным числов значением, соответствующей единицей измерения и направлением на пл кости или в пространстве (направленные величины):

$$\vec{v},\ \vec{F},\ \vec{p} \ \text{ или } \mathbf{v},\ \mathbf{F},\ \mathbf{p}.$$

Эти величины изображаются графически с помощью стрелок в определен масштабе. Направление стрелки указывает направление физической величи длина показывает абсолютную величину (модуль) физической величины.

Сложение векторных величин $\vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2$:

- если у векторов одинаковое направление (рис. В.3)

$|F| = |F_1| + |F_2|;$

Рис. В.3

- если у векторов противоположные направления (рис. В.4)

$|F| = |F_1 - F_2|;$

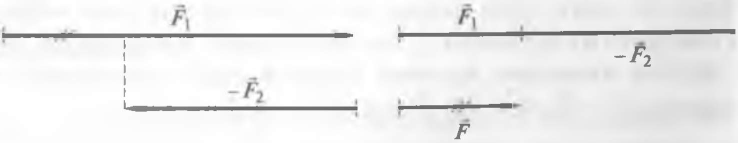


Рис. В.4

- если у векторов произвольные направления (рис. В.5)

$|F|^2 = |F_1|^2 + |F_2|^2 + 2|F_1||F_2|\cos\alpha$

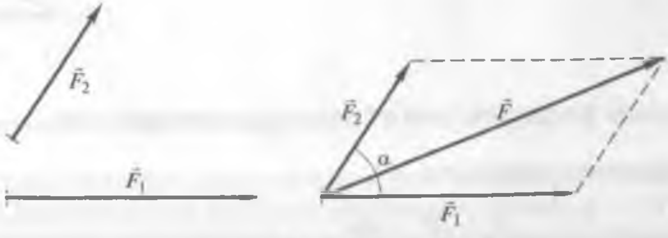


Рис. В.5

Умножение векторных величин:

• *произведение векторной величины на скалярную.* Произведение $n \cdot \vec{a}$ векторной величины $\vec{a}$ на скалярную величину n (n — положительная) равно векторной величине $\vec{b}$, имеющей такое же направление, как и векторная величина $\vec{a}$ и ее абсолютная величина $|\vec{b}| = n \cdot |\vec{a}|$ (рис. В.6);

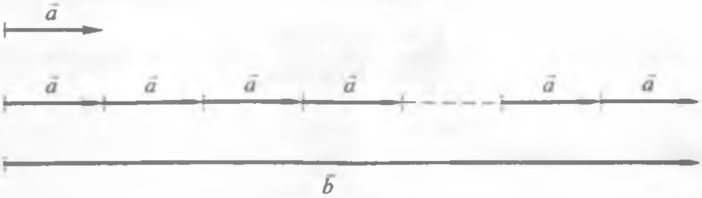


Рис. В.6

• *скалярное произведение двух векторных величин.* Скалярное произведение двух векторных величин $\vec{a}$ и $\vec{b}$ есть скалярная величина c, абсолютная величина которой равна произведению абсолютных величин (модулей) $|\vec{a}|$ и $|\vec{b}|$ векторов, умноженному на косинус угла между ними:

$$c = \vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \times \cos(\vec{a};\vec{b}) = ab\cos(\vec{a};\vec{b});$$

$$A = \vec{F} \cdot \vec{s} = A = Fs\cos\alpha \text{ (рис. В.7)}$$

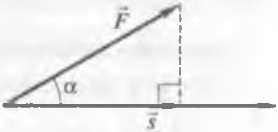


Рис. В.7

• *векторное произведение двух векторных величин.* Векторное произведение двух векторных величин $\vec{a}$ и $\vec{b}$ есть векторная величина $\vec{c}$, перпендикулярная плоскости, в которой расположены векторы $\vec{a}$ и $\vec{b}$. Абсолютная величина вектора $\vec{c}$ равна произведению абсолютных величин $|\vec{a}|$ и $|\vec{b}|$ векторов, умноженному на синус угла между ними. Его направление определяется так, что если смотреть из вершины $\vec{c}$, то наименьшее вращение от $\vec{a}$ к $\vec{b}$ осуществляется против движения часовой стрелки (как математически положительное вращение): $|\vec{c}| = |\vec{a} \times \vec{b}| = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \sin(\vec{a};\vec{b}) = ab\sin(\vec{a};\vec{b})$;

$$|\vec{M}| = |\vec{r} \times \vec{F}| = rF\sin\alpha \text{ (рис. В.8)}$$

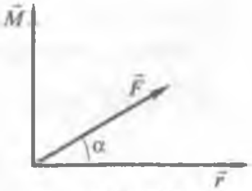


Рис. В.8

1.3. Некоторые формулы алгебры и тригонометрии

Корни квадратного уравнения

$$ax^2 + bx + c = 0, \quad x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}.$$

Основные тригонометрические формулы

$$\sin^2\alpha+\cos^2\alpha=1$$

$$\mathrm{tg}\alpha\,\mathrm{ctg}\alpha=1$$

$$\sin(\alpha\pm\beta)=\sin\alpha\cos\beta\pm\cos\alpha\sin\beta$$

$$\cos(\alpha\pm\beta)=\cos\alpha\cos\beta\mp\sin\alpha\sin\beta$$

$$\sin 2\alpha=2\sin\alpha\cos\alpha$$

$$\cos 2\alpha=\cos^2\alpha-\sin^2\alpha$$

$$\sin^2\frac{\alpha}{2}=\frac{1-\cos\alpha}{2}$$

$$\sin\alpha+\sin\beta=2\sin\frac{\alpha+\beta}{2}\cos\frac{\alpha-\beta}{2}$$

$$\sin\alpha-\sin\beta=2\cos\frac{\alpha+\beta}{2}\sin\frac{\alpha-\beta}{2}$$

$$\cos\alpha+\cos\beta=2\cos\frac{\alpha+\beta}{2}\cos\frac{\alpha-\beta}{2}$$

$$\cos\alpha-\cos\beta=-2\sin\frac{\alpha+\beta}{2}\sin\frac{\alpha-\beta}{2}$$

$$\cos^2\frac{\alpha}{2}=\frac{1+\cos\alpha}{2}$$

Соотношения в прямоугольном треугольнике

$a=c\sin\alpha;\quad a=b\,\mathrm{tg}\alpha;$

$b=c\cos\alpha;\quad b=a\,\mathrm{ctg}\alpha;$

$c^2=a^2+b^2$ — *теорема Пифагора*;

a, b — *катеты*; c — *гипотенуза*;

α — *угол между сторонами* b, c (рис. B.9).

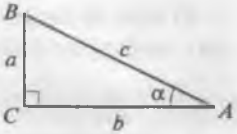


Рис. B.9

Соотношения в произвольном треугольнике

$\dfrac{\sin\alpha}{a}=\dfrac{\sin\beta}{b}=\dfrac{\sin\gamma}{c}$ — *теорема синусов.*

a, b, c — стороны треугольника;

α, β, γ — углы треугольника (рис. B.10).

$$\left.\begin{aligned}a^2&=b^2+c^2-2bc\cos\alpha\\ b^2&=a^2+c^2-2ac\cos\beta\\ c^2&=a^2+b^2-2ab\cos\gamma\end{aligned}\right|\text{— теорема косинусов.}$$

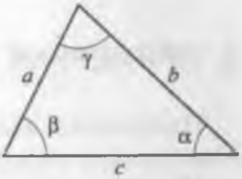


Рис. B.10

1.4. Правила округления

Если первая отбрасываемая цифра равна 5 или более, то последнюю из сохраняемых цифр увеличивают на единицу; если же первая отбрасываемая цифра меньше 5, то последнюю из сохраняемых цифр оставляют без изменения.

Пример: приближенное число 10,1385 можно округлить:

- до тысячных долей — 10,139;
- до сотых — 10,14;
- до десятых — 10,1;
- до целых — 10.

1.5. Приближенные вычисления

При решении физических задач мы имеем дело с приближёнными числовыми значениями. К ним относятся многие константы, например g = 9,81 м/с^2.

В настоящее время в распоряжении обучающихся имеются различные счётно-вычислительные устройства, которые дают большое количество значащих цифр. Необходимо понимать, сколько цифр после запятой следует оставить, а сколько отбросить. Приведем правила приближённых вычислений:

1) при сложении и вычитании результат округляется так, чтобы не иметь значащих цифр в разрядах, которые отсутствуют хотя бы в одном из данных.

Пример: $3{,}351 + 2{,}45 + 1{,}2534 \approx 7{,}05$;

2) при умножении сомножители округляются так, чтобы каждый содержал столько значащих цифр, сколько их имеет сомножитель с наименьшим их количеством. В окончательном результате оставляют такое же количество значащих цифр, как в сомножителях после округления.

Пример: $2{,}51 \cdot 1{,}2 \cdot 5{,}245 \approx 2{,}5 \cdot 1{,}2 \cdot 5{,}2 \approx 15{,}6$;

3) при делении соблюдается такое же правило, как и при умножении.

Пример: $6{,}24/2{,}124 \approx 6{,}24/2{,}12 \approx 2{,}94$;

4) при возведении в квадрат (или куб) в результате берется столько значащих цифр, сколько их имеет основание степени.

Пример: $1{,}25^2 \approx 1{,}56$;

5. При извлечении корня квадратного (или кубического) в результате берется столько значащих цифр, сколько их имеет подкоренное выражение.

Пример: $\sqrt{6{,}82} \approx 2{,}61$.

Эти же правила следует применять при вычислении сложных выражений.

2. ПРИМЕРНАЯ СХЕМА РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ

Предложить единую схему решения задач невозможно. Однако можно рекомендовать определенную последовательность их решения.

Приступая к решению задач по какой-либо теме, необходимо ознакомиться с теоретическими сведениями (см. учебник) и разобрать приведенные в данном пособии примеры решения задач изучаемой темы.

При решении задач целесообразно придерживаться следующей схемы:

1) по условию задачи представьте физическое явление, о котором идет речь. Выполните краткую запись условия, выразив исходные данные в единицах СИ;

2) сделайте, где это необходимо, чертеж (схему или рисунок), поясняющий описанный в задаче процесс;

3) напишите уравнение или систему уравнений, отображающих физический процесс;

4) используя чертеж и условие задачи, преобразуйте уравнение так, чтобы в него входили лишь исходные данные и табличные величины;

5) решив задачу в общем виде, проверьте ответ по равенству размерностей величин, входящих в расчетную формулу;

6) проведите вычисления и, получив числовой ответ, оцените его реальность;

7) запишите ответ.

ЧАСТЬ ПЕРВАЯ

ПРИМЕРЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ

РАЗДЕЛ I МЕХАНИКА

Глава 1

КИНЕМАТИКА

Механическое движение

1. Уравнения движения материальной точки в плоскости XOY имеют вид: $x = 3t$ [м]; $y = 6t$ [м].

Определите уравнение траектории $y(x)$ материальной точки.

Дано	*Решение*
$x = 3t$ [м] $y = 6t$ [м]	Для определения уравнения траектории необходимо из уравнений движения $x = 3t$, **(1)** и $y = 6t$ **(2)** исключить время.
$y(x)$ — ?	Из уравнения (1) выразим t и подставим в уравнение (2): $t = \frac{x}{3}$; $y = \frac{6}{3}x$, или $y = 2x$ **(3)**.

Таким образом, траектория материальной точки — прямая линия, проходящая через начало координат.

Ответ: $y = 2x$.

2. Уравнения движения материальной точки в плоскости XOY имеют вид: $x = 5\sin\omega t$ [м]; $y = 5\cos\omega t$ [м], где $\omega = \text{const}$ и $\omega \neq 0$. Определите уравнение траектории $y(x)$ материальной точки.

Дано	*Решение*
$x = 5\sin\omega t$ [м] $y = 5\cos\omega t$ [м] $\omega \neq 0$ $\omega = \text{const}$	Для определения уравнения траектории точки из уравнений движения $x = 5\sin\omega t$ **(1)** и $y = 5\cos\omega t$ **(2)** исключаем время.
$y(x)$ — ?	Уравнения (1) и (2) перепишем в виде

$$\frac{x}{5} = \sin\omega t \ \textbf{(3)}; \quad \frac{y}{5} = \cos\omega t \ \textbf{(4)}.$$

Используя основное тригонометрическое тождество $\sin^2\omega t + \cos^2\omega t = 1$ **(5)**, имеем $\left(\frac{x}{5}\right)^2 + \left(\frac{y}{5}\right)^2 = 1$, или $x^2 + y^2 = 25$ [м^2] **(6)**.

Уравнение (6) — это уравнение окружности радиусом $R = 5$ м.

Ответ: $x^2 + y^2 = 25$ [м^2].

Перемещение. Путь

1. Спортивный автомобиль, двигаясь по траектории в форме окружности радиусом $R = 600$ м, совершает один оборот за время $t = 1$ мин. Определите: 1) перемещение $\Delta\vec{r}$ автомобиля за $t = 1$ мин; 2) путь S, пройденный автомобилем за $t = 1$ мин; 3) среднюю скорость автомобиля $\langle\vec{v}\rangle$ за $t = 1$ мин; 4) среднюю путевую скорость автомобиля $\langle v_S\rangle$ за $t = 1$ мин.

Дано	*Решение*
$R = 600$ м $t = 1$ мин $= 60$ с	1) Вектор перемещения спортивного автомобиля за время $t = 60$ с равен нулю $\Delta\vec{r} = 0$, так как, совершив один оборот, автомобиль возвращался в начальное положение. 2) Путь S, пройденный автомобилем за $t = 60$ с, равен длине окружности $S = 2\pi R$.
1) $\Delta\vec{r}$ — ? 2) S — ? 3) $\langle\vec{v}\rangle$ — ? 4) $\langle v_S\rangle$ — ?	

3) Средняя скорость автомобиля $\langle\vec{v}\rangle$ равна нулю, так как $\Delta\vec{r} = 0$.

4) Средняя путевая скорость $\langle v_S\rangle$ равна: $\langle v_S\rangle = \dfrac{S}{t}$, или $\langle v_S\rangle = \dfrac{2\pi R}{t}$.

Вычисления: $S = 2 \cdot 3{,}14 \cdot 600 \text{ м} = 3\,768 \text{ м}$;

$$\langle v_S\rangle = \frac{3\,768 \text{ м}}{60 \text{ с}} = 62{,}8 \text{ м/с}.$$

Ответ: 1) $\Delta\vec{r} = 0$; 2) $S = 3\,768$ м; 3) $\langle\vec{v}\rangle = 0$; 4) $\langle v_S\rangle = 62{,}8$ м/с.

2. Велосипедист, двигаясь из пункта O, проехал путь $S_1 = 4$ км по прямой дороге, которая в пункте A переходит в кольцевую (рис. 1.1). После прохождения им полукольца и прибытия в пункт B его перемещение составило $r = 5$ км. Определите длину пути S, пройденного велосипедистом.

Дано	*Решение*
$S_1 = 4 \text{ км} = 4 \cdot 10^3 \text{ м}$ $\lvert\vec{r}\rvert = 5 \text{ км} = 5 \cdot 10^3 \text{ м}$	Путь S, пройденный велосипедистом, равен: $S = S_1 + S_2$ (**1**), где $S_2 = \pi R$ — половина длины окружности, радиусом $R = \dfrac{\lvert\vec{r}_2\rvert}{2}$ (см. рис. 1.1), тогда $S = S_1 + \pi R$ (**2**).
S — ?	

Угол α между векторами $\vec{r}_1$ и $\vec{r}_2$ прямой, т.е. $\alpha = \dfrac{\pi}{2}$, так как $\vec{r}_1$ направлен по касательной к диаметру окружности $2R = \lvert\vec{r}_2\rvert$. Векторы перемещений $\vec{r}_1$, $\vec{r}_2$, $\vec{r}$ образуют прямоугольный треугольник OAB, из которого определяем $\lvert\vec{r}_2\rvert$:

$$\lvert\vec{r}_2\rvert = \sqrt{\lvert\vec{r}\rvert^2 - \lvert\vec{r}_1\rvert^2}\text{, следовательно, } R = \frac{\sqrt{\lvert\vec{r}\rvert^2 - \lvert\vec{r}_1\rvert^2}}{2} \text{ (3).}$$

Подставив (3) в (2), получим $S = S_1 + \dfrac{\pi\sqrt{\lvert\vec{r}\rvert^2 - \lvert\vec{r}_1\rvert^2}}{2}$.

Из рис. 1.1 видно, что $\lvert\vec{r}_1\rvert = S_1$, следовательно,

$$S = S_1 + \frac{\pi\sqrt{\lvert\vec{r}\rvert^2 - S_1^2}}{2}.$$

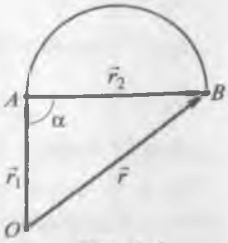


Рис. 1.1

Вычисления: $S = 4\cdot10^3\ \text{м} + \dfrac{3{,}14\sqrt{(5\cdot10^3\ \text{м})^2 - (4\cdot10^3\ \text{м})^2}}{2} = 8{,}7\cdot10^3\ \text{м}.$

Ответ: $S = 8{,}7\cdot10^3$ м.

Скорость

1. Автомобиль прошел расстояние от пункта *A* до пункта *B* со скоростью $v_1 = 36$ км/ч, а обратно со скоростью $v_2 = 54$ км/ч. Определите среднюю путевую скорость рейса $\langle v_S\rangle$.

Дано	***Решение***
$v_1 = 36$ км/ч = 10 м/с $v_2 = 54$ км/ч = 15 м/с	
$\langle v_S\rangle$ — ?	

От пункта *A* до пункта *B* автомобиль прошел путь $S = v_1t_1$ **(1)**, где t_1 — время движения автомобиля от пункта *A* до пункта *B*. От пункта *B* до пункта *A* автомобиль прошел путь $S = v_2t_2$ **(2)**, где t_2 — время движения автомобиля от пункта *B* до пункта *A*.

За время $t = t_1 + t_2$ автомобиль прошел путь $2S$. Средняя путевая скорость автомобиля $\langle v_S\rangle = \dfrac{2S}{t}$ **(3)**. Приравняв правые части уравнений (1) и (2), получим $v_1t_1 = v_2t_2$, откуда $t_1 = \dfrac{v_2t_2}{v_1}$.

Время движения автомобиля $t = t_1 + t_2 = \dfrac{v_2t_2}{v_1} + t_2 = t_2\left(\dfrac{v_2}{v_1} + 1\right) = t_2\left(\dfrac{v_2 + v_1}{v_1}\right)$ **(4)**.

Подставив в формулу (3) выражения (2) и (4), получим

$$\langle v_S\rangle = \frac{2v_2t_2}{t_2\left(\dfrac{v_2 + v_1}{v_1}\right)} = \frac{2v_1v_2}{v_1 + v_2}.$$

Вычисления: $\langle v_S\rangle = \dfrac{2\cdot10\ \text{м/с}\cdot15\ \text{м/с}}{10\ \text{м/с} + 15\ \text{м/с}} = 12$ м/с.

Ответ: $\langle v_S\rangle = 12$ м/с.

2. Первую треть пути автомобиль проехал со скоростью $v_1 = 36$ км/ч, вторую треть — со скоростью $v_2 = 72$ км/ч, а последнюю треть — со скоростью $v_3 = 54$ км/ч. Определите среднюю путевую скорость $\langle v_S\rangle$ движения автомобиля на всем пути.

Дано	***Решение***
$v_1 = 36$ км/ч = 10 м/с $S_1 = \dfrac{S}{3}$ $v_2 = 72$ км/ч = 20 м/с $S_2 = \dfrac{S}{3}$ $v_3 = 54$ км/ч = 15 м/с $S_3 = \dfrac{S}{3}$	
$\langle v_S\rangle$ — ?	

Средняя путевая скорость $\langle v_S\rangle$ равна:

$\langle v_S\rangle = \dfrac{S}{t}$ **(1)**, где S — путь, пройденный автомобилем; $t = t_1 + t_2 + t_3$ — время движения автомобиля.

Время движения автомобиля на первой трети пути: $t_1 = \dfrac{S}{3v_1}$ **(2)**; на второй трети пути: $t_2 = \dfrac{S}{3v_2}$ **(3)**; на последней трети пути: $t_3 = \dfrac{S}{3v_3}$ **(4)**.

Подставив формулы (2), (3) и (4) в (1), после преобразований получим $\langle v_S \rangle = \dfrac{3v_1v_2v_3}{v_1v_2 + v_1v_3 + v_2v_3}$.

Вычисления: $\langle v_S \rangle = \dfrac{3 \cdot 10 \text{ м/с} \cdot 20 \text{ м/с} \cdot 15 \text{ м/с}}{10 \text{ м/с} \cdot 20 \text{ м/с} + 10 \text{ м/с} \cdot 15 \text{ м/с} + 20 \text{ м/с} \cdot 15 \text{ м/с}} = 13{,}8$ м/с.

Ответ: $\langle v_S \rangle = 13{,}8$ м/с.

3. Два спринтера одновременно стартуют на дистанции $S = 100$ м. Первый спринтер пробегает первую половину дистанции со скоростью $v_{1S} = 8$ м/с, а вторую половину дистанции — со скоростью $v_{2S} = 10$ м/с. Второй спринтер половину времени, затраченного на преодоление всей дистанции, пробегает со скоростью $v_{1t} = 8$ м/с, а вторую половину времени — со скоростью $v_{2t} = 10$ м/с. Определите, какой из спринтеров финиширует раньше.

Дано	***Решение***
$S = 100$ м $v_{1S} = 8$ м/с $v_{2S} = 10$ м/с $v_{1t} = 8$ м/с $v_{2t} = 10$ м/с Δt — ?	Время движения первого спринтера $t_1 = t_{1S} + t_{2S}$ **(1)**, где $t_{1S} = \dfrac{S}{2v_{1S}}$ — время движения на первой половине дистанции; $t_{2S} = \dfrac{S}{2v_{2S}}$ — время движения на второй половине дистанции.

Таким образом, $t_1 = \dfrac{S}{2v_{1S}} + \dfrac{S}{2v_{2S}} = \dfrac{S}{2}\left(\dfrac{1}{v_{1S}} + \dfrac{1}{v_{2S}}\right) = \dfrac{S}{2}\left(\dfrac{v_{1S} + v_{2S}}{v_{1S}v_{2S}}\right)$ **(2)**.

Второй спринтер пробегает дистанцию $S = S_1 + S_2$ **(3)**, где $S_1 = v_{1t}\dfrac{t_2}{2}$, а $S_2 = v_{2t}\dfrac{t_2}{2}$. Соответственно путь, пробегаемый спринтером за первую и вторую половину времени всего движения t_2, равен: $S = \dfrac{v_{1t}t_2}{2} + \dfrac{v_{2t}t_2}{2} = \dfrac{t_2}{2}(v_{1t} + v_{2t})$ **(4)**.

Из уравнения (4) находим $t_2 = \dfrac{2S}{v_{1t} + v_{2t}}$ **(5)**.

Зная t_1 и t_2, определяем Δt: $\Delta t = t_1 - t_2$.

Вычисления:

$t_1 = \dfrac{100 \text{ м}(8 \text{ м/с} + 10 \text{ м/с})}{2 \cdot 8 \text{ м/с} \cdot 10 \text{ м/с}} = 11{,}25$ с; $t_2 = \dfrac{2 \cdot 100 \text{ м}}{8 \text{ м/с} + 10 \text{ м/с}} = 11{,}11$ с;

$\Delta t = 11{,}25 \text{ с} - 11{,}11 \text{ с} = 0{,}14$ с;

$t_1 > t_2$, следовательно, раньше финиширует второй спринтер.

Ответ: $t_1 > t_2$; $\Delta t = 0{,}14$ с.

4. Первую половину времени тело движется со скоростью $v_1 = 15$ м/с под углом $\alpha_1 = 30°$ к оси OX, вторую половину времени под углом $\alpha_2 = 120°$ к оси OX со скоростью $v_2 = 20$ м/с. Определите среднюю скорость $\langle v \rangle$ движения тела.

Дано	*Решение*
$v_1 = 15$ м/с $\alpha_1 = 30°$ $v_2 = 20$ м/с $\alpha_2 = 120°$ $t_1 = t_2 = \dfrac{t}{2}$ $\langle v \rangle$ — ?	Пусть в начальной момент времени $t_0 = 0$ тело находилось в начале системы координат ($x = 0$, $y = 0$), рис. 1.2. За время $t_1 = \dfrac{t}{2}$ тело совершает перемещение $\vec r_1 = \vec v_1 \dfrac{t}{2}$, за время $t_2 = \dfrac{t}{2}$: $\vec r_2 = \vec v_2 \dfrac{t}{2}$. Суммарное перемещение тела $\vec r$ за время движения t равно: $\vec r = \vec r_1 + \vec r_2$.

Средняя скорость движения тела $\langle v \rangle$ определяется по формуле $\langle \vec v \rangle = \dfrac{\vec r}{t}$, или $\langle \vec v \rangle = \dfrac{\vec r_1 + \vec r_2}{2t_1}$ **(1)**.

Векторному равенству (1) соответствуют два скалярных:

$$\langle v_x \rangle = \frac{1}{2}(v_1 \cos\alpha_1 + v_2 \cos\alpha_2)\ \textbf{(2)};\quad \langle v_y \rangle = \frac{1}{2}(v_1 \sin\alpha_1 + v_2 \sin\alpha_2)\ \textbf{(3)},$$

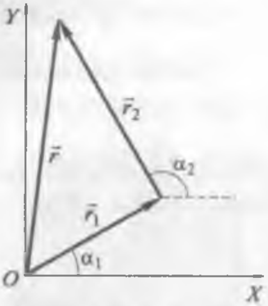


Рис. 1.2

где $\langle v_x \rangle$ — проекция средней скорости на ось OX; $\langle v_y \rangle$ — проекция средней скорости на ось OY.

$$\langle v \rangle = \sqrt{\langle v_x \rangle^2 + \langle v_y \rangle^2}.$$

Вычисления:

$$\langle v_x \rangle = \frac{1}{2}(15 \text{ м/с} \cdot \cos 30° + 20 \text{ м/с} \cdot \cos 120°) = 1{,}5 \text{ м/с};$$

$$\langle v_y \rangle = \frac{1}{2}(15 \text{ м/с} \cdot \sin 30° + 20 \text{ м/с} \cdot \sin 120°) = 12{,}4 \text{ м/с};$$

$$\langle v \rangle = \sqrt{(1{,}5 \text{ м/с})^2 + (12{,}4 \text{ м/с})^2} = 12{,}5 \text{ м/с}.$$

Направление $\langle \vec v \rangle$ совпадает с направлением вектора перемещения $\vec r$.

Ответ: $\langle v \rangle = 12{,}5$ м/с.

Равномерное прямолинейное движение

1. Две материальные точки одновременно начинают движение вдоль оси OX. Закон движения первой точки: $x_1 = 10 + 4t$ [м], второй: $x_2 = 4 + 6t$ [м]. Определите, в какой момент времени t они встретятся.

Дано	*Решение*
$x_1 = 10 + 4t$ [м] $x_2 = 4 + 6t$ [м] t — ?	В момент встречи координата первой точки x_1 должна равняться координате второй точки x_2, т.е. $10 + 4t = 4 + 6t$, откуда $t = 3$ с.

Ответ: $t = 3$ с.

2. Из пунктов A и B, расположенных на расстоянии $S = 100$ м друг от друга, одновременно в одном направлении начали движение велосипедист и пешеход. Велосипедист, движущийся из пункта *A*, имел скорость $v_1 = 7$ м/с, а пешеход, движущийся из точки *B*, — скорость $v_2 = 2$ м/с. Определите: 1) через какое время t_1 велосипедист нагонит пешехода; 2) какой путь S_1, S_2 они пройдут к моменту встречи; 3) через какое время t_2 после начала движения расстояние между ними будет $S_3 = 50$ м?

Дано	***Решение***
$S = 100$ м $v_1 = 7$ м/с $v_2 = 2$ м/с $S_3 = 50$ м	Выберем систему отсчета таким образом, чтобы начало координат совпадало с пунктом *A* (рис 1.3), тогда $x_{01} = 0$; $S = x_{02} = 100$ м.
1) t_1 — ? 2) S_1 — ? S_2 — ? 3) t_2 — ?	Уравнения движения велосипедиста (1) и пешехода (2) имеют вид:

$$x_1 = v_1 t, \text{ так как } x_{01} = 0 \ \textbf{(1)}; \quad x_2 = x_{02} + v_2 t \ \textbf{(2)}.$$

1) Для точки *C*, в которой велосипедист нагонит пешехода, их координаты совпадут, т.е. $x_1 = x_2$ или $v_1 t_1 = x_{02} + v_2 t_1$ **(3)**, где t_1 — время их движения до точки *C*.

Из уравнения (3) определим t_1: $t_1 = \dfrac{x_{02}}{v_1 - v_2} = \dfrac{100 \text{ м}}{7 \text{ м/с} - 2 \text{ м/с}} = 20$ с.

2) За время t_1 велосипедист и пешеход пройдут соответственно путь S_1 и S_2:

$S_1 = x_1 - x_{01} = v_1 t_1 = 7 \text{ м/с} \cdot 20 \text{ с} = 140$ м;

$S_2 = x_2 - x_{02} = v_2 t_1 = 2 \text{ м/с} \cdot 20 \text{ с} = 40$ м.

3) На расстоянии $S_3 = 50$ м друг от друга велосипедист и пешеход будут дважды:

а) при приближении велосипедиста к пешеходу. В этом случае: $x_2 - x_1 = S_3$ **(4)**;

б) при удалении велосипедиста от пешехода. В этом случае: $x_1 - x_2 = S_3$ **(5)**.

Подставив в уравнения (4) и (5) уравнения движения (1) и (2), получим:

а) при приближении: $x_{02} + v_2 t_2 - v_1 t_2 = S_3$, или $100 - 2t_2 - 7t_2 = 5$, $t_2 = 10$ с;

б) при удалении: $v_1 t_2' - x_{02} - v_2 t_2' = S_3$, или $7t_2' - 100 - 2t_2' = 50$, $t_2' = 30$ с.

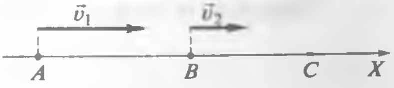


Рис. 1.3

Ответ: 1) $t_1 = 20$ с; 2) $S_1 = 140$ м; $S_2 = 40$ м; 3) $t_2 = 10$ с; $t_2' = 30$ с.

3. По графику зависимости координаты первого и второго тела, движущихся вдоль оси *OX*, от времени (рис. 1.4): 1) определите модули скоростей движения тел; 2) напишите уравнения движения этих тел; 3) постройте графики пути за 3 с движения тел.

Решение

1) Проекцию скорости движения тела на ось *OX* определяем по формуле: $v_x = \dfrac{x - x_0}{t}$; из рис. 1.4 следует $x_{01} = 0$ м, $x_{02} = 4$ м. Пусть $t = 1$с, тогда:

а) для первого тела: $x = 3$ м; $x_{01} = 0$ м; $v_{x1} = \dfrac{3 \text{ м} - 0 \text{ м}}{1 \text{ с}} = 3$ м/с; $v_1 = 3$ м/с;

б) для второго тела: $x = 3$ м; $x_{02} = 4$ м; $v_{x2} = \dfrac{3 \text{ м} - 4 \text{ м}}{1 \text{ с}} = -1$ м/с; $v_2 = 1$ м/с.

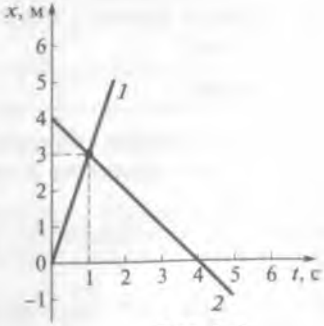


Рис. 1.4

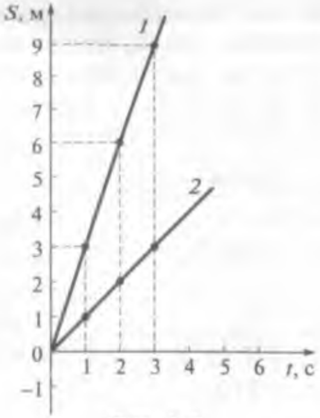


Рис. 1.5

У второго тела проекция скорости отрицательная, следовательно, вектор скорости направлен противоположно положительному направлению координатной оси OX.

2) Уравнение координаты тела имеет вид $x = x_0 + v_x t$:

а) для первого тела: $x_{01} = 0$; $v_{x1} = 3$ м/с, следовательно, $x_1 = 3t$ [м];

б) для второго тела: $x_{02} = 4$; $v_{x2} = -1$ м/с, следовательно, $x_2 = 4 - t$ [м].

3) При равномерном прямолинейном движении путь определяется по формуле $S = vt$, следовательно, $S_1 = v_1 t = 3t$, $S_2 = v_2 t = t$. Графики S_1 и S_2 представлены на рис. 1.5.

Ответ: 1) $v_1 = 3$ м/с; $v_2 = 1$ м/с; 2) $x_1 = 3t$ [м], $x_2 = 4 - t$ [м].

4. На рис. 1.6 представлены графики пути *1* и *2* для двух движущихся тел. Определите модули скорости движения первого и второго тела.

Решение

Скорость движения первого тела $v_1 = \dfrac{S_1}{t_1} = \operatorname{tg}\alpha_1$.

Из рис. 1.6 определяем S_1 для момента времени $t_1 = 2$ с, $S_1 = 4$ м.

Тогда $v_1 = \dfrac{4\text{ м}}{2\text{ с}} = 2$ м/с.

Скорость движения второго тела $v_2 = \dfrac{S_2}{t_2} = \operatorname{tg}\alpha_2$.

Из рис. 1.6 определяем S_2 для момента времени $t_2 = 3$ с, $S_2 = 3$ м.

$$v_2 = \frac{3\text{ м}}{3\text{ с}} = 1\text{ м/с}.$$

Ответ: $v_1 = 2$ м/с; $v_2 = 1$ м/с.

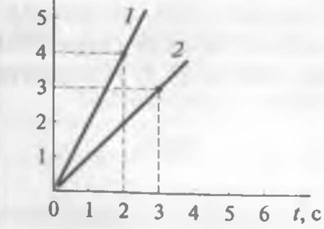


Рис. 1.6

5. На рис. 1.7 изображен график зависимости координаты тела x от времени t. Определите кинематический закон $x(t)$ движения этого тела.

Решение

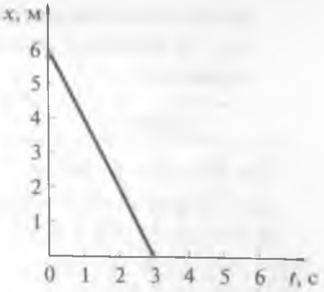


Рис. 1.7

На рис. 1.7 изображен отрезок прямой, который задается уравнением $x = x_0 + v_x t$ (**1**), где $0 \le t \le 3$ с, т. е. тело движется равномерно.

Из рис. 1.7 определяем начальную координату $x_0 = 6$ м, при $t = 0$.

Скорость равномерного движения находим по формуле: $v_x = \dfrac{x - x_0}{t}$.

Из рис. 1.7 определяем x для $t = 3$ с: $x_{(t=3с)} = 0$;

$$v_x = \frac{(0-6)\ м}{3\ с} = -2\ м/с.$$

Таким образом, из уравнения (1) получаем уравнение движения материальной точки $x(t) = 6 - 2t$ [м].

Ответ: $x(t) = 6 - 2t$ [м].

6. На рис. 1.8 изображен график зависимости от времени координаты материальной точки, движущейся вдоль оси OX. Определите характер движения точки и напишите уравнение ее движения.

Решение

Из рис. 1.8 видно, что зависимость координаты материальной точки от времени представляет собой линейную функцию: $x = x_0 + v_x t$ (**1**), где $0 \le t \le 6$ с, т. е. точка движется равномерно.

При $t = 0$ $x_0 = 3$ м.

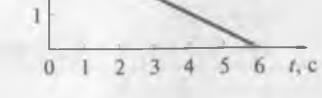


Рис. 1.8

Скорость равномерного движения материальной точки вдоль оси OX определяем по формуле $v_x = \dfrac{x - x_0}{t}$ (**2**).

Моменту времени $t = 6$ с соответствует координата $x = 0$. Подставив полученные данные в формулу (2), имеем $v_x = \dfrac{(0-3)\ м}{6\ с} = -0{,}5\ м/с$. Знак «минус» указывает на то, что точка движется равномерно со скоростью $v = 0{,}5$ м/с, направленной противоположно положительному направлению оси OX.

Уравнение движения материальной точки, согласно формуле (1), имеет вид $x(t) = 3 - 0{,}5t$ [м].

Ответ: $x(t) = 3 - 0{,}5t$ [м].

7. Катер движется по течению реки между двумя пунктами M и N, расстояние между которыми 50 км. Скорость движения катера в стоячей воде $v_к = 27$ км/ч, а скорость течения реки относительно берегов $v_т = 9$ км/ч. Определите: 1) скорость катера относительно плота, плывущего по реке, если катер движется: а) по течению реки — $v_{\text{к}1}$; б) против течения реки — $v_{\text{к}2}$; 2) время t_1 движения катера от пункта M до пункта N по течению и обратно t_2.

Дано	*Решение*
$S = 50$ км $= 5 \cdot 10^4$ м $v_{\text{к}} = 27$ км/ч $= 7{,}5$ м/с $v_{\text{т}} = 9$ км/ч $= 2{,}5$ м/с 1) $v_{\text{к}1}$ — ? $v_{\text{к}2}$ — ? 2) t_1 — ? t_2 — ?	1) Скорость движения катера относительно плота — это относительная скорость катера. Если за систему отсчета принять плот (воду), то катер движется вниз и вверх по реке с одинаковой скоростью $\left\|\vec{v}_{\text{к}1}\right\| = \left\|\vec{v}_{\text{к}2}\right\| = \left\|\vec{v}_{\text{к}}\right\|$. 2) Чтобы определить время движения t_1 и t_2, необходимо воспользоваться законом сложения скоростей $\vec{v} = \vec{v}_{\text{отн}} + \vec{v}_{\text{пер}}$ **(1)**.

Векторному равенству (1) соответствуют два скалярных. Учитывая знаки проекций скоростей, получим:

а) по течению: $v_1 = v_{\text{к}} + v_{\text{т}}$;

б) против течения: $v_2 = v_{\text{к}} - v_{\text{т}}$.

Время движения катера по течению $t_1 = \dfrac{S}{v_1} = \dfrac{S}{v_{\text{к}} + v_{\text{т}}}$.

Время движения катера против течения $t_2 = \dfrac{S}{v_2} = \dfrac{S}{v_{\text{к}} - v_{\text{т}}}$.

Вычисления:

$$t_1 = \frac{5 \cdot 10^4 \text{ м}}{7{,}5 \text{ м/с} + 2{,}5 \text{ м/с}} = 5 \cdot 10^3 \text{ с}; \quad t_2 = \frac{5 \cdot 10^4 \text{ м}}{7{,}5 \text{ м/с} - 2{,}5 \text{ м/с}} = 1 \cdot 10^4 \text{ с}.$$

Ответ: 1) $|v_{\text{к}1}| = |v_{\text{к}2}| = 7{,}5$ м/с; 2) $t_1 = 5 \cdot 10^3$ с; $t_2 = 1 \cdot 10^4$ с.

8. Лодка движется относительно воды в реке со скоростью $v_{\text{л}} = 18$ км/ч под углом $\alpha_1 = 120°$ к скорости течения реки $v_{\text{т}} = 4{,}5$ км/ч. Определите скорость лодки v относительно берега реки.

Дано	*Решение*
$v_{\text{л}} = 18$ км/ч $= 5$ м/с $\alpha_1 = 120°$ $v_{\text{т}} = 4{,}5$ км/ч $= 1{,}25$ м/с v — ? β — ?	**I способ.** Согласно закону сложения скоростей (рис. 1.9, *а*): $\vec{v} = \vec{v}_{\text{л}} + \vec{v}_{\text{т}}$ **(1)**. Модуль скорости v определяем по теореме косинусов (рис. 1.9, *б*):

$$v^2 = v_{\text{л}}^2 + v_{\text{т}}^2 - 2 v_{\text{л}} v_{\text{т}} \cos\alpha_2 \ \textbf{(2)}.$$

Угол $\alpha_2 = 180 - \alpha_1$; $\cos(180 - \alpha_1) = -\cos\alpha_1$.

Уравнение (2) перепишем в виде $v = \sqrt{v_{\text{л}}^2 + v_{\text{т}}^2 + 2 v_{\text{л}} v_{\text{т}} \cos\alpha_1}$.

Направление вектора $\vec{v}$ определяет угол β (см. рис. 1.9, *б*). Синус угла β находим по теореме синусов $\dfrac{\sin(180 - \alpha_1)}{v} = \dfrac{\sin\beta}{v_{\text{л}}}$; учитывая, что $\sin(180 - \alpha_1) = \sin\alpha_1$, получим $\sin\beta = \dfrac{v_{\text{л}} \sin\alpha_1}{v}$, или $\sin\beta = \dfrac{v_{\text{л}} \sin\alpha_1}{\sqrt{v_{\text{л}}^2 + v_{\text{т}}^2 + 2 v_{\text{л}} v_{\text{т}} \cos\alpha_1}}$, откуда

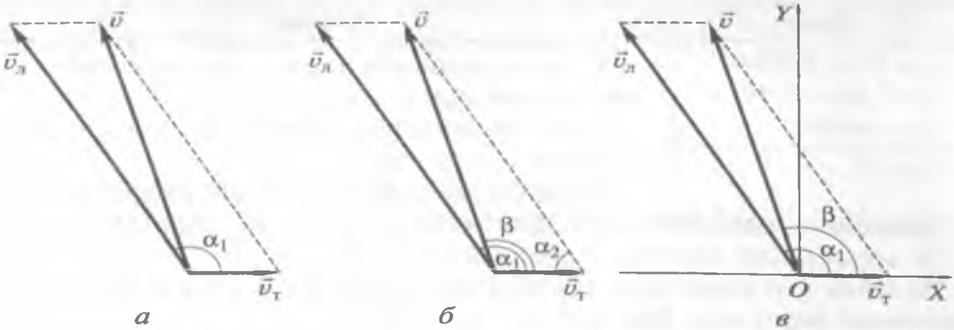


Рис. 1.9

$$\beta = \arcsin \frac{v_л \sin \alpha_1}{\sqrt{v_л^2 + v_т^2 + 2v_л v_т \cos \alpha_1}}.$$

Вычисления: $v = \sqrt{(5\ м/с)^2 + (1{,}25\ м/с)^2 + 2 \cdot 5\ м/с \cdot 1{,}25\ м/с \cdot \cos 120^\circ} = 4{,}51\ м/с;$

$$\sin\beta = \frac{5\ м/с \cdot \sin 120^\circ}{4{,}51\ м/с} = 0{,}96;$$

$\beta = \arcsin 0{,}96;\ \beta = 106^\circ.$

II способ. Направление оси *OX* совпадает с направлением вектора скорости течения реки $\vec{v}_т$ (рис. 1.9, *в*). Векторному равенству (1) соответствуют два скалярных:

$$v_x = v_л \cos\alpha_1 + v_т;$$

$$v_y = v_л \sin\alpha_1.$$

Синус угла β соответственно будет равен: $\sin\beta = \frac{v_y}{v}$, где $v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2}$, т.е.

$$\sin\beta = \frac{v_y}{\sqrt{v_x^2 + v_y^2}};\ \beta = \arcsin\frac{v_y}{\sqrt{v_x^2 + v_y^2}}.$$

Вычисления:
$v_x = 5\ м/с \cdot \cos 120^\circ + 1{,}25\ м/с = -1{,}25\ м/с;$
$v_y = 5\ м/с \cdot \sin 120^\circ = 4{,}33\ м/с;$

$$v = \sqrt{(-1{,}25\ м/с)^2 + (4{,}33\ м/с)^2} = 4{,}51\ м/с;$$

$$\sin\beta = \frac{4{,}33\ м/с}{4{,}51\ м/с} = 0{,}96;\ \beta = \arcsin 0{,}96 = 106^\circ.$$

Ответ: $v = 4{,}51$ м/с; $\beta = 106^\circ$.

9. Человек плывет на моторной лодке вверх по реке и встречает под мостом плот. Через $t_1 = 1$ ч, повернув назад, моторная лодка догоняет плот на расстоянии $S = 5$ км от моста. Считая скорость лодки относительно воды постоянной $v_л = \text{const}$, определите скорость течения реки $v_т$.

Дано	*Решение*
$t_1 = 1$ ч $= 3\,600$ с $S = 5$ км $= 5 \cdot 10^3$ м $v_л = \text{const}$	Скорость моторной лодки v_1 при движении ее против течения: $v_1 = v_л - v_т$. Скорость моторной лодки v_2 при движении ее по течению: $v_2 = v_л + v_т$.
$v_т$ — ?	Скорость плота равна скорости течения реки $v_т$.

За время t_1 лодка проплывет расстояние $S_1 = v_1 t_1 = (v_л - v_т)t_1$ **(1)**.

За время t_1 плот проплывет расстояние $S_2 = v_т t_1$.

За время t_2 от момента поворота назад до встречи с плотом моторная лодка проплывет расстояние $S_3 = v_2 t_2 = (v_л + v_т)t_2$ **(2)**.

За время t_2 плот проплывет расстояние $S_4 = v_т t_2$.

По условию задачи

$S = S_2 + S_4 = v_т t_1 + v_т t_2$, или $S = v_т(t_1 + t_2)$ **(3)**,

откуда

$$v_т = \frac{S}{t_1 + t_2} \quad \textbf{(4)}.$$

Из рис. 1.10 видно, что $S_3 = S_1 + S$ **(5)**.

Подставим в уравнение (5) выражения (1), (2) и (3):

$$(v_л + v_т)t_2 = (v_л - v_т)t_1 + v_т(t_1 + t_2).$$

После преобразований получим

$$v_л t_2 = v_л t_1 \quad \textbf{(6)}.$$

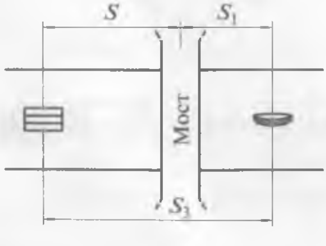


Рис. 1.10

Из выражения (6) следует, что $t_2 = t_1$.

Скорость течения определяем по формуле (4):

$$v_т = \frac{S}{t_1 + t_2} = \frac{S}{2t_1}.$$

Вычисления: $v_т = \dfrac{5 \cdot 10^3 \text{ м}}{2 \cdot 3\,600 \text{ с}} = 0{,}7$ м/с.

Ответ: $v_т = 0{,}7$ м/с.

Ускорение

1. При разбеге по взлетно-посадочной полосе (ВПП) длиной $S = 800$ м самолет ТУ-134 движется с ускорением $a = 2{,}3$ м/с^2. Определите: 1) сколько времени t продолжался разбег; 2) скорость самолета v в момент отрыва от поверхности земли.

Дано	*Решение*
$S = 800$ м $a = 2{,}3$ м/с^2 $v_0 = 0$	Считаем движение самолета по ВПП прямолинейным равноускоренным, для которого при условии $v_0 = 0$ путь S и скорость движения v изменяются по
1) t — ? 2) v — ?	законам: $S = \dfrac{at^2}{2}$ **(1)**; $v = at$ **(2)**.

Из формулы (1) определяем время разбега: $t = \sqrt{\frac{2S}{a}}$ (3).

Подставив (3) в (2), получим $v = a\sqrt{\frac{2S}{a}} = \sqrt{2aS}$.

Вычисления:

$$1)\ t = \sqrt{\frac{2 \cdot 800\ \text{м}}{2{,}3\ \text{м/с}^2}} = 26{,}4\ \text{с};\quad 2)\ v = \sqrt{2 \cdot 2{,}3\ \text{м/с}^2 \cdot 800\ \text{м}} = 60{,}7\ \text{м/с} = 218{,}4\ \text{км/ч}.$$

Ответ: 1) $t = 26{,}4$ с; 2) $v = 218{,}4$ км/ч.

2. Прямолинейное движение тела вдоль оси OX описывается уравнением: $x = 6 + 8t - 2t^2$ [м]. Определите: 1) путь S, пройденный телом за 3 с движения; 2) через какое время t_2 после начала движения тело возвратится в начальную точку.

Дано	***Решение***
$x = 6 + 8t - 2t^2$ [м] $t_1 = 3$ с	1) По условию задачи известно уравнение, по которому изменяется координата тела. Сравнив формулу уравнения равнопеременного движения
1) S — ? 2) t_2 — ?	

$$x = x_0 + v_0 t + \frac{at^2}{2}$$ с заданным, определяем:

$x_0 = 6$ м; $S = x - x_0 = 8t - 2t^2$ [м] $= (8 \cdot 3 - 2 \cdot 9)$ м $= 6$ м.

2) Чтобы определить время t_2, через которое тело возвратится в начальную точку с координатой $x_0 = 6$ м, необходимо, чтобы $x = x_0$, т.е. получим уравнение

$6 = 6 + 8t_2 - 2t_2^2$ или $8t_2 - 2t_2^2 = 0,\ 2t_2(4 - t_2) = 0;$

$t_2 \neq 0$, следовательно, $4 - t_2 = 0$, откуда $t_2 = 4$ с.

Ответ: 1) $S = 6$ м; 2) $t_2 = 4$ с.

3. Лифт, поднимаясь равноускоренно в течение 2 с, достигает скорости 6 м/с, с которой продолжает подъем в течение 4 с. За последующие 4 с равнозамедленного движения лифт останавливается. Определите высоту подъема лифта. Задачу решите графическим способом.

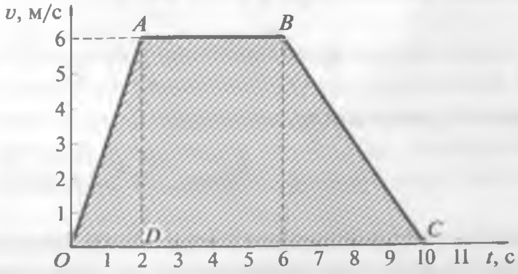
Дано	***Решение***
$v_0 = 0$ $t_1 = 2$ с $v_1 = 6$ м/с $t_2 = 4$ с $v_2 = 6$ м/с $t_3 = 4$ с $v_3 = 0$	
H — ?	

Рис. 1.11

Построим график скорости движения лифта (рис. 1.11). Высота подъема лифта численно равна площади трапеции $OABC$:

$$H = \frac{OC + AB}{2} \cdot AD.$$

$$OC = t_1 + t_2 + t_3,\ AB = t_2,\ AD = v_1 = v_2 = v.$$

Тогда

$$H = \frac{t_1 + t_2 + t_3 + t_2}{2} v = \frac{t_1 + 2t_2 + t_3}{2} v.$$

Вычисления:

$$H = \frac{2\ \text{с} + 2 \cdot 4\ \text{с} + 4\ \text{с}}{2} \cdot 6\ \text{м/с} = 42\ \text{м}.$$

Ответ: $H = 42$ м.

4. На рис. 1.12 представлен график зависимости скорости тела от времени $v = v(t)$. Определите: 1) среднюю путевую скорость тела $\langle v_S \rangle$ за $t = 4$ с движения (графическим и аналитическим способами); 2) момент времени t_1, когда тело изменяет направление движения.

Дано

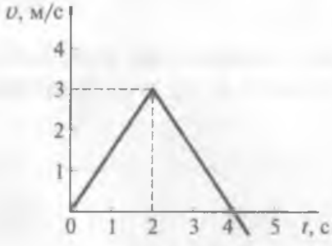


Рис. 1.12

$t = 4$ с

1) $\langle v_S \rangle$ — ? 2) t_1 — ?

Решение

1) **Графический способ.** Путь, пройденный телом за время $t = 4$ с, численно равен площади S, ограниченной графиком $v = v(t)$ и осью времени t.

В данном случае — это площадь треугольника, высота которого $h = 3$ м/с, а основание $a = 4$ с:

$$S = \frac{ah}{2} = \frac{4\ \text{с} \cdot 3\ \text{м/с}}{2} = 6\ \text{м}.$$

Средняя путевая скорость за время $t = 4$ с:

$$\langle v_S \rangle = \frac{S}{t};\quad \langle v_S \rangle = \frac{6\ \text{м}}{4\ \text{с}} = 1{,}5\ \text{м/с}.$$

Аналитический способ. Из рис 1.12 следует, что в интервале времени t_1 от 0 до 2 с тело двигалось равноускоренно. Начальная скорость движения $v_{01} = 0$. Ускорение тела для этого интервала времени $t_1 = 2$ с $-$ 0 с $= 2$ с:

$$a_1 = \frac{v - v_0}{t_1};\quad a_1 = \frac{3\ \text{м/с} - 0}{2\ \text{с}} = 1{,}5\ \text{м/с}^2.$$

За время t_1 тело прошло путь S_1:

$$S_1 = \frac{a_1 t_1^2}{2} = \frac{1{,}5\ \text{м/с}^2 \cdot (2\text{с})^2}{2} = 3\ \text{м}.$$

В интервале времени t_2 от 2 до 4 с тело двигалось равнозамедленно. Начальная скорость при этом движении $v_{02} = 3$ м/с, а конечная $v = 0$. Ускорение тела для этого интервала времени $t_2 = 4$ с $-$ 2 с $= 2$ с:

$$a_2 = \frac{v - v_0}{t_2} = \frac{0 - 3\text{ м/с}}{2\text{ с}} = -1{,}5\text{ м/с}^2.$$

За время t_2 тело прошло путь S_2:

$$S_2 = v_0 t_2 + \frac{a_2 t_2^2}{2} = 3\text{ м/с} \cdot 2\text{ с} - \frac{1{,}5\text{ м/с} \cdot (2\text{ с})^2}{2} = 3\text{ м}.$$

Путь, пройденный телом за $t = t_1 + t_2 = 4$ с, равен: $S = S_1 + S_2 = 3\text{ м} + 3\text{ м} = 6$ м. Средняя путевая скорость

$$\langle v_S \rangle = \frac{S}{t} = \frac{6\text{ м}}{4\text{ с}} = 1{,}5\text{ м/с}.$$

2) При $t = 4$ с $v = 0$, при $t > 4$ с скорость тела отрицательная, следовательно, в момент времени $t_1 = t = 4$ с тело изменяет направление движения.

Ответ: 1) $\langle v_S \rangle = 1{,}5$ м/с; 2) $t_1 = 4$ с.

5. На рис. 1.13 представлен график зависимости координаты прямолинейного движения тела от времени $x(t)$. Постройте график зависимости скорости тела от времени $v = v(t)$.

Дано

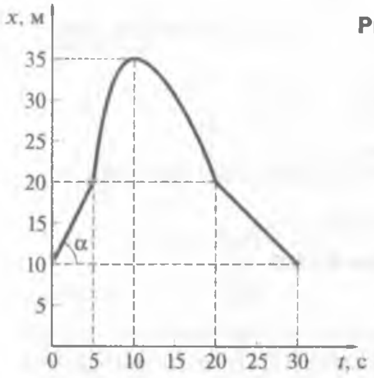


Рис. 1.13

$v(t)$ — ?

Решение

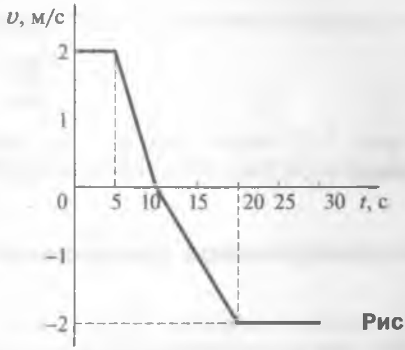


Рис. 1.14

В интервале времени от $t_0 = 0$ до $t_1 = 5$ с движение тела равномерное со скоростью $v_1 = \text{tg}\,\alpha$ в положительном направлении оси OX (рис.1.14):

$$v_1 = \frac{x - x_0}{t_1} = \frac{20\text{ м} - 10\text{ м}}{5\text{ с}} = 2\text{ м/с}.$$

На участке от $t_1 = 5$ с до $t_3 = 20$ с ветви параболы направлены вниз, следовательно, ускорение направлено противоположно скорости движения $\vec{v}_1$.

Точка $t_2 = 10$ с соответствует максимальной координате тела $x_{\max} = 35$ м, скорость тела в этот момент времени равна нулю $v_2 = 0$. Тело изменяет направление движения на противоположное, т.е. при $t > t_2$ тело движется в отрицательном направлении оси OX.

На участке от $t_3 = 20$ с до $t_4 = 30$ с тело движется равномерно со скоростью $|\vec{v}_2| = |\vec{v}_1|$, но $\vec{v}_2 \downarrow\uparrow \vec{v}_1$, т.е. векторы скоростей направлены противоположно (см. рис. 1.14).

Равноускоренное прямолинейное движение

1. На рис.1.15 представлены графики зависимости модулей скоростей трех тел от времени. Определите ускорения, с которыми движутся эти тела.

Дано

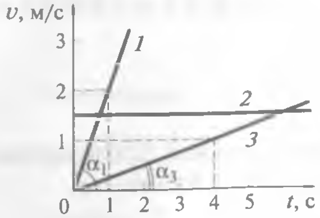


Рис. 1.15

a_1 — ? a_2 — ? a_3 — ?

Решение

Из рис. 1.15 следует, что первое и третье тела движутся равноускоренно и их начальная скорость $v_0 = 0$.

Второе тело движется равномерно, т. е. $v_2 = \text{const}$ и, следовательно, $a_2 = 0$.

Скорость тела при равноускоренном движении, если $v_0 = 0$, определяется по формуле $a = \frac{v}{t} = \operatorname{tg}\alpha$, где α — угол наклона графика $v(t)$ к оси t.

Для первого тела при $t_1 = 1$ с скорость тела $v_0 = 2$ м/с, следовательно:

$$a_1 = \frac{2\ \text{м/с}}{1\ \text{с}} = 2\ \text{м/с}^2.$$

Для третьего тела при $t_3 = 4$ с скорость тела $v_3 = 1$ м/с, следовательно:

$$a_3 = \frac{1\ \text{м/с}}{4\ \text{с}} = 0{,}25\ \text{м/с}^2.$$

Из рис. 1.15 видно, что $\alpha_1 > \alpha_3$, так как $a_1 > a_3$.

Ответ: $a_1 = 2$ м/с^2; $a_2 = 0$; $a_3 = 0{,}25$ м/с^2.

Равнозамедленное прямолинейное движение

1. Скорость самолета ИЛ-18 перед приземлением (посадочная скорость) $v_0 = 220$ км/ч. Определите минимальную длину ВПП, если время торможения (посадки) не должно превышать $t = 1$ мин.

Дано

$v_0 = 220$ км/ч $= 61{,}1$ м/с
$t = 1$ мин $= 60$ с
$v_0 = 0$

S — ?

Решение

Движение самолета по ВПП будем считать прямолинейным равнозамедленным, конечная скорость самолета $v_0 = 0$, т. е. самолет останавливается. Путь S и скорость движения v самолета определяются по формулам: $S = v_0 t + \frac{at^2}{2}$ **(1)**; $v = v_0 + at$ **(2)**.

Из формулы (2) определяем ускорение движения $a = \frac{v - v_0}{t}$; учитывая, что $v_0 = 0$, получим $a = -\frac{v_0}{t}$ **(3)**.

Знак «минус» свидетельствует о том, что движение самолета равнозамедленное. Подставив формулу (3) в формулу (1), получим

$$S = v_0 t - \frac{v_0 t^2}{2t} = \frac{v_0 t}{2}.$$

Вычисления:

$$S = \frac{61{,}1\ \text{м/с} \cdot 60\ \text{с}}{2} = 1\,833\ \text{м}.$$

Ответ: $S = 1\,833$ м.

2. Скорость пули при вылете из дульного среза автомата Калашникова $v_0 = 715$ м/с. Через время $t = 1{,}04$ с скорость пули $v = 334$ м/с. Считая движение пули прямолинейным и равнопеременным, определите: 1) ускорение a, с которым движется пуля; 2) путь S, пролетаемый пулей за время $t = 1{,}04$ с.

Дано	*Решение*
$v_0 = 715$ м/с $t = 1{,}04$ с $v = 334$ м/с 1) a — ? 2) S — ?	Скорость пули изменяется по закону $\bar{v} = \bar{v}_0 + \bar{a}t$, откуда $\bar{a} = \frac{\bar{v} - \bar{v}_0}{t}$ или $a = \frac{v - v_0}{t}$. Путь, пролетаемый пулей, $S = v_0 t + \frac{at^2}{2}$.

Вычисления:

1) $a = \frac{334\ \text{м/с} - 715\ \text{м/с}}{1{,}04\ \text{с}} = -366\ \text{м/с}^2$.

Знак «минус» указывает на то, что движение пули будет равнозамедленным.

2) $S = 715\ \text{м/с} \cdot 1{,}04\ \text{с} - \frac{366\ \text{м/с}^2 \cdot (1{,}04\ \text{с})^2}{2} = 545{,}7\ \text{м}$.

Ответ: 1) $a = -366$ м/с^2; 2) $S = 545{,}7$ м.

3. Прямолинейное движение тела вдоль оси OX описывается уравнением $x = 2 + 4t - t^2$ [м]. Определите: 1) характер движения тела; 2) мгновенную скорость тела через $t_1 = 1$ с от начала движения; 3) момент времени t_2 от начала отсчета, когда тело изменяет направление движения на противоположное.

Дано	*Решение*
$x = 2 + 4t - t^2$ [м] $t_1 = 1$ с 1) a — ? 2) v_1 — ? 3) t_2 — ?	1) Сравним формулу уравнения равнопеременного движения: $x = x_0 + v_0 t + \frac{at^2}{2}$ [м] **(1)** с уравнением, данным в условии задачи: $x = 2 + 4t - t^2$ [м] **(2)**.

Из уравнений (1) и (2) определяем: $x_0 = 2$ м; $v_0 = 4$ м/с; $a = -2$ м/с^2.

Тело движется равнозамедленно с ускорением $a = -2$ м/с^2.

2) Скорость тела v в любой момент времени определяется по формуле: $v = v_0 + at$ **(3)**.

Зная, что $v_0 = 4$ м/с, $a = -2$ м/с^2, имеем: $v = 4\ \text{м/с} - 2\ \text{м/с}^2 \cdot 1\ \text{с} = 2\ \text{м/с}$.

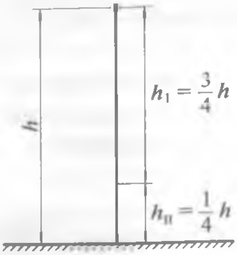


Рис. 1.19

Приравняв правые части выражений (1) и (3), получим

$$\frac{gt^2}{2} = \frac{2g(t-t_п)^2}{3}, \text{ или } 3t^2 = 4(t - t_п)^2 \ \mathbf{(4)}.$$

По условию задачи $t_п$ = 1 с, поэтому выражение (4) примет вид

$$3t^2 = 4(t - 1)^2, \text{ или } 3t^2 = 4(t^2 - 2t_п + 1).$$

Получаем квадратное уравнение

$$t^2 - 8t + 4 = 0.$$

Решение этого уравнения

$$t_{1,2} = \frac{8 \pm \sqrt{64 - 4 \cdot 4}}{2}; \quad t_1 = \frac{8 + 6{,}9}{2} \approx 7{,}5 \text{ с}; \quad t_2 = \frac{8 - 6{,}9}{2} = 0{,}5 \text{ с}.$$

По условию задачи $t > 1$ с, следовательно, t = 7,5 с. По формуле (1):

$$h = \frac{9{,}8 \text{ м/с}^2 \cdot (7{,}5 \text{ с})^2}{2} = 275{,}6 \text{ м}.$$

Ответ: 1) t = 7,5 с; 2) h = 275,6 м.

3. Тело брошено вертикально вверх с начальной скоростью v_0 = 20 м/с. Определите: 1) v_1, v_2 — скорости тела в моменты времени t_1 = 2 с, t_2 = 3,5 с от начала движения; 2) h_{max} — максимальную высоту, на которую поднимется тело.

Дано	***Решение***
v_0 = 20 м/с t_1 = 2 с t_2 = 3,5 с	
1) v_1 — ? v_2 — ? 2) h_{max} — ?	

Считаем, что ось OY направлена снизу вверх. Начало отсчета O совмещаем с точкой бросания (рис. 1.20).

Проекции векторов $\bar{v}_1$ и $\bar{v}_2$ на ось OY определяются по формулам: $v_{1y} = v_0 - gt_1$ **(1)**; $v_{2y} = v_0 - gt_2$ **(2)**.

В момент времени t_{max}, соответствующий максимальному подъему тела над точкой бросания O, скорость тела равна нулю: $v = v_0 - gt_{max} = 0$.

Откуда $t_{max} = \frac{v_0}{g}$ **(3)**.

Максимальная высота подъема тела над точкой бросания

$$h_{max} = y_{max} = v_0 t_{max} - \frac{gt_{max}^2}{2} \ \mathbf{(4)}.$$

Подставив формулу (3) в (4), получим

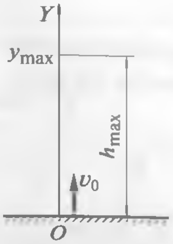


Рис. 1.20

$$h_{max} = \frac{v_0 v_0}{g} - \frac{gv_0^2}{2g^2} = \frac{v_0^2}{2g}.$$

Вычисления:

$v_{1y} = v_1$ = 20 м/с – 9,8 м/с^2 · 2 с = 0,4 м/с.

Направление вектора $\bar{v}_{1y}$ совпадает с положительным направлением оси OY, т.е. тело еще не достигло максимальной высоты подъема.

$v_{2y} = v_2$ = 20 м/с – 9,8 м/с^2 · 3,5 с = –14,3 м/с.

Знак «минус» указывает на то, что вектор $\vec{v}_{2y}$ направлен вниз.

$$h_{\max} = \frac{(20\ \text{м/с})^2}{2 \cdot 9{,}8\ \text{м/с}^2} = 20{,}4\ \text{м}.$$

Ответ: 1) $v_1 = 0{,}4$ м/с; $v_2 = -14{,}3$ м/с; 2) $h_{\max} = 20{,}4$ м.

4. Тело брошено вертикально вверх с начальной скоростью $v_{01} = 10$ м/с. Когда оно достигло наивысшей точки траектории, из того же начального пункта с начальной скоростью $v_{02} = 10$ м/с брошено второе тело. Определите, на какой высоте относительно поверхности земли тела встретятся.

Дано	***Решение***
$v_0 = v_{01} = v_{02} = 10$ м/с $y_{01} = y_{\max}$ $y_{02} = 0$ $g = 9{,}8$ м/с^2	Считаем, что координатная ось OY направлена вверх. Начало отсчета O совмещаем с точкой бросания (рис. 1.21). Тогда уравнения движения первого $y_1(t)$ и второго $y_2(t)$ тел имеют вид: $y_1 = y_{01} - \frac{gt_1^2}{2}$ **(1)**; $y_2 = v_0 t_2 - \frac{gt_2^2}{2}$ **(2)**.
h — ?	

В момент встречи тел их координаты равны: $y_1 = y_2$, и время движения до встречи $t_1 = t_2$, следовательно:

$$y_{01} - \frac{gt_1^2}{2} = v_0 t_1 - \frac{gt_1^2}{2}, \text{ или } y_{01} = v_0 t_1, \text{ откуда } t_1 = \frac{y_{01}}{v_0} \quad \textbf{(3)}.$$

По условию задачи $y_{01} = y_{\max} = \frac{v_0^2}{2g}$ **(4)** — максимальная высота подъема тела, брошенного вертикально вверх с начальной скоростью v_0.

Подставив (4) в (3), получим: $t_1 = \frac{v_0^2}{2gv_0} = \frac{v_0}{2g}$ **(5)**.

Высоту h, на которой встретятся тела, определим, подставив формулу (5) в уравнение (2):

$$h = y_2 = \frac{v_0 v_0}{2g} - \frac{gv_0^2}{2 \cdot 4g^2} = \frac{3}{8}\frac{v_0^2}{g}.$$

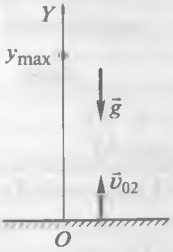


Рис. 1.21

Вычисления: $h = \frac{3 \cdot (10\ \text{м/с})^2}{8 \cdot 9{,}8\ \text{м/с}^2} = 3{,}83$ м.

Ответ: $h = 3{,}83$ м.

Движение тела, брошенного под углом к горизонту

1. С башни высотой $h = 49$ м в горизонтальном направлении брошен камень со скоростью $v_0 = 5$ м/с. Определите, на каком расстоянии S от башни камень упал на поверхность земли.

Дано	***Решение***
$h = 49$ м $v_0 = 5$ м/с	Начало отсчета O системы координат помещаем в точку, из которой камень начал двигаться. Ось OY направляем вертикально вниз, а ось OX направляем
S — ?	

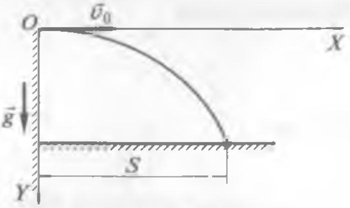


Рис. 1.22

таким образом, чтобы вектор $\vec{v}_0$ скорости лежал в плоскости XOY (рис. 1.22). Движение камня происходит в плоскости XOY.

Движение камня вдоль оси OX будет равномерным со скоростью $v_{0x} = v_0 = \text{const}$, вдоль оси OY — равноускоренным с ускорением свободного падения $\vec{g}$, начальная скорость $v_{0y} = 0$; $v_y = gt$.

Расстояние S, на котором камень упал от башни: $S = v_{0x}t = v_0t$ (**1**), где t — время падения камня.

Время падения определяем из формулы $h = \frac{gt^2}{2}$, откуда $t = \sqrt{\frac{2h}{g}}$ (**2**).

Подставив формулу (2) в формулу (1), получим $S = v_0\sqrt{\frac{2h}{g}}$.

Вычисления: $S = 5\text{ м/с}\sqrt{\frac{2 \cdot 49\text{ м}}{9{,}8\text{ м/с}^2}} = 15{,}8\text{ м}$.

Ответ: $S = 15{,}8$ м.

2. Мяч брошен горизонтально со скоростью v_0. Через $t = 2$ с скорость мяча v была направлена под углом $\alpha = 45°$ к горизонту. Определите: 1) модуль начальной скорости v_0; 2) скорость v в момент времени $t = 2$ с.

Дано	*Решение*
$t = 2$ с $\alpha = 45°$ 1) v_0 — ? 2) v — ?	За начало отсчета времени примем момент бросания мяча $t_0 = 0$. В этот момент проекции скорости на оси координат равны: $v_{0x} = v_0$; $v_{0y} = 0$, а через время t (рис. 1.23): $v_x = v_0$; $v_y = gt$.

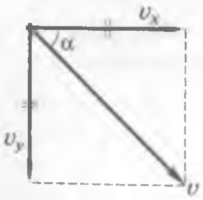


Рис. 1.23

Из рис. 1.23 видно, что $v_x = v_y$ (**1**), так как $\alpha = 45°$, т.е. $v_x = gt$ (**2**).

Скорость v в момент времени t (см. рис. 1.23): $v = v_y = v_x$.

Модуль скорости $v = \sqrt{v_y^2 + v_x^2}$; с учетом формул (1) и (2) получим $v = \sqrt{(gt)^2 + (gt)^2} = gt\sqrt{2}$ (**3**).

Вычисления:

1) $v_0 = 9{,}8\text{ м/с}^2 \cdot 2\text{ с} = 19{,}6\text{ м/с}$;

2) $v = 9{,}8\text{ м/с}^2 \cdot 2\text{ с} \cdot \sqrt{2} = 27{,}6\text{ м/с}$.

Ответ: 1) $v_0 = 19{,}6$ м/с; 2) $v = 27{,}6$ м/с.

3. С вертолета, летящего горизонтально на высоте $h = 400$ м, сброшен груз, который падает на расстоянии $S = 150$ м по горизонтальному направлению от места бросания. Определите горизонтальную скорость v_0 вертолета в момент бросания груза.

Дано	***Решение***
$h = 400$ м $S = 150$ м v_0 — ?	Начало отсчета O системы координат помещаем в точку, из которой груз начал движение. Ось OY направляем вертикально вниз, а ось OX направляем таким образом, чтобы вектор $\bar{v}_0$ скорости вертолета, а значит и груза, лежал в плоскости XOY.

Движение груза вдоль оси OX будет равномерным со скоростью $v_{0x} = v_0 = \text{const}$. Расстояние S, на котором груз упадет от места бросания: $S = v_0 t$ (**1**), где

$t = \sqrt{\frac{2h}{g}}$ (**2**) — время падения груза.

Подставив формулу (2) в уравнение (1), получим $S = v_0\sqrt{\frac{2h}{g}}$ (**3**), откуда

$$v_0 = \frac{S}{\sqrt{\frac{2h}{g}}} = \frac{S\sqrt{g}}{\sqrt{2h}}.$$

Вычисления: $v_0 = \dfrac{150\text{ м}\sqrt{9{,}8\text{ м/с}^2}}{\sqrt{2\cdot 400\text{ м}}} = 16{,}7$ м/с.

Ответ: $v_0 = 16{,}7$ м/с.

4. Мяч брошен с начальной скоростью $v_0 = 10$ м/с под углом $\alpha = 60°$ к горизонту. Определите максимальную высоту подъема тела $h_{\max}$ и дальность полета S мяча.

Дано	***Решение***
$v_0 = 10$ м/с $\alpha = 60°$ $h_{\max}$ — ? S — ?	Движение тела, брошенного под углом α к горизонту, рассматриваем как равномерное вдоль оси OX со скоростью $v_x = v_{0x} = v_0 \cos\alpha$ (**1**) и равнопеременное с ускорением свободного падения g вдоль оси OY с

начальной скоростью $v_{0y} = v_0 \sin\alpha$ (рис. 1.24); $v_y = v_{0y}t - gt$, или $v_y = v_0 t \sin\alpha - gt$ (**2**).

Траекторией движения мяча является парабола, проходящая через начало координат, т.е. $y = 0$ при $x = 0$.

Время подъема мяча на максимальную высоту $h_{\max}$ находим из условия $v_y = 0$, т.е. скорость мяча в точке M:

$v_0 t_{\max} \sin\alpha - g t_{\max} = 0$, откуда $t_{\max} = \dfrac{v_0 \sin\alpha}{g}$ (3).

Максимальная высота подъема определяется по формуле $h = v_{0y}t - \dfrac{gt^2}{2}$ при условии $t = t_{\max} = \dfrac{v_0 \sin\alpha}{g}$; $h_{\max} = \dfrac{v_0^2 \sin^2\alpha}{g} - \dfrac{v_0^2 \sin^2\alpha}{2g} = \dfrac{v_0^2 \sin^2\alpha}{2g}$ (4).

Так как парабола симметрична относительно вершины, т.е. точки M, время полета мяча $t_п$ до точки A в два раза больше времени его подъема на максимальную высоту $h_{\max}$: $t_п = 2t_{\max} = \dfrac{2v_0 \sin\alpha}{g}$ (5).

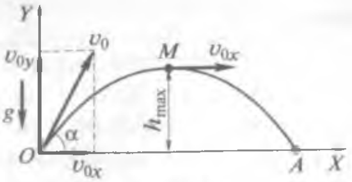


Рис. 1.24

Дальность полета S определяется по формуле

$$S = v_{0x}t_{\text{п}} = \frac{2v_0^2\cos\alpha\sin\alpha}{g}.$$

Учитывая, что $2\cos\alpha\sin\alpha = \sin 2\alpha$, получим

$$S = \frac{v_0^2\sin 2\alpha}{g} \quad \textbf{(6)}.$$

Вычисления:

$$h_{\max} = \frac{(10\ \text{м/с})^2\sin^2 60^\circ}{2\cdot 9{,}8\ \text{м/с}^2} = 3{,}8\ \text{м}; \quad S = \frac{(10\ \text{м/с})^2\sin 120^\circ}{9{,}8\ \text{м/с}^2} = 8{,}8\ \text{м}.$$

Ответ: $h_{\max} = 3{,}8$ м; $S = 8{,}8$ м.

5. С отвесного берега высотой $h = 20$ м бросили камень со скоростью $v_0 = 12$ м/с под углом $\alpha = 30^\circ$ к горизонту. Определите, на каком расстоянии S от берега камень упадет в воду, т.е. найдите дальность полета камня.

Дано	***Решение***
$h = 20$ м $v_0 = 12$ м/с $\alpha = 30^\circ$	Траектория движения камня имеет вид, изображенный на рис. 1.25. Движение камня вдоль оси OX — равномерное со скоростью $v_{0x} = v_0\cos\alpha$, вдоль оси OY — равноускоренное с ускорением g и начальной скоростью $v_{0y} = v_0\sin\alpha$.
S — ?	

Дальность полета камня: $S = v_{0x}t = v_0t\cos\alpha$ **(1)**.

За время t камень проходит по вертикали путь $h = v_{0y}t + \frac{gt^2}{2} = v_0t\sin\alpha + \frac{gt^2}{2}$ **(2)**.

Из уравнения (2) определяем время движения камня, для этого перепишем его в виде

$$\frac{gt^2}{2} + v_0t\sin\alpha - h = 0.$$

Находим решение квадратного уравнения:

$$\frac{9{,}8t^2}{2} + 12t\sin 30^\circ - 20 = 0;$$

$$4{,}9t^2 + 6t - 20 = 0;$$

$$t_{1,2} = \frac{-6\pm\sqrt{6^2 + 4\cdot 4{,}9\cdot 20}}{9{,}8};$$

$$t_1 = \frac{-6 + 20{,}7}{9{,}8} = 1{,}5\,\text{с}.$$

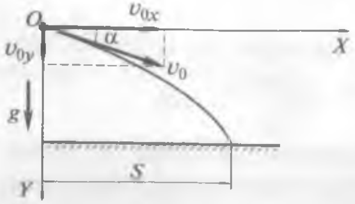


Рис. 1.25

Второе решение $t_2 = -2{,}7$ с не имеет физического смысла. Следовательно, $t = 1{,}5$ с.

Вычисления: $S = 12$ м/с $\cdot$ 1,5 с $\cdot \cos 30° = 15{,}6$ м.
Ответ: $S = 15{,}6$ м.

6. Определите угол α, под которым тело брошено к горизонту, если дальность полета S в четыре раза больше максимальной высоты подъема $h_{\max}$.

Дано	*Решение*
$S = 4h_{\max}$	Момент времени $t_{\max}$, соответствующий максимальной высоте подъема тела (см. рис. 1.24), определяется из условия:
α — ?	

$v_y = 0$, т. е. $v_0 \sin\alpha - gt_{\max} = 0$, откуда $t_{\max} = \dfrac{v_0 \sin\alpha}{g}$.

Высота подъема тела: $h = v_{0y}t - \dfrac{gt^2}{2} = v_0 t \sin\alpha - \dfrac{gt^2}{2}$.

Для максимальной высоты

$$t = t_{\max} = \frac{v_0 \sin\alpha}{g}, \quad h_{\max} = v_0 \frac{v_0 \sin\alpha}{g} \sin\alpha - \frac{gv_0^2 \sin^2\alpha}{2g^2} = \frac{v_0^2 \sin^2\alpha}{2g}.$$

Время подъема тела до максимальной высоты равно времени падения, поэтому время движения тела от точки O до A:

$$t = 2t_{\max} = \frac{2v_0 \sin\alpha}{g}.$$

Дальность полета тела

$$S = v_{0x}t = v_0 \cos\alpha \frac{2v_0 \sin\alpha}{g} = \frac{v_0^2 \sin 2\alpha}{g} \quad (\mathbf{1}).$$

По условию задачи $S = 4h_{\max}$, т. е.

$\dfrac{v_0^2 \sin 2\alpha}{g} = \dfrac{4v_0^2 \sin^2\alpha}{2g}$, откуда $\sin 2\alpha = 2\sin^2\alpha$ или $2\sin\alpha\cos\alpha = 2\sin^2\alpha$, т. е. $\cos\alpha = \sin\alpha$, следовательно, $\operatorname{tg}\alpha = 1$, $\alpha = \operatorname{arctg} 1$, $\alpha = 45°$.

Ответ: $\alpha = 45°$.

Равномерное движение по окружности

1. Определите длину l минутной стрелки Кремлевских курантов, если ее конец движется с линейной скоростью $v = 6 \cdot 10^{-3}$ м/с.

Дано	*Решение*
$v = 6 \cdot 10^{-3}$ м/с $T = 1$ ч $= 3\,600$ с	Между линейной v и угловой ω скоростями существует связь: $v = \omega r$ (**1**), где $r = l$.
l — ?	Угловая скорость определяется по формуле $\omega = 2\pi\nu$ (**2**), где ν — частота; $\nu = \dfrac{1}{T}$ (**3**).

Таким образом, $\omega = \dfrac{2\pi}{T}$ (**4**).

Подставив формулу (4) в уравнение (1), получим: $v = \frac{2\pi l}{T}$, откуда $l = \frac{vT}{2\pi}$.

Вычисления: $l = \frac{6\cdot 10^{-3}\ \text{м/с}\cdot 3\,600\ \text{с}}{2\cdot 3{,}14} = 3{,}38$ м.

Ответ: $l = 3{,}38$ м.

2. Колеса велосипеда диаметром $d = 80$ см вращаются, делая $\nu = 120$ об/мин. Определите v — линейную скорость колес велосипеда.

Дано	***Решение***
$d = 80$ см $= 0{,}8$ м $\nu = 120$ об/мин $=$ $= 2\ \text{с}^{-1}$	Линейная скорость v определяется по формуле $v = \omega r$, где ω — угловая скорость; $\omega = 2\pi\nu$; $r = d/2$.
v — ?	Таким образом, $v = \frac{2\pi\nu d}{2}$.

Вычисления: $v = \frac{2\cdot 3{,}14\cdot 2\ \text{с}^{-1}\cdot 0{,}4\ \text{м}}{2} = 3{,}9$ м/с.

Ответ: $v = 3{,}9$ м/с.

3. Определите радиус вращающегося диска R, если известно, что линейная скорость v_1 точек обода в 2,5 раза больше линейной скорости v_2 точек, находящихся на 6 см ближе к оси диска.

Дано	***Решение***
$v_1 = 2{,}5v_2$ $d = 6$ см $= 6\cdot 10^{-2}$ м	Для любого момента времени, независимо от того, постоянна или переменна во времени угловая скорость ω, между линейной v и угловой ω скоростями существует связь $v = \omega R$ **(1)**.
R — ?	

Угловая скорость ω всех точек вращающегося диска одинакова, следовательно: $v_1 = \omega R$ **(2)**; $v_2 = \omega(R - d)$ **(3)**.

Учитывая, что $v_1 = 2{,}5v_2$, получим $\omega R = 2{,}5\omega(R - d)$, или $R = 2{,}5(R - d)$ **(4)**.

Решив уравнение (4) относительно R, имеем: $R = \frac{5}{3}d$.

Вычисления: $R = \frac{5\cdot 6\cdot 10^{-2}\text{м}}{3} = 0{,}1$ м.

Ответ: $R = 0{,}1$ м.

4. Определите угловую и линейную скорости точек земной поверхности на экваторе, на широте 60° и на полюсе. Радиус Земли $R_{\oplus} = 6{,}37\cdot 10^6$ м.

Дано	***Решение***
$T = 24$ ч $= 8{,}64\cdot 10^4$ с $R_{\oplus} = 6{,}37\cdot 10^6$ м $\varphi = 60° = \frac{\pi}{3}$	Считаем, что ось вращения Земли проходит через ее полюса (рис. 1.26). Период вращения Земли $T = 1$ сут $= 24$ ч $= 8{,}64\cdot 10^4$ с. Знал период вращения Земли, определим угловую скорость ω точек земной поверхности: $\omega = \frac{2\pi}{T}$ **(1)**.
$\omega_э$ — ? $v_э$ — ? ω_φ — ? v_φ — ? $\omega_п$ — ? $v_п$ — ?	

Но! Точки полюсов лежат на оси вращения, т. е. неподвижны, поэтому их угловая скорость $\omega_п$, а следовательно, и линейная $v_п$ равны нулю: $\omega_п = 0$; $v_п = 0$.

Угловая ω и линейная v скорости связаны соотношением $v = \omega R$, или с учетом соотношения (1) $v = \frac{2\pi R}{T}$ **(2)**, где R — радиус окружности, по которой движется точка земной поверхности (см. рис. 1.26).

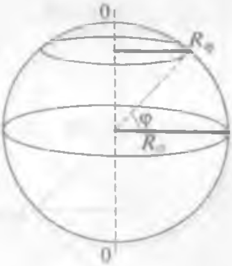


Рис. 1.26

Для точек экватора $R_э = R_\oplus$.

Для точек, лежащих на широте $\varphi = \frac{\pi}{3}$, $R_\varphi = R_\oplus \cos\varphi$.

Таким образом, согласно формуле (2):

$$v_э = \frac{2\pi R_\oplus}{T}; \quad v_\varphi = \frac{2\pi R_\oplus \cos\varphi}{T}.$$

Вычисления:

$$\omega_э = \omega_\varphi = \frac{2 \cdot 3{,}14}{8{,}64 \cdot 10^4 \text{ с}} = 7{,}26 \cdot 10^{-5} \text{ с}^{-1};$$

$$v_э = \frac{2 \cdot 3{,}14 \cdot 6{,}37 \cdot 10^6 \text{ м}}{8{,}64 \cdot 10^4 \text{ с}} = 462{,}46 \text{ м/с}; \quad v_\varphi = \frac{2 \cdot 3{,}14 \cdot 6{,}37 \cdot 10^6 \text{ м} \cdot \cos\frac{\pi}{3}}{8{,}64 \cdot 10^4 \text{ с}} = 231{,}23 \text{ м/с}.$$

Ответ: $\omega_э = \omega_\varphi = 7{,}26 \cdot 10^{-5}$ с$^{-1}$; $\omega_п = 0$; $v_э = 462{,}46$ м/с; $v_\varphi = 231{,}23$ м/с; $v_п = 0$.

5. Материальная точка M начинает двигаться по окружности радиусом $r = 20$ см с постоянным тангенциальным ускорением $a_\tau = 8 \cdot 10^{-3}$ м/с^2. Определите: 1) через какой промежуток времени Δt вектор ускорения $\bar{a}$ образует с вектором линейной скорости $\bar{v}$ угол $\alpha = 60°$; 2) на какой угол $\Delta\varphi$ повернется за время Δt радиус-вектор этой точки.

Дано	***Решение***
$r = 20$ см $= 0{,}2$ м $a_\tau = 8 \cdot 10^{-3}$ м/с^2 $\alpha = 60° = \frac{\pi}{3}$ 1) Δt — ? 2) $\Delta\varphi$ — ?	Движение материальной точки по окружности постоянного радиуса характеризуется: • тангенциальным ускорением $\bar{a}_\tau$, направленным, как и линейная скорость $\bar{v}$, по касательной к данной точке траектории: $\bar{a}_\tau = \text{const}$.

Считаем, что в начальный момент времени $t_0 = 0$, $v_0 = 0$; $v = a_\tau t$ **(1)**;

• нормальным ускорением a_n, направленным по радиусу к центру окружности ($a_n \perp a_\tau$): $a_n = \frac{v^2}{r}$ или с учетом (1) $a_n = \frac{a_\tau^2 t^2}{r}$ **(2)**.

Из соотношения (2) следует, что нормальное ускорение непрерывно возрастает со временем, следовательно, вектор полного ускорения $\bar{a}$ со временем изменяется как по модулю, так и по направлению.

Из рис. 1.27 следует, что $\operatorname{tg}\alpha = \frac{a_n}{a_\tau}$ или с учетом (2): получим $\operatorname{tg}\alpha = \frac{a_\tau t^2}{r}$ **(3)**.

Из формулы (3) определяем промежуток времени $\Delta t = t = \sqrt{\frac{r \operatorname{tg}\alpha}{a_\tau}}$ **(4)**.

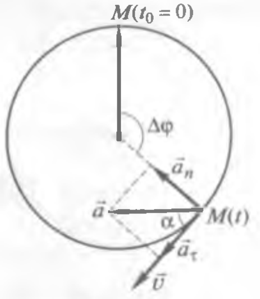


Рис. 1.27

За время $\Delta t = t$ материальная точка пройдет путь S по дуге окружности $S = \frac{a_\tau t^2}{2}$ (**5**), что соответствует повороту радиуса-вектора на угол $\Delta\varphi = \frac{S}{r}$ (**6**).

Подставив (5) в (6), получим $\Delta\varphi = \frac{a_\tau t^2}{2r}$ (**7**).

После подстановки (4) в (7) имеем: $\Delta\varphi = \frac{\operatorname{tg}\alpha}{2}$ (рад); $\operatorname{tg}\frac{\pi}{3} = 1,73$.

Вычисления:

1) $\Delta t = \sqrt{\frac{0,2\,\text{м}\cdot 1,73}{8\cdot 10^{-3}\ \text{м/с}^2}} = 6,6$ с;

2) $\Delta\varphi = \frac{1,73}{2} = 0,87$ рад, или $\Delta\varphi = 50^c$.

Ответ: 1) $\Delta t = 6,6$ с; 2) $\Delta\varphi = 50°$.

6. Тело брошено горизонтально с начальной скоростью v_0. Определите нормальное a_n и тангенциальное a_τ ускорения тела в произвольной точке траектории.

Дано	*Решение*
v_0	
a_n — ? a_τ — ?	

Оси координат выбираем так, как показано на рис. 1.28. Полным ускорением движущегося тела будет $\vec{g}$ — ускорение свободного падения. Оно направлено вертикально вниз и постоянно по величине.

Из рис. 1.28 определяем:

- нормальное ускорение $a_n = g\sin\alpha$ (**1**);
- тангенциальное ускорение $a_\tau = g\cos\alpha$ (**2**).

Угол α — это угол между векторами $\vec{a}_\tau$ и $\vec{g}$. Величина угла зависит от положения точки A на траектории: $\sin\alpha = \frac{v_x}{v}$ (**3**); $\cos\alpha = \frac{v_y}{v}$ (**4**), где v — линейная скорость движущегося тела; v_x и v_y — ее проекции на оси OX и OY соответственно.

Векторы линейной скорости движущегося тела и тангенциального ускорения сонаправлены, т.е. $\vec{a}_\tau \uparrow\uparrow \vec{v}$.

Движение тела вдоль оси OX равномерное, поэтому $v_x = v_0 = \text{const}$ (**5**); вдоль оси OY — равноускоренное, с ускорением g, поэтому $v_y = gt$ (**6**). Линейная скорость движущегося тела $v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2}$ или с учетом (5) и (6) получим: $v = \sqrt{v_0^2 + g^2t^2}$ (**7**).

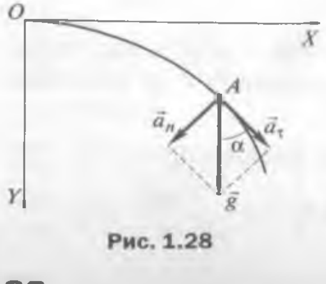


Рис. 1.28

Следовательно,

$$\sin\alpha = \frac{v_0}{\sqrt{v_0^2 + g^2t^2}}\ (\mathbf{8});\quad \cos\alpha = \frac{gt}{\sqrt{v_0^2 + g^2t^2}}\ (\mathbf{9}).$$

Подставив найденные значения $\sin\alpha$ и $\cos\alpha$ в (1) и (2), найдем:

$$a_n = \frac{gv_0}{\sqrt{v_0^2 + g^2t^2}} \ \textbf{(10)}; \ a_\tau = \frac{g^2t}{\sqrt{v_0^2 + g^2t^2}} \ \textbf{(11)}.$$

При $t = 0$, т.е. в начальный момент времени, $a_{n0} = g$, $a_{\tau 0} = 0$.

По мере падения тела t увеличивается, при этом a_n убывает, так как увеличивается радиус кривизны траектории, а a_τ возрастает.

Ответ: $a_n = \dfrac{gv_0}{\sqrt{v_0^2 + g^2t^2}}$; $a_\tau = \dfrac{g^2t}{\sqrt{v_0^2 + g^2t^2}}$.

7. Мяч брошен горизонтально со скоростью v_0. Через $t = 2$ с скорость мяча v была направлена под углом 45° к горизонту. Определите: 1) a_n — нормальное (центростремительное) и a_τ — тангенциальное (касательное) ускорения в момент времени $t = 2$ с; 2) R — радиус кривизны траектории движения мяча в момент времени $t = 2$ с.

Дано	*Решение*
$t = 2$ с $\alpha = 45°$	Направление вектора тангенциального ускорения $\vec{a}_\tau$ совпадает с направлением вектора линейной скорости $\vec{v}$, следовательно, через $t = 2$ с вектор $\vec{a}_\tau$ направлен под углом $\alpha = 45°$ к горизонту.
1) a_n — ? a_τ — ? 2) R — ?	

Вектор нормального (центростремительного) ускорения $\vec{a}_n$ перпендикулярен вектору тангенциального ускорения $\vec{a}_\tau$, т.е. $\vec{a}_n \perp \vec{a}_\tau$, причем $\vec{a}_n + \vec{a}_\tau = \vec{g}$ (рис. 1.29).

Вектор ускорения свободного падения $\vec{g}$ направлен вертикально вниз, т.е. перпендикулярно оси OX. Из рис. 1.29 видно, что $|\vec{a}_n| = |\vec{a}_\tau|$, так как $\alpha = 45°$; $g^2 = a_n^2 + a_\tau^2$, следовательно, $a_n = a_\tau = \dfrac{g}{\sqrt{2}}$ **(1)**.

Нормальное (центростремительное) ускорение определяется по формуле: $a_n = \dfrac{v^2}{R}$ **(2)**.

Из формулы (2) найдем радиус кривизны траектории $R = \dfrac{v^2}{a_n}$ или с учетом формулы (1) $R = \dfrac{\sqrt{2}v^2}{g}$ **(3)**.

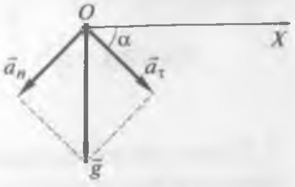


Рис. 1.29

Скорость $v = \sqrt{v_0^2 + g^2t^2}$ (см. решение предыдущей задачи).

Угол $\alpha = 45°$, поэтому $|v_0| = |gt|$, следовательно, $v = gt\sqrt{2}$ **(4)**.

Вычисления:

1) $a_n = a_\tau = \dfrac{9{,}8 \text{ м/с}^2}{\sqrt{2}} = 6{,}9 \text{ м/с}^2$;

2) $v = 9{,}8 \text{ м/с}^2 \cdot 2 \text{ с} \cdot \sqrt{2} = 27{,}6 \text{ м/с}$; $R = \dfrac{\sqrt{2} \cdot (27{,}6 \text{ м/с})^2}{9{,}8 \text{ м/с}^2} = 110$ м.

Ответ: 1) $a_n = a_\tau = 6{,}9 \text{ м/с}^2$; 2) $R = 110$ м.

Глава 2

ЗАКОНЫ МЕХАНИКИ НЬЮТОНА

Первый закон Ньютона

1 На пруду находится неподвижный плот массой $M = 1\,000$ кг и длиной $l = 10$ м. На противоположных концах плота стоят два человека массами $m_1 = 80$ кг и $m_2 = 50$ кг. Определите смещение плота относительно дна пруда в момент, когда первый человек сместится на середину плота, т. е. в точку A (рис. 2.1). Сопротивление воды не учитывать. Плот считать однородным телом.

Дано	*Решение*
$M = 1\,000$ кг $l = 10$ м $m_1 = 80$ кг $m_2 = 50$ кг $v = 0$	Система тел «плот (M) — первый человек (m_1) — второй человек (m_2)» замкнутая, так как внешние силы на эту систему тел не действуют. Скорость центра масс системы тел, составляющих замкнутую систему, остается постоянной по величине и направлению (первый закон Ньютона), т. е. $\vec{v} = \text{const}$.
x — ?	

В рассматриваемом случае $v = 0$, следовательно, координаты центра массы системы не изменяются. Положительное направление оси OX совпадает с направлением движения первого человека, ось OY направлена вверх, перпендикулярно оси OX. Начало координат системы поместим в точку дна пруда, лежащую под первым человеком до его перемещения (см. рис. 2.1).

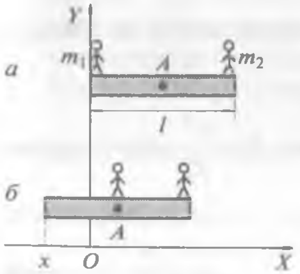


Рис. 2.1

Координата x_C центра массы системы определяется по формуле:

$$x_C = \frac{\sum\limits_{i=1}^{n} m_i x_i}{\sum\limits_{i=1}^{n} m_i}; \quad y_C = \text{const}.$$

В первом положении (рис. 2.1, *а*):

$$x_C = \frac{M \cdot \frac{l}{2} + m_1 \cdot 0 + m_2 l}{M + m_1 + m_2} \quad (1).$$

После перемещения первого человека в точку A (середина плота), плот переместится относительно дна на x (рис. 2.1, *б*). Во втором положении:

$$x_C = \frac{M\left(\frac{l}{2} - x\right) + m_1\left(\frac{l}{2} - x\right) + m_2(l - x)}{M + m_1 + m_2} \quad (2).$$

В вертикальном направлении плот не перемещается. Приравняв правые части уравнений (1) и (2) (так как левые части равны), получим

$$\frac{M\frac{l}{2}+m_1\cdot 0+m_2 l}{M+m_1+m_2}=\frac{M\left(\frac{l}{2}-x\right)+m_1\left(\frac{l}{2}-x\right)+m_2(l-x)}{M+m_1+m_2}\quad (3).$$

Решив уравнение (3) относительно x, получим $x=\frac{m_1}{2(M+m_1+m_2)}l$.

Вычисления: $x=\frac{80\text{ кг}\cdot 10\text{ м}}{2(1\,000\text{ кг}+80\text{ кг}+50\text{ кг})}=0{,}35$ м.

Ответ: $x=0{,}35$ м.

Сила

1. На тело действуют две силы $\vec{F}_1$ и $\vec{F}_2$, приложенные в одной точке и направленные под углом α друг к другу. Определите равнодействующую $\vec{F}$ этих сил.

Дано	*Решение*
$\vec{F}_1$ $\vec{F}_2$ α $\vec{F}$ — ?	Равнодействующая $\vec{F}$ сил $\vec{F}_1$ и $\vec{F}_2$ равна их векторной сумме: $\vec{F}=\vec{F}_1+\vec{F}_2$ (**1**).

Чтобы найти модуль вектора $\vec{F}$, т.е. $|\vec{F}|=F$ — положительное направление оси OX направим вдоль силы $\vec{F}_1$ (рис. 2.2). Тогда $F=\sqrt{F_x^2+F_y^2}$ (**2**), где F_x и F_y — проекции силы F на оси OX и OY. Проекция силы $\vec{F}$ на соответствующую ось равна сумме проекций сил $\vec{F}_1$ и $\vec{F}_2$ на эту ось: $F_x=F_{1x}+F_{2x}$; $F_y=F_{1y}+F_{2y}$.

Из рис. 2.2 следует, что: $F_x=F_1-F_2\cos(\pi-\alpha)=F_1+F_2\cos\alpha$ (**3**); $F_y=F_2\sin(\pi-\alpha)=F_2\sin\alpha$ (**4**).

Подставим формулы (3) и (4) в формулу (2):

$$F=\sqrt{(F_1+F_2\cos\alpha)^2+(F_2\sin\alpha)^2}=\sqrt{F_1^2+2F_1F_2\cos\alpha+F_2^2\cos^2\alpha+F_2^2\sin^2\alpha}=$$

$$=\sqrt{F_1^2+2F_1F_2\cos\alpha+F_2^2(\cos^2\alpha+\sin^2\alpha)}=\sqrt{F_1^2+F_2^2+2F_1F_2\cos\alpha},$$

так как $\cos^2\alpha+\sin^2\alpha=1$.

Таким образом,

$$F=\sqrt{F_1^2+F_2^2+2F_1F_2\cos\alpha}\quad (\mathbf{5}).$$

Направление вектора $\vec{F}$ определяется углом β. Из рис. 2.3 следует:

$$\operatorname{tg}\beta=\frac{F_y}{F_x}=\frac{F_2\sin\alpha}{F_1+F_2\cos\alpha}\quad (\mathbf{6}).$$

Рассмотрим частные случаи.

1. Если $\alpha=0$, то силы действуют вдоль одной прямой в одном и том же направлении: $\cos 0°=1$; $\sin 0°=0$.

Из формулы (5) следует, что $F=\sqrt{F_1^2+F_2^2+2F_1F_2}=\sqrt{(F_1+F_2)^2}=F_1+F_2$.

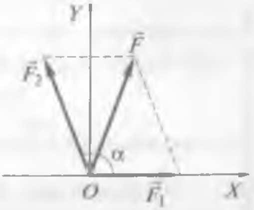


Рис. 2.2

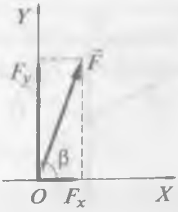


Рис. 2.3

Вектор $\vec{F}$ направлен в ту же сторону, что и $\vec{F}_1$ и $\vec{F}_2$.

2. Если $\alpha = \pi$, то силы действуют вдоль одной прямой в противоположных направлениях: $\cos\pi = -1$, $\sin\pi = 0$.

Из формулы (5) следует, что $F = \sqrt{F_1^2 + F_2^2 - 2F_1F_2} = \sqrt{(F_1 - F_2)^2} = |F_1 - F_2|$.

Вектор $\vec{F}$ направлен в сторону большей силы.

Ответ: $F = \sqrt{F_1^2 + F_2^2 + 2F_1F_2\cos\alpha}$; $\operatorname{tg}\beta = \dfrac{F_2\sin\alpha}{F_1 + F_2\cos\alpha}$.

Масса

1. Груз массой $m = 10$ кг расположен в точке O и подвешен на двух веревках OA и OB одинаковой длины. Угол $AOB = \alpha = \dfrac{2\pi}{3}$. Определите силы натяжения T веревок, считая, что они равны по модулю. Веревки невесомы и нерастяжимы.

Дано	***Решение***
$m = 10$ кг $\alpha = \dfrac{2\pi}{3}$ $g = 9{,}8$ м/с^2	На груз действуют (рис. 2.4): • сила тяжести $m\vec{g}$; • силы натяжения веревок $\vec{T}_1$ и $\vec{T}_2$. Запишем второй закон Ньютона в векторной форме: $m\vec{g} + \vec{T}_1 + \vec{T}_2 = m\vec{a}$ **(1)**.
$\lvert T_1\rvert = \lvert T_2\rvert = T$ — ?	

Груз находится в покое, следовательно, $\vec{v} = 0$ и $\vec{a} = 0$.

Тогда уравнение (1) будет иметь вид: $m\vec{g} + \vec{T}_1 + \vec{T}_2 = 0$ **(2)**.

Векторная сумма $\vec{T}_1$ и $\vec{T}_2$ равна $\vec{F}$ — равнодействующей этих сил: $\vec{T}_1 + \vec{T}_2 = \vec{F}$ **(3)**.

Подставив формулу (3) в уравнение (2), получим

$$m\vec{g} + \vec{F} = 0, \text{ или } m\vec{g} = -\vec{F} \quad \textbf{(4)}.$$

Из уравнения (4) следует, что сила $\vec{F}_1$ равна по модулю $m\vec{g}$, но имеет противоположное направление (см. рис. 2.4): $|\vec{F}| = |m\vec{g}|$, или $F = mg$ **(5)**.

Модуль силы F определяем по формуле:

$$F = \sqrt{T_1^2 + T_2^2 + 2T_1T_2\cos\alpha} \quad \textbf{(6)}.$$

Учитывая, что $|T_1| = |T_2| = T$; $\alpha = \dfrac{2\pi}{3}$, получим:

$$F = \sqrt{T^2 + T^2 + 2T\cdot T\cos\frac{2\pi}{3}} = \sqrt{2T^2 + 2T^2\cos\frac{2\pi}{3}} = T \quad \textbf{(7)},$$

так как $\cos\dfrac{2\pi}{3} = -0{,}5$.

Сопоставив формулы (7) и (5), получим: $T = mg$.

Вычисления: $T = 10$ кг $\cdot$ 9,8 м/с^2 = 98 Н.

Ответ: $T = 98$ Н.

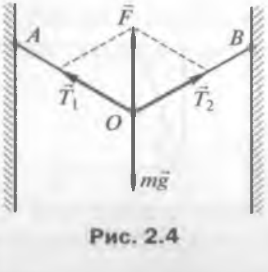


Рис. 2.4

2. Определите положение центра масс x_C системы «Земля — Луна» относительно центра Земли. Масса Земли в 81 раз больше массы Луны. Расстояние от центра Земли до центра Луны равно $60R_\oplus$. Радиус Земли $R_\oplus = 6{,}4 \cdot 10^6$ м.

Дано	*Решение*
$M_\oplus = 81m_Л$ $R = 60R_\oplus$ $R_\oplus = 6{,}4 \cdot 10^6$ м	Выберем систему координат так, чтобы ось OX проходила через центры масс Земли и Луны (рис. 2.5). Координата центра масс x_C системы «Земля — Луна» определяется по формуле: $x_C = \dfrac{M_\oplus x_\oplus + m_Л x_Л}{M_\oplus + m_Л}$.
x_C — ?	

Совместим начало координат с центром Земли, тогда $x_\oplus = 0$ и координата x_C относительно центра Земли равна:

$$x_C = \frac{m_Л x_Л}{M_\oplus + m_Л}.$$

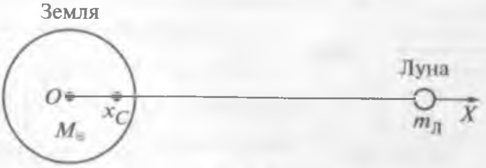


Рис. 2.5

Учитывая, что $x_Л$ — это расстояние от центра Земли до центра Луны, т.е. $x_Л = 60R_\oplus$, а масса Земли $M_\oplus = 81m_Л$, имеем

$$x_C = \frac{60m_Л R_\oplus}{81m_Л + m_Л} = \frac{60m_Л R_\oplus}{82m_Л}, \text{ или } x_C = \frac{30}{41} R_\oplus.$$

Из полученного выражения видно, что $x_Л < R_\oplus$, т.е. центр масс системы «Земля — Луна» расположен внутри земного шара.

Вычисления: $x_C = \dfrac{30 \cdot 6{,}4 \cdot 10^6 \text{ м}}{41} = 4{,}68 \cdot 10^6 \text{ м} = 4\,680$ км.

Ответ: центр масс системы «Земля — Луна» расположен от центра Земли на расстоянии 4 680 км.

Импульс тела

1. Вагон массой $m = 20$ т движется с начальной скоростью $v_0 = 20$ м/с. Определите среднее значение силы F, действующей на вагон, если:
1) вагон под действием силы трения останавливается в течение $\Delta t_1 = 4$ мин;
2) вагон затормаживается в течение $\Delta t_2 = 0{,}5$ мин;
3) вагон останавливается за $\Delta t_3 = 1$ с, натолкнувшись на препятствие.

Дано	*Решение*
$m = 20$ т $= 2 \cdot 10^4$ кг $v_0 = 20$ м/с $v_t = 0$ $\Delta t_1 = 4$ мин $= 240$ с $\Delta t_2 = 0{,}5$ мин $= 30$ с $\Delta t_3 = 1$ с	Импульс силы, действующей на тело, равен изменению импульса тела: $\bar{F}\Delta t = \Delta\bar{p}$ **(1)** (второй закон Ньютона). Из формулы (1) определяем: $F = \dfrac{\Delta p}{\Delta t}$ **(2)**.
1) F_1 — ? 2) F_2 — ? 3) F_3 — ?	Учитывая, что конечная скорость вагона во всех трех случаях равна нулю, т.е. $v_t = 0$, $\Delta p = m(v_0 - v_t) = mv_0$ **(3)**.

Подставив выражение (3) в формулу (2), получим

$$F = \frac{mv_0}{\Delta t}.$$

Вычисления: 1) $F_1 = \frac{2 \cdot 10^4\ кг \cdot 20\ м/с}{240\ с} = 1{,}7 \cdot 10^3\ Н$; 2) $F_2 = \frac{2 \cdot 10^4\ кг \cdot 20\ м/с}{30\ с} = 1{,}3 \cdot 10^4\ Н$; 3) $F_3 = \frac{2 \cdot 10^4\ кг \cdot 20\ м/с}{1\ с} = 4 \cdot 10^5\ Н$.

Ответ: 1) $F_1 = 1{,}7 \cdot 10^3$ Н; 2) $F_2 = 1{,}3 \cdot 10^4$ Н; 3) $F_3 = 4 \cdot 10^5$ Н.

2. Тело массой $m = 0{,}5$ кг свободно падает из состояния покоя с высоты $h = 5$ м. Определите изменение импульса Δp тела.

Дано	*Решение*
$m = 0{,}5$ кг $v_0 = 0$ $h = 5$ м $g = 9{,}8$ м/с^2	На свободно падающее тело действует внешняя сила — сила тяжести $m\vec{g}$, следовательно, закон сохранения импульса не выполняется. При этом изменение импульса $\Delta\vec{p}$ равно: $\Delta\vec{p} = \Delta(m\vec{v}) = m\vec{v} - m\vec{v}_0$ **(1)**.
Δp — ?	В проекции на ось OY, направленную вертикально вниз, уравнение (1) имеет вид: $\Delta p = mv - mv_0$ **(2)**.

По условию задачи $v_0 = 0$, конечная скорость v определяется по формуле: $v = \sqrt{2gh}$.

Учитывая это, получим $\Delta p = m\sqrt{2gh}$.

Вычисления: $\Delta p = 0{,}5\ кг\sqrt{2 \cdot 9{,}8\ м/с^2 \cdot 5\ м} = 4{,}9$ (кг · м)/с.

Ответ: $\Delta p = 4{,}9$ (кг · м)/с.

Второй закон Ньютона

1. На вагон массой 20 т, движущийся со скоростью 54 км/ч, начинает действовать сила торможения, и он останавливается через 100 с. Определите: 1) ускорение a, с которым он двигался; 2) путь S, пройденный вагоном до остановки; 3) силу $F_{тр}$, действующую на вагон.

Дано	*Решение*
$m = 20\ т = 2 \cdot 10^4$ кг $v_0 = 54$ км/ч $= 15$ м/с $t = 100$ с	На вагон действуют: • сила тяжести $m\vec{g}$; • сила реакции опоры $\vec{N}$;
1) a — ? 2) S — ? 3) $F_{тр}$ — ?	• сила трения $\vec{F}_{тр}$. Вагон движется в горизонтальном направлении.

За положительное направление оси OX примем направление движения вагона. Движение вагона равнозамедленное, векторы ускорения и скорости направлены в противоположные стороны. В векторной форме второй закон Ньютона имеет вид: $m\vec{g} + \vec{F}_{тр} + \vec{N} = m\vec{a}$.

Проекция сил на ось OX:

$$-F_{тр} = -ma, \text{ или } F_{тр} = ma.$$

Ускорение и путь, пройденный вагоном до остановки, найдем из уравнения кинематики: $v = v_0 - at$, откуда $a = \frac{v_0}{t}$, так как $v = 0$; $S = \frac{v_0^2}{2a}$.

Вычисления: 1) $a = \frac{15\ \text{м/с}}{100\ \text{с}} = 0{,}15\ \text{м/с}^2$; 2) $S = \frac{15^2\ \text{м}^2/\text{с}^2}{2 \cdot 0{,}15\ \text{м/с}^2} = 750\ \text{м}$;

3) $F_{\text{тр}} = 2 \cdot 10^4\ \text{кг} \cdot 0{,}15\ \text{м/с}^2 = 3 \cdot 10^3\ \text{Н}$.

Ответ: 1) $a = 0{,}15\ \text{м/с}^2$; 2) $S = 750\ \text{м}$; 3) $F_{\text{тр}} = 3 \cdot 10^3\ \text{Н}$.

2. Два груза массой $m_1 = 1$ кг и $m_2 = 2$ кг прикреплены к концам невесомой нерастяжимой нити, перекинутой через блок, подвешенный к потолку. Определите ускорение a, с которым будут двигаться грузы. Считать блок невесомым, трением оси блока пренебречь.

Дано	***Решение***
$m_1 = 1$ кг $m_2 = 2$ кг $g = 10\ \text{м/с}^2$	По условию задачи: • нити нерастяжимы, следовательно, $a_1 = a_2$; • блок невесомый, следовательно, $\lvert\vec{T_1}\rvert = \lvert\vec{T_2}\rvert = T$;
a — ?	• блок не вращается.

На каждый из грузов действуют силы тяжести $m_1\vec{g}$, $m_2\vec{g}$ и силы натяжения нити $\vec{T_1}$ и $\vec{T_2}$ соответственно (рис. 2.6). В векторной форме второй закон Ньютона имеет вид:

$$m_1\vec{g} + \vec{T_1} = m_1\vec{a}_1 \text{ — для первого груза;}$$

$$m_2\vec{g} + \vec{T_2} = m_2\vec{a}_2 \text{ — для второго груза.}$$

Проекция сил на ось OX:

$$-m_1 g + T_1 = m_1 a_1 \quad \textbf{(1)};$$

$$-m_2 g + T_2 = -m_2 a_2 \ \textbf{(2)}.$$

Эту систему уравнений необходимо дополнить двумя уравнениями, так как она содержит четыре неизвестных. По условию:

$$T_1 = T_2 = T \ \textbf{(3)};$$

$$a_1 = a_2 = a \quad \textbf{(4)}.$$

Подставив (3) и (4) в уравнения (1) и (2), имеем:

$$-m_1 g + T = m_1 a \quad \textbf{(5)};$$

$$-m_2 g + T = -m_2 a \quad \textbf{(6)}.$$

Вычтем из уравнения (5) уравнение (6) и получим:

$$-m_1 g + T + m_2 g - T = m_1 a + m_2 a,$$

откуда $g(m_2 - m_1) = a(m_1 + m_2)$, или

$$a = \frac{m_2 - m_1}{m_1 + m_2} g.$$

Вычисления: $a = \frac{2\ \text{кг} - 1\ \text{кг}}{1\ \text{кг} + 2\ \text{кг}} \cdot 10\ \text{м/с}^2 = 3{,}3\ \text{м/с}^2$.

Ответ: $a = 3{,}3\ \text{м/с}^2$.

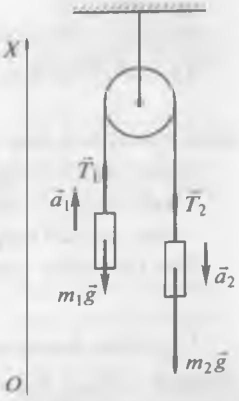


Рис. 2.6

3 На гладкой наклонной плоскости лежит брусок массой $m = 1$ кг. Какая минимальная сила F должна действовать на брусок (рис. 2.7), чтобы он не скользил вниз по наклонной плоскости? Угол наклона плоскости $\alpha = 30°$.

Дано	*Решение*
$m = 1$ кг $v = 0$ $\alpha = 30° = \dfrac{\pi}{6}$	На тело действуют (см. рис. 2.7): • сила тяжести $m\vec{g}$; • сила реакции опоры $\vec{N}$. Положительное направление оси OX — вдоль плоскости вниз, положительное направление оси OY — вверх, перпендикулярно оси OX.
F — ?	

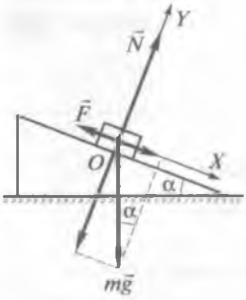


Рис. 2.7

Уравнение движения в векторной форме, согласно второму закону Ньютона, имеет вид: $\vec{F} + m\vec{g} + \vec{N} = m\vec{a}$, а в проекции на оси OX и OY:

$$mg\sin\alpha - F = ma_x \quad (\mathbf{1});$$

$$N - mg\cos\alpha = ma_y \quad (\mathbf{2}).$$

По условию задачи $v = 0$, следовательно, $a = 0$ и $a_x = a_y = 0$. Из уравнения (1) определяем силу F: $F = mg\sin\alpha$.

Вычисления: $F = 1\ \text{кг} \cdot 9{,}8\ \text{м/с}^2 \cdot \sin\dfrac{\pi}{6} = 4{,}9$ Н.

Ответ: $F = 4{,}9$ Н.

Третий закон Ньютона

1. Три груза массой 1 кг каждый, связанные невесомыми нитями, лежат на гладкой горизонтальной поверхности. К грузу m_1 приложена сила $F = 9$ Н, направленная под углом $\alpha = 30°$ к горизонту (рис. 2.8). Пренебрегая трением, определите: 1) ускорение a грузов; 2) силы натяжения T нити.

Дано	*Решение*
$m = m_1 = m_2 = m_3 = 1$ кг $F = 9$ Н $\alpha = 30° = \dfrac{\pi}{6}$	Система тел движется с ускорением $\vec{a}$, т. е. $\vec{a}_1 = \vec{a}_2 = \vec{a}_3 = \vec{a}$, так как тела связаны нитями. На рис. 2.8 показаны силы, действующие на грузы. Направление движения системы тел совпадает с положительным направлением оси OX.
1) a — ? 2) T_{12}, T_{23} — ?	

Запишем для каждого тела системы второй закон Ньютона для проекций ускорения и сил на ось OX:

- для первого груза: $F\cos\alpha - T_{12} = ma$ (**1**);
- для второго груза: $T_{21} - T_{23} = ma$ (**2**);
- для третьего груза: $T_{32} = ma$ (**3**).

По третьему закону Ньютона:

$$|\vec{T}_{12}| = |\vec{T}_{21}| \ (\mathbf{4}); \quad |\vec{T}_{23}| = |\vec{T}_{32}| \ (\mathbf{5}).$$

Сложим почленно уравнения (1), (2) и (3):

$F\cos\alpha - T_{12} + T_{21} - T_{23} + T_{32} = ma + ma + ma.$

С учетом (4) и (5), получим: $F\cos\alpha = 3ma$ (**6**).

Из уравнения (6) определяем ускорение: $a = \dfrac{F\cos\alpha}{3m}$ (7).

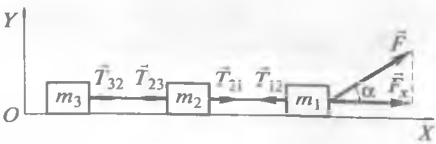


Рис. 2.8

Подставив формулу (7) в формулу (1), находим T_{12}:

$$T_{12} = F\cos\alpha - m\frac{F\cos\alpha}{3m} = \frac{2}{3}F\cos\alpha; \quad T_{12} = T_{21} = \frac{2}{3}F\cos\alpha.$$

Подставив формулу (7) в формулу (3), определяем T_{32}:

$$T_{32} = m\frac{F\cos\alpha}{3m} = \frac{1}{3}F\cos\alpha; \quad T_{23} = T_{32} = \frac{1}{3}F\cos\alpha.$$

Вычисления: 1) $a = \dfrac{9\text{ Н}\cdot\cos\dfrac{\pi}{6}}{3\cdot 1\text{ кг}} = \dfrac{9\text{ Н}\cdot 0{,}87}{3\text{ кг}} = 2{,}6\text{ м/с}^2$;

2) $T_{12} = T_{21} = \dfrac{2}{3}\cdot 9\text{ Н}\cdot 0{,}87 = 5{,}2\text{ Н}$; $T_{23} = T_{32} = \dfrac{1}{3}\cdot 9\text{ Н}\cdot 0{,}87 = 2{,}6\text{ Н}$.

Ответ: 1) $a = 2{,}6$ м/с^2; 2) $T_{12} = T_{21} = 5{,}2$ Н; $T_{23} = T_{32} = 2{,}6$ Н.

Закон всемирного тяготения

1. Определите силу гравитационного притяжения F двух электронов, находящихся на расстоянии $r = 1$ нм.

Дано	*Решение*
$m_e = 9{,}1\cdot 10^{-31}$ кг $r = 1$ нм $= 1\cdot 10^{-9}$ м $G = 6{,}67\cdot 10^{-11}$ (Н · м^2)/кг^2	Сила гравитационного притяжения электронов определяется по закону всемирного тяготения:
F — ?	$F = G\dfrac{m_e m_e}{r^2}$.

Вычисления: $F = 6{,}67\cdot 10^{-11}\ (\text{Н}\cdot\text{м}^2)/\text{кг}^2\cdot\dfrac{9{,}1\cdot 10^{-31}\text{ кг}\cdot 9{,}1\cdot 10^{-31}\text{ кг}}{(1\cdot 10^{-9}\text{ м})^2} = 5{,}5\cdot 10^{-53}$ Н.

Ответ: $F = 5{,}5\cdot 10^{-53}$ Н.

2. Считая орбиту Луны круговой, определите линейную скорость v движения Луны вокруг Земли. Масса Земли $M_\oplus = 5{,}98\cdot 10^{24}$ кг. Среднее расстояние между центрами Земли и Луны $r = 3{,}84\cdot 10^8$ м.

Дано	*Решение*
$M_\oplus = 5{,}98\cdot 10^{24}$ кг $r = 3{,}84\cdot 10^8$ м $G = 6{,}67\cdot 10^{-11}$ (Н · м^2)/кг^2	При движении Луны вокруг Земли на Луну действует сила тяготения $F = G\dfrac{mM_\oplus}{r^2}$.
v — ?	Так как Луна движется по круговой орбите радиусом r, сила F сообщает Луне центростремительное ускорение $a_{\text{цс}} = \dfrac{v^2}{r}$.

Согласно второму закону Ньютона, $ma_{\text{цс}} = F$, или $\dfrac{mv^2}{r} = G\dfrac{mM_\oplus}{r^2}$ **(1)**.

Из уравнения (1) определяем линейную скорость: $v = \sqrt{\frac{GM_\oplus}{r}}$.

Вычисления: $v = \sqrt{\frac{6{,}67 \cdot 10^{-11}\ (\text{Н} \cdot \text{м}^2)/\text{кг}^2 \cdot 5{,}98 \cdot 10^{24}\ \text{кг}}{3{,}84 \cdot 10^8\ \text{м}}} = \sqrt{1{,}04 \cdot 10^6\ \text{м}^2/\text{с}^2} =$
$= 1 \cdot 10^3$ м/с.

Ответ: $v = 1 \cdot 10^3$ м/с.

Гравитационное поле

1. Определите, на каком расстоянии l от Земли на прямой, соединяющей Землю и Луну, находится точка, в которой сила гравитационного притяжения Земли уравновешивается силой притяжения Луны. Среднее расстояние между центрами Земли и Луны $r = 3{,}84 \cdot 10^8$ м. Масса Земли примерно в 81 раз больше массы Луны.

Дано	*Решение*
$r = 3{,}84 \cdot 10^8$ м $\frac{M_\oplus}{m_Л} = 81$ l — ?	Расстояние от центра Земли O до искомой точки C равно l, т.е. $OC = l$, тогда расстояние от точки C до центра Луны $O_Л$ равно $(r - l)$ (рис. 2.9).

По условию задачи силы притяжения тела массой m к Земле и Луне равны по модулю, т.е. $G\frac{mM_\oplus}{l^2} = G\frac{mm_Л}{(r-l)^2}$ **(1)**, откуда следует, что $\frac{M_\oplus}{l^2} = \frac{m_Л}{(r-l)^2}$ **(2)** или $\frac{M_\oplus}{m_Л} = \frac{l^2}{(r-l)^2}$.

Учитывая, что $\frac{M_\oplus}{m_Л} = 81$, получим $81 = \frac{l^2}{(r-l)^2}$, или $9 = \frac{l}{r-l}$, или $9(r - l) = l$, откуда $l = 0{,}9r$.

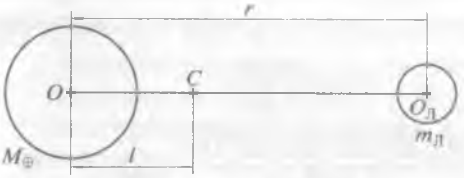


Рис. 2.9

Вычисления: $l = 0{,}9 \cdot 3{,}84 \cdot 10^8$ м $= 3{,}46 \cdot 10^8$ м.
Ответ: $l = 3{,}46 \cdot 10^8$ м.

Сила тяжести. Вес

1. Определите, на какой высоте h ускорение свободного падения g_1 в четыре раза меньше его значения g на поверхности земли. Средний радиус Земли $R_\oplus = 6{,}37 \cdot 10^6$ м.

Дано	*Решение*
$\frac{g}{g_1} = 4$ $R_\oplus = 6{,}37 \cdot 10^6$ м h — ?	Сила тяжести на поверхности Земли $mg = G\frac{mM_\oplus}{R_\oplus^2}$ **(1)**.

Сила тяжести на высоте h относительно поверхности земли

$$mg_1 = G\frac{mM_\oplus}{(R_\oplus + h)^2} \quad \textbf{(2)}.$$

Разделив почленно (1) на (2), получим

$$\frac{g}{g_1} = \frac{(R_\oplus + h)^2}{R_\oplus^2} \quad \textbf{(3)}.$$

Учитывая, что $\frac{g}{g_1} = 4$, выражение (3) примет вид

$$4 = \frac{(R_\oplus + h)^2}{R_\oplus^2}, \text{ или } 2 = \frac{R_\oplus + h}{R_\oplus} \quad \textbf{(4)}.$$

Из выражения (4) следует, что $h = R_\oplus$, т.е. $h = 6{,}37 \cdot 10^6$ м.
Ответ: $h = R_\oplus = 6{,}37 \cdot 10^6$ м.

2. Определите $g_\odot$ — ускорение свободного падения вблизи поверхности Солнца, зная, что средний радиус Солнца $R_\odot \approx 7 \cdot 10^8$ м, радиус орбиты Земли $r = 1{,}5 \cdot 10^{11}$ м и период обращения Земли вокруг Солнца $T = 1$ год.

Дано	***Решение***
$R_\odot \approx 7 \cdot 10^8$ м $r = 1{,}5 \cdot 10^{11}$ м $T = 1$ год $= 3{,}15 \cdot 10^7$ с	Земля — спутник Солнца, траектория движения Земли (орбита) — окружность радиусом r. На Землю действует сила тяготения: $F = G\frac{M_\odot M_\oplus}{r^2}$ **(1)**, где $M_\odot$,
$g_\odot$ — ?	

$M_\oplus$ — масса Солнца и Земли соответственно; r — радиус орбиты Земли. Эта сила сообщает Земле центростремительное ускорение $a_{\text{цс}} = \frac{v^2}{r}$. Учитывая, что $v = \omega r$, а $\omega = \frac{2\pi}{T}$, $a_{\text{цс}} = \frac{4\pi^2}{T^2}r$.

По второму закону Ньютона: $M_\oplus a_{\text{цс}} = F$, или $\frac{4\pi^2 M_\oplus}{T^2}r = G\frac{M_\odot M_\oplus}{r^2}$ **(2)**.

Из уравнения (2) определяем: $G = \frac{4\pi^2 r^3}{M_\odot T^2}$ **(3)**.

Сила тяжести на поверхности Солнца: $mg_\odot = G\frac{mM_\odot}{R_\odot^2}$ **(4)**, где m — масса тела, находящегося вблизи поверхности Солнца; $g_\odot$ — ускорение свободного падения вблизи поверхности Солнца.

Из уравнения (4) определяем $g_\odot = G\frac{M_\odot}{R_\odot^2}$ **(5)**.

Подставив в уравнение (5) выражение (3), получим $g_\odot = \frac{4\pi^2 r^3}{T^2 R_\odot^2}$.

Вычисления: $g_\odot = \frac{4 \cdot 3{,}14^2 \cdot (1{,}5 \cdot 10^{11}\text{ м})^3}{(3{,}15 \cdot 10^7\text{ с})^2 \cdot (7 \cdot 10^8\text{ м})^2} \approx 27{,}4$ м/с^2.

Ответ: $g_\odot \approx 27{,}4$ м/с^2.

3. Определите, какую скорость v нужно сообщить телу, чтобы оно стало искусственным спутником Юпитера, экваториальный радиус которого $R = 71\,400$ км, и вращалось по орбите на высоте 1 600 км. Масса Юпитера $M = 1{,}9 \cdot 10^{27}$ кг.

Дано	*Решение*
$R = 71\,400$ км $= 7{,}14 \cdot 10^7$ м $h = 1\,600$ км $= 0{,}16 \cdot 10^7$ м $M = 1{,}9 \cdot 10^{27}$ кг $G = 6{,}67 \cdot 10^{-11}$ (Н · м^2)/кг^2 v — ?	Пусть планета имеет форму шара, а орбита спутника — окружность, радиус которой $r = R + h$ (**1**).

Считаем, что на спутник действует только сила тяготения, направленная к центру Юпитера: $F = G\dfrac{Mm}{r^2}$ (**2**), где M — масса Юпитера; m — масса спутника. Эта сила сообщает спутнику центростремительное ускорение: $a_{\text{цс}} = \dfrac{v^2}{r}$ (**3**).

По второму закону Ньютона: $\dfrac{mv^2}{r} = G\dfrac{Mm}{r^2}$ (**4**).

Из уравнения (4) определяем $v = \sqrt{G\dfrac{M}{r}} = \sqrt{G\dfrac{M}{R+h}}$.

Вычисления: $v = \sqrt{6{,}67 \cdot 10^{-11}\ (\text{Н} \cdot \text{м}^2)/\text{кг}^2 \cdot \dfrac{1{,}9 \cdot 10^{27}\ \text{кг}}{(7{,}14 \cdot 10^7 + 0{,}16 \cdot 10^7)\ \text{м}}} = 4{,}17 \cdot 10^4$ м/с.

Ответ: $v = 4{,}17 \cdot 10^4$ м/с.

4. Две звезды массами M_1 и M_2 расположены друг от друга на расстоянии R и вращаются вокруг общего центра масс. Определите их угловую скорость вращения ω, если расстояние между центрами звезд остается постоянным.

Дано	*Решение*
M_1 M_2 $R = \text{const}$ ω — ?	Считаем, что в системе — двойные звезды — действует только сила притяжения между звездами. Траекторией движения звезды является окружность, радиус которой у первой звезды r_1, у второй — r_2 (рис. 2.10).

Из рис. 2.10 видно, что $r_1 + r_2 = R$ (**1**).

Сила тяготения $F = G\dfrac{M_1 M_2}{R^2}$ (**2**) сообщает первой звезде центростремительное ускорение $a_{1\text{цс}} = \dfrac{v_1^2}{r_1}$, а второй звезде — $a_{2\text{цс}} = \dfrac{v_2^2}{r_2}$.

Следовательно, согласно второму закону Ньютона:

- для первой звезды: $\dfrac{M_1 v_1^2}{r_1} = G\dfrac{M_1 M_2}{R^2}$, или $\dfrac{v_1^2}{r_1} = G\dfrac{M_2}{R^2}$ (**3**);
- для второй звезды: $\dfrac{M_2 v_2^2}{r_2} = G\dfrac{M_1 M_2}{R^2}$, или $\dfrac{v_2^2}{r_2} = G\dfrac{M_1}{R^2}$ (**4**).

Между линейной и угловой скоростью звезд существует связь: $v_1 = \omega r_1$ (**5**); $v_2 = \omega r_2$ (**6**).

Подставив формулы (5) и (6) в выражения (3) и (4), соответственно получим:

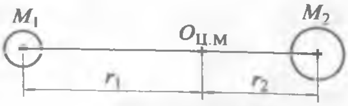


Рис. 2.10

для первой звезды: $\omega^2 r_1 = G\dfrac{M_2}{R^2}$ (**7**); для второй звезды: $\omega^2 r_2 = G\dfrac{M_1}{R^2}$ (**8**).

Сложим почленно (7) и (8): $\omega^2(r_1 + r_2) = \dfrac{G}{R^2}(M_2 + M_1)$ и, учитывая, что $r_1 + r_2 = R$, определим: $\omega = \sqrt{\dfrac{G}{R^3}(M_1 + M_2)}$.

Ответ: $\omega = \sqrt{\dfrac{G}{R^3}(M_1 + M_2)}$.

5. Космонавт массой $m = 70$ кг находится в космическом корабле, который поднимается вертикально вверх вблизи поверхности земли с ускорением $a = g$. Определите вес космонавта.

Дано	*Решение*
$m = 70$ кг, $a = g$	На космонавта, находящегося на корабле, действуют (рис. 2.11):
P — ?	

• $m\vec{g}$ — сила тяготения ($F = G\dfrac{mM_\oplus}{R_\oplus^2} = mg$, где $M_\oplus$, $R_\oplus$ — масса и радиус Земли соответственно);

• $\vec{N}$ — сила реакции опоры.

В векторной форме второй закон Ньютона имеет вид: $\vec{N} + m\vec{g} = m\vec{a}$ (**1**), или в проекции на ось OY: $N - mg = ma$ (**2**).

Из уравнения (2) определяем $N = ma + mg = m(a + g)$.

Учитывая, что космический корабль и космонавт поднимаются с ускорением $a = g$, получим $N = 2mg$.

По третьему закону Ньютона: $|N| = |P|$, т. е. $P = 2mg$.

Вычисления: $P = 2 \cdot 70$ кг $\cdot$ 9,8 м/с^2 = 1 372 Н.

Ответ: $P = 1\,372$ Н.

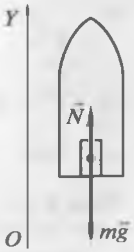


Рис. 2.11

Силы в механике

1. Вдоль оси OX движется тело массой $m = 1$ кг под действием силы $F = 1$ Н. Определите силу трения $F_{\text{тр}}$, действующую на тело, если уравнение движения тела имеет вид: $x = 2t + 5$ [м].

Дано	*Решение*
$m = 1$ кг, $F = 1$ Н $x = 2t + 5$ [м]	На тело действуют силы, изображенные на рис. 2.12.
$F_{\text{тр}}$ — ?	

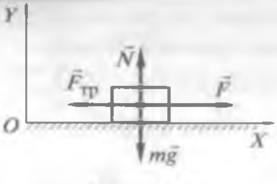


Рис. 2.12

Согласно второму закону Ньютона: $\vec{F}_{тр} + \vec{F} + m\vec{g} + \vec{N} = m\vec{a}$, или в проекциях на оси OX и OY: $F_{тр} + F = ma$ **(1)**; $N - mg = 0$ **(2)**.

Из уравнения (2) определяем: $N = mg$.

При движении тела по горизонтальной поверхности модуль силы нормального давления N равен силе тяжести mg.

Перепишем уравнение (1) в виде: $F_{тр} = F - ma$ **(3)**.

Сравнив формулу уравнения равномерного движения: $x = x_0 + v_0t + \frac{at^2}{2}$ [м] **(4)** с заданным: $x = 2t + 5$ [м] **(5)**, получим: $x_0 = 5$ м; $v_0 = 2$ м/с.

Тело движется с постоянной скоростью $v = \text{const}$, следовательно, ускорение $a = 0$, тогда из уравнения (3) следует: $F_{тр} = F = 1$Н.

Ответ: $F_{тр} = 1$ Н.

2. Тело массой $m = 2$ кг падает в воздухе с ускорением $a = 9{,}3$ м/с^2. Определите силу сопротивления F_c воздуха.

Дано	***Решение***
$m = 2$ кг $a = 9{,}3$ м/с^2 $g = 9{,}8$ м/с^2	На падающее в воздухе тело действуют: • $m\vec{g}$ — сила тяжести, направленная вертикально вниз; • $\vec{F}_c$ — сила сопротивления воздуха, направленная противоположно движению тела, т.е. вертикально вверх (рис. 2.13).
F_c — ?	

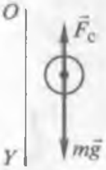


Рис. 2.13

Согласно второму закону Ньютона, имеем: $m\vec{g} + \vec{F}_c = m\vec{a}$ **(1)**.

Пусть положительное направление оси OY совпадает с направлением движения тела. Уравнение движения тела в скалярной форме (в проекции на ось OY): $mg - F_c = ma$ **(2)**.

Из уравнения (2) определяем силу сопротивления:

$$F_c = mg - ma = m(g - a).$$

Вычисления: $F_c = 2$ кг$(9{,}8$ м/с$^2 - 9{,}3$ м/с$^2) = 1$ Н.

Ответ: $F_c = 1$ Н.

3. Вагонетка движется по горизонтально расположенным рельсам со скоростью $v_0 = 20$ м/с. Определите путь S, который пройдет вагонетка за время $t = 30$ с, если коэффициент трения $\mu = 0{,}4$.

Дано	***Решение***
$v_0 = 20$ м/с $t_1 = 30$ с $\mu = 0{,}4$ $g = 9{,}8$ м/с^2	Движение вагонетки будет равнозамедленным с ускорением $\vec{a}$. Для определения пути S, который пройдет вагонетка: $S = v_0t - \frac{at^2}{2}$ **(1)**, необходимо знать ускорение a.
S — ?	

Ускорение определяем согласно второму закону Ньютона (рис. 2.14): $m\bar{g} + \bar{N} + \bar{F}_{тр} = m\bar{a}$ **(2)**, или в проекциях на оси OX и OY: $F_{тр} = ma$ **(3)**; $N = mg = 0$, или $N = mg$ **(4)**.

Сила трения $F_{тр} = \mu N$, или, с учетом (4), $F_{тр} = \mu mg$ **(5)**.

Подставив формулу (5) в уравнение (3), получим: $\mu mg = ma$, откуда $a = \mu g$ **(6)**.

Зная ускорение движения вагонетки, можно определить t_1 — время движения вагонетки до остановки ($v = 0$) по формуле: $v = v_0 - at_1$, откуда $t_1 = \dfrac{v_0 - v}{a}$, или, с учетом (6): $t_1 = \dfrac{v_0 - v}{\mu g}$.

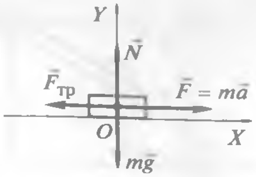


Рис. 2.14

Таким образом, через время t_1 вагонетка остановится, поэтому $S = v_0 t_1 - \dfrac{at_1^2}{2}$, или, с учетом (6): $S = v_0 t_1 - \dfrac{\mu g t_1^2}{2}$ (7).

Вычисления: $t_1 = \dfrac{20\ м/с}{0{,}4 \cdot 9{,}8\ м/с^2} = 5{,}1\ с$; $S = 20\ м/с \cdot 5{,}1\ с - \dfrac{0{,}4 \cdot 9{,}8\ м/с^2 (5{,}1\ с)^2}{2} = 51\ м.$

***Ответ*:** $S = 51$ м.

5. Вверх по наклонной плоскости с углом наклона $\alpha = 30°$ движется груз массой $m = 1$ кг. На груз действует сила $F = 20$ Н, направленная под углом $\beta = 60°$ к наклонной плоскости. Определите ускорение a, с которым движется тело, если коэффициент трения скольжения $\mu = 0{,}5$.

Дано	*Решение*
$m = 1$ кг $F = 20$ Н $\alpha = 30°$ $\beta = 60°$ $\mu = 0{,}5$ $g = 9{,}8$ м/с^2	На тело действуют (рис. 2.15): • сила тяжести $m\bar{g}$; • сила $\bar{F}$, направленная под углом $\beta = 60°$ к наклонной плоскости; • сила трения $\bar{F}_{тр}$; • сила реакции опоры $\bar{N}$. Положительные направления осей OX и OY показаны на рис. 2.15.
a — ?	

В векторной форме второй закон Ньютона имеет вид: $\bar{F} + \bar{F}_{тр} + \bar{N} + m\bar{g} = m\bar{a}$, или в проекциях на оси OX и OY:

$$F\cos\beta - F_{тр} - mg\sin\alpha = ma \ \textbf{(1)};\quad N + F\sin\beta - mg\cos\alpha = 0 \ \textbf{(2)}.$$

Из уравнения (1) определяем ускорение:

$$a = \frac{F\cos\beta - F_{тр} - mg\sin\alpha}{m} \quad \textbf{(3)}.$$

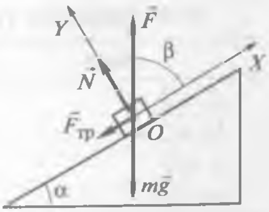


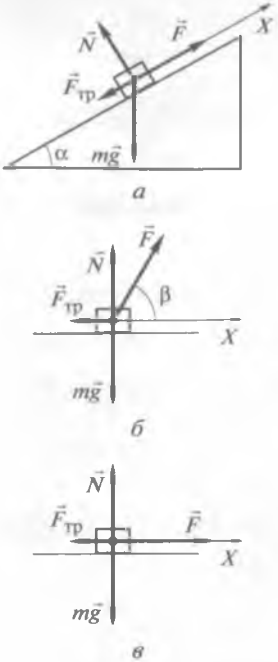
Рис. 2.15

Чтобы найти ускорение, необходимо знать силу трения:

$F_{тр} = \mu N$, где N — сила реакции опоры.

Из уравнения (2) находим: $N = mg\cos\alpha - F\sin\beta$.

Тогда сила трения: $F_{тр} = \mu(mg\cos\alpha - F\sin\beta)$ **(4)**.



а

б

в

Рис. 2.16

Подставив формулу (4) в уравнение (3), получим

$$a = \frac{F\cos\beta - \mu(mg\cos\alpha - F\sin\beta) - mg\sin\alpha}{m} \quad \textbf{(5)}.$$

Проведем анализ формулы (5).

Получив расчетную формулу в общем виде, выясним зависимость ускорения от угла наклона плоскости и направления силы F:

1) если $\beta = 0$ (рис. 2.16, *а*), то на тело действует сила F, направление которой параллельно наклонной плоскости ($\cos 0° = 1$, $\sin 0° = 0$):

$$a = \frac{F - \mu mg\cos\alpha - mg\sin\alpha}{m} \quad \textbf{(6)};$$

2) если $\alpha = 0$ (рис. 2.16, *б*), то тело движется горизонтально ($\cos 0° = 1$, $\sin 0° = 0$):

$$a = \frac{F\cos\beta - \mu(mg - F\sin\beta)}{m} \quad \textbf{(7)};$$

3) если $\alpha = 0$, $\beta = 0$ (рис. 2.16, *в*), то $\sin\alpha = 0$; $\cos\alpha = 1$; $\sin\beta = 0$, $\cos\beta = 1$:

$$a = \frac{F - \mu mg}{m} \quad \textbf{(8)}.$$

Проведем анализ формулы (3):

1) если $a = 0$, т.е. тело движется равномерно, то $F\cos\beta - F_{тр} - mg\sin\alpha = 0$, следовательно,

$$F = \frac{F_{тр} + mg\sin\alpha}{\cos\beta};$$

2) если тело движется вниз, то $mg\sin\alpha > F\cos\beta + F_{тр}$.

Вычисления (по формуле (5)):

$$a = \frac{20\ \text{Н}\cdot\cos 60° - 0{,}5(1\ \text{кг}\cdot 9{,}8\ \text{м/с}^2\cdot\cos 30° - 10\ \text{Н}\cdot\sin 60°)}{1\ \text{кг}} -$$

$$-\frac{1\ \text{кг}\cdot 9{,}8\ \text{м/с}^2\cdot\sin 30°}{1\ \text{кг}} = 5{,}2\ \text{м/с}^2.$$

Ответ: $a = 5{,}2$ м/с^2.

6. Хоккейная шайба, имея начальную скорость v_0, прошла расстояние $S_1 = 8$ м и, ударившись о бортик, через $S_2 = 2$ м остановилась. Определите начальную скорость шайбы, считая удар шайбы о бортик абсолютно упругим и коэффициент трения шайбы о лед $\mu = 0{,}1$.

Дано	*Решение*
$S_1 = 8$ м $S_2 = 2$ м $v_t = 0$ $\mu = 0{,}1$	Шайба движется в горизонтальной плоскости равнозамедленно. В горизонтальном направлении (вдоль оси OX) на шайбу действует только сила трения $F_{тр} = \mu mg$ **(1)**.
v_0 — ?	

По второму закону Ньютона: $F_{тр} = ma$ (**2**), или, с учетом формулы (1), $\mu mg = ma$ (**3**).

Из уравнения (3) определяем $a = \mu g$ (**4**).

При упругом ударе шайбы о бортик модуль скорости движения шайбы не изменяется, поэтому $S = v_0 t - \frac{at^2}{2}$ (**5**), где $S = S_1 + S_2$.

Через время t шайба останавливается: $v_t = 0 = v_0 - at$ (**6**), откуда $t = \frac{v_0}{a}$ (**7**).

Подставив выражение (7) в формулу (5), получим: $S = \frac{v_0^2}{a} - \frac{av_0^2}{2a^2} = \frac{v_0^2}{2a}$ (**8**), откуда $v_0 = \sqrt{2aS}$ (**9**).

Подставив выражение (4) в формулу (9), имеем: $v_0 = \sqrt{2\mu gS}$, или $v_0 = \sqrt{2\mu g(S_1 + S_2)}$ (**10**).

Вычисления: $v_0 = \sqrt{2 \cdot 0{,}1 \cdot 9{,}8\ \text{м/с}^2(8\ \text{м} + 2\ \text{м})} = 4{,}4$ м/с.

Ответ: $v_0 = 4{,}4$ м/с.

7 Шарик массой $m = 2$ кг присоединен к двум пружинам и находится в положении равновесия (рис. 2.17). Жесткость одной пружины $k_1 = 1$ Н/см, жесткость другой пружины в два раза больше $k_2 = 2k_1$. Шарик сдвинули на расстояние $x = 5$ см относительно положения равновесия O и отпустили. Определите мгновенное ускорение a, с которым шарик начнет двигаться.

Дано	***Решение***
$m = 2$ кг $k_1 = 1$ Н/см $= 1 \cdot 10^2$ Н/м $k_2 = 2k_1 = 2 \cdot 10^2$ Н/м $x = 5$ см $= 5 \cdot 10^{-2}$ м	 **Рис. 2.17**
a — ?	

Если шарик сдвинуть на расстояние x относительно положения равновесия O, то правая пружина окажется сжатой, левая растянутой и на груз будет действовать сила $F = -k_1x - k_2x$, направленная к положению равновесия.

Согласно второму закону Ньютона, $ma = -k_1x - k_2x$. Учитывая, что $k_2 = 2k_1$, получим $ma = -3k_1x$ (**1**), откуда $a = \frac{-3k_1x}{m}$ (**2**).

Направление вектора ускорения $\vec{a}$ совпадает с направлением действующих сил. Знак «–» в формуле (2) показывает, что вектор $\vec{a}$ направлен противоположно положительному направлению оси OX.

Вычисления: $a = -\frac{3 \cdot 1 \cdot 10^2\ \text{Н/м} \cdot 5 \cdot 10^{-2}\ \text{м}}{2\ \text{кг}} = -7{,}5\ \text{м/с}^2$.

Ответ: $a = -7{,}5\ \text{м/с}^2$.

Глава 3

ЗАКОНЫ СОХРАНЕНИЯ В МЕХАНИКЕ

Закон сохранения импульса

1. Материальная точка массой $m = 0{,}2$ кг движется по окружности с постоянной по модулю скоростью $v = 5$ м/с. Определите модуль изменения импульса точки $|\Delta p|$ за одну четверть периода.

Дано	*Решение*
$m = 0{,}2$ кг $v = 5$ м/с $t = \frac{1}{4}T$ $\lvert\Delta p\rvert$ — ?	За одну четверть периода материальная точка, движущаяся по окружности, переместится из положения *1* в положение *2* (рис. 3.1, *а*). Изменение импульса материальной точки: $\Delta\vec{p} = \vec{p}_2 - \vec{p}_1$ **(1)**, где $\vec{p}_2 = m\vec{v}_2$; $\vec{p}_1 = m\vec{v}_1$ — соответственно импульсы материальной точки в положениях *2* и *1*.

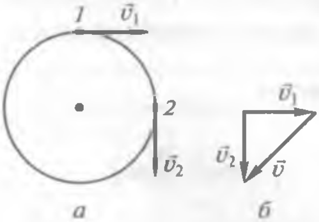


Рис. 3.1

Следовательно, $\Delta\vec{p} = m\vec{v}_2 - m\vec{v}_1 = m(\vec{v}_2 - \vec{v}_1) = m\Delta\vec{v}$, или $|\Delta\vec{p}| = m|\Delta\vec{v}|$ **(2)**.

По условию задачи $|\vec{v}_2| = |\vec{v}_1| = v$. Из рис. 3.1, *б* видно, что $\vec{v}_1 \perp \vec{v}_2$, поэтому можно записать: $|\Delta\vec{v}| = \sqrt{|\vec{v}_1|^2 + |\vec{v}_2|^2} = v\sqrt{2}$ **(3)**.

Подставив (3) в (2), получим $|\Delta p| = \sqrt{2}mv$.

Вычисления: $|\Delta p| = 1{,}4 \cdot 0{,}2$ кг $\cdot$ 5 м/с $= 1{,}4$ (кг $\cdot$ м)/с.

Ответ: $|\Delta p| = 1{,}4$ (кг $\cdot$ м)/с.

2. Молекула массой $m = 3 \cdot 10^{-23}$ г, подлетевшая к стенке сосуда под углом $\alpha = 60°$, упруго ударяется о нее со скоростью $v = 500$ м/с и отлетает. Определите импульс силы $F\Delta t$, полученный стенкой.

Дано	*Решение*
$m = 3 \cdot 10^{-23}$ г $= 3 \cdot 10^{-26}$ кг $\alpha = 60° = \frac{\pi}{3}$ $v = 500$ м/с $F\Delta t$ — ?	Изменение импульса молекулы равно импульсу силы: $\Delta p = F\Delta t$ **(1)**. Пусть ось OX направлена перпендикулярно стенке (рис. 3.2), тогда изменение импульса молекулы $\Delta p = \Delta p_x = mv_x - (-mv_x) = 2mv_x$ **(2)**, где $v_x = v\cos\alpha$, откуда $\Delta p = 2mv\cos\alpha$ **(3)**.

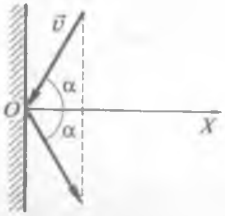


Рис. 3.2

Подставив формулу (3) в уравнение (1), получим

$$F\Delta t = 2mv\cos\alpha.$$

Вычисления:

$$F\Delta t = 2 \cdot 3 \cdot 10^{-26}\ \text{кг} \cdot 500\ \text{м/с} \cdot \cos\frac{\pi}{3} = 1{,}5 \cdot 10^{-23}\ (\text{кг} \cdot \text{м})/\text{с}.$$

Ответ: $F\Delta t = 1{,}5 \cdot 10^{-23}$ (кг $\cdot$ м)/с.

3. С железнодорожной платформы, движущейся со скоростью $v_1 = 2$ м/с, выстрелили из пушки. Общая масса платформы с пушкой $M = 2 \cdot 10^3$ кг, масса снаряда $m_2 = 20$ кг, его начальная скорость $v_2 = 600$ м/с. Какова будет скорость платформы в момент выстрела, если: 1) направление выстрела совпадает с направлением движения платформы; 2) направление выстрела противоположно направлению движения платформы?

Дано	*Решение*
$v_1 = 2$ м/с $M = m_1 + m_2 = 2 \cdot 10^3$ кг $m_2 = 20$ кг $v_2 = 600$ м/с	
1) v_1'; 2) v_1'' — ?	

На систему «платформа — снаряд» действуют внешние силы: • сила тяжести снаряда; • сила тяжести платформы; • сила реакции рельсов. Но в горизонтальном направлении на систему «платформа — снаряд» внешние силы не действуют, поэтому при решении задачи можно использовать закон сохранения проекции импульса на ось OX — горизонтальную ось.

Положительное направление оси OX совпадает с направлением движения железнодорожной платформы до выстрела.

1) Направление выстрела совпадает с направлением движения платформы:

$$Mv = (M - m_2)v_1' + m_2v_2, \text{ откуда } v_1' = \frac{Mv - m_2v_2}{M - m_2}.$$

2) Направление выстрела противоположно направлению движения платформы:

$$Mv = (M - m_2)v_1'' - m_2v_2, \text{ откуда } v_1'' = \frac{Mv + m_2v_2}{M - m_2}.$$

Вычисления: 1) $v_1' = \dfrac{2 \cdot 10^3\,\text{кг} \cdot 2\,\text{м/с} - 20\,\text{кг} \cdot 600\,\text{м/с}}{2 \cdot 10^3\,\text{кг} - 20\,\text{кг}} \approx -4$ м/с;

2) $v_1'' = \dfrac{2 \cdot 10^3\,\text{кг} \cdot 2\,\text{м/с} + 20\,\text{кг} \cdot 600\,\text{м/с}}{2 \cdot 10^3\,\text{кг} - 20\,\text{кг}} \approx 8$ м/с.

Анализ: 1) $v_1' \approx -4$ м/с, следовательно, направление движения железнодорожной платформы изменилось на противоположное, скорость платформы в этом направлении 4 м/с; 2) $v_1'' \approx 8$ м/с — скорость движения платформы увеличилась, платформа движется в прежнем направлении.

Ответ: 1) $v_1' \approx -4$ м/с; 2) $v_1'' \approx 8$ м/с.

4. Два товарных вагона движутся навстречу друг другу со скоростями $v_1 = 0{,}4$ м/с и $v_2 = 0{,}1$ м/с. Массы вагонов соответственно равны $m_1 = 12$ т, $m_2 = 48$ т. Определите, с какой скоростью v и в каком направлении будут двигаться вагоны после столкновения. Удар считать неупругим.

Дано	*Решение*
$v_1 = 0{,}4$ м/с $v_2 = 0{,}1$ м/с $m_1 = 12 \cdot 10^3$ кг $m_2 = 48 \cdot 10^3$ кг	
v — ?	

Используем закон сохранения проекции импульса на ось OX, положительное направление оси OX совпадает с направлением движения первого вагона: $m_1v_1 - m_2v_2 = (m_1 + m_2)v$, откуда

$$v = \frac{m_1v_1 - m_2v_2}{m_1 + m_2}$$

Вычисления: $v = \dfrac{12 \cdot 10^3\ \text{кг} \cdot 0{,}4\ \text{м/с} - 48 \cdot 10^3\ \text{кг} \cdot 0{,}1\ \text{м/с}}{12 \cdot 10^3\ \text{кг} + 48 \cdot 10^3\ \text{кг}} = 0.$

Анализ: $v = 0$, следовательно, после столкновения вагоны остановятся.

Ответ: $v = 0$.

5. Снаряд, летевший с горизонтальной скоростью $v = 600$ м/с, разрывается на два осколка. Масса одного осколка в три раза больше массы другого. Осколок большей массы падает вертикально вниз, а меньший летит под углом $\alpha = 60°$ к горизонту. Определите v_2 — скорость движения меньшего осколка.

Дано	***Решение***
$m = m_1 + m_2$ $m_1 = 3m_2$ $v = 600$ м/с $\alpha = 60°$	На систему тел «снаряд — осколки» в горизонтальном направлении внешние силы не действуют, поэтому проекция импульса на это направление сохраняется (рис. 3.3): $m\vec{v} = m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2$.
v_2 — ?	В проекции на ось *OX*: $mv = m_2v_2 \cos\alpha$ **(1)**.

Из уравнения (1) определяем $v_2 = \dfrac{mv}{m_2 \cos\alpha}$.

Учитывая, что $m_2 = \dfrac{1}{4}m_1$, получим $v_2 = \dfrac{4v}{\cos\alpha}$.

Вычисления: $v_2 = \dfrac{4 \cdot 600\ \text{м/с}}{0{,}5} = 4{,}8 \cdot 10^3$ м/с.

Ответ: $v_2 = 4{,}8 \cdot 10^3$ м/с.

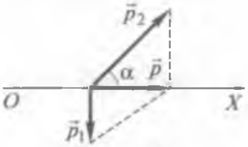


Рис. 3.3

6. Неподвижный плот массой $m = 750$ кг и длиной $l = 12$ м находится на расстоянии $l_1 = 1$ м от берега озера. На противоположных концах плота стоят два человека массами $m_1 = 60$ кг и $m_2 = 90$ кг. При каком расположении и перемещении людей плот причалит к берегу? Время движения плота равно времени перемещения человека. Сопротивлением воды пренебречь.

Дано	***Решение***
$m = 750$ кг $l = 12$ м $l_1 = 1$ м $m_1 = 60$ кг $m_2 = 90$ кг $v_0 = 0$	На систему тел «плот — люди» внешние силы в горизонтальном направлении не действуют, поэтому проекция импульса системы тел на это направление сохраняется.
Δx — ?	

I случай (рис. 3.4, *а*). Пусть ближе к берегу расположен человек массой m_1, который переходит на противоположный конец плота со скоростью $v_1 = \text{const}$ относительно берега, направленной от берега озера. При этом плот массой m и стоящий на нем человек массой m_2 движутся со скоростью $v = \text{const}$ относительно берега, направленной к берегу озера. Перемещение плота относительно берега $\Delta x = vt$ **(1)**.

Пусть направление движения плота совпадает с положительным направлением оси *OX*. По условию задачи система «плот — люди» в начальный момент

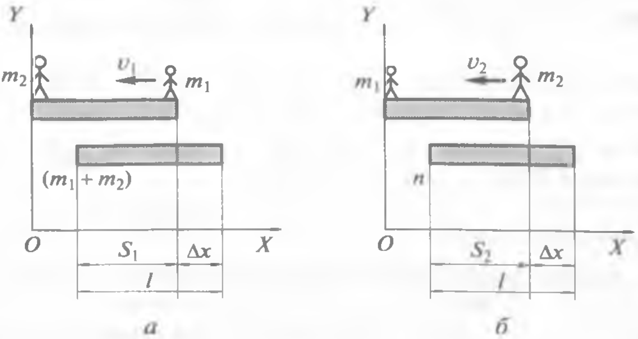


Рис. 3.4

времени была в покое относительно берега, поэтому уравнение для проекции импульса системы на ось OX имеет вид: $0 = (m + m_2)v - m_1 v_1$ **(2)**.

Из уравнения (2) определяем скорость плота: $v = \dfrac{m_1}{m + m_2} v_1$ **(3)**.

Время движения плота равно времени движения человека m_1: $t = \dfrac{S_1}{v_1} = \dfrac{l - \Delta x}{v_1}$ **(4)**.

Подставив формулы (3) и (4) в формулу (1), получим: $\Delta x = \dfrac{m_1}{m + m_2} v_1 \dfrac{l - \Delta x}{v_1}$,

или $\Delta x = \dfrac{m_1(l - \Delta x)}{m + m_2}$ **(5)**.

Из уравнения (5) определяем: $\Delta x = \dfrac{m_1}{m + m_2 + m_1} l$.

Вычисления: $\Delta x = \dfrac{60\,\text{кг} \cdot 12\,\text{м}}{750\,\text{кг} + 90\,\text{кг} + 60\,\text{кг}} = 0{,}8\,\text{м}$.

Анализ: $\Delta x < l_1$, следовательно, плот к берегу не причалит.

II случай (рис. 3.4, *б*). Пусть ближе к берегу расположен человек массой m_2, который с постоянной скоростью $v_2 = \text{const}$ относительно берега перемещается на противоположный конец плота в направлении от берега озера. При этом плот m и стоящий на нем человек m_1 движутся с постоянной скоростью $v = \text{const}$ относительно берега к берегу озера.

Уравнение для проекции импульса системы на ось OX имеет вид: $0 = (m + m_1)v - m_2 v_2$.

Из этого уравнения определяем скорость плота: $v = \dfrac{m_2 v_2}{m + m_1}$.

Время движения плота равно времени движения человека m_2: $t = \dfrac{l - \Delta x}{v_2}$.

Зная скорость v и время движения t плота, определяем: $\Delta x = vt = \dfrac{m v_2}{m + m_1} \dfrac{l - \Delta x}{v_2}$,

откуда находим: $\Delta x = \dfrac{m_2}{m + m_1 + m_2} l$.

Вычисления: $\Delta x = \dfrac{90\,\text{кг} \cdot 12\,\text{м}}{750\,\text{кг} + 90\,\text{кг} + 60\,\text{кг}} = 1{,}2\,\text{м}$.

Анализ: $\Delta x > l_1$, следовательно, плот причалит к берегу.

***Ответ*:** плот причалит к берегу, если человек массой $m_2 = 90$ кг будет перемещаться вдоль плота в направлении от берега озера.

Работа силы

1. Под действием постоянной силы F, направленной горизонтально, тело прошло путь $S = 8$ м и приобрело скорость $v = 3$ м/с. Определите A — работу силы, если масса тела $m = 200$ кг, а коэффициент трения тела о поверхность $\mu = 0{,}01$.

Дано	*Решение*
$S = 8$ м $v = 3$ м/с $m = 200$ кг $\mu = 0{,}01$	Направления действующей на тело силы F и перемещения совпадают, поэтому $A = FS$ **(1)**. На движущееся тело в горизонтальном направлении действуют силы (рис. 3.5). Под действием постоянной силы F тело движется равноускоренно. По второму закону Ньютона: $ma = F - F_{\text{тр}}$ **(2)**.
A — ?	

Из уравнения (2) определяем: $F = ma + F_{\text{тр}}$ **(3)**.

Сила трения при горизонтальном движении тела: $F_{\text{тр}} = \mu mg$ **(4)**.

Ускорение движения a определим из кинематических уравнений:

Рис. 3.5

$$\begin{cases} v = at & \textbf{(5)}; \\ S = \dfrac{at^2}{2} & \textbf{(6)}. \end{cases}$$

Решив систему уравнений (5) и (6), получим: $a = \dfrac{v^2}{2S}$ **(7)**.

Подставив формулы (4) и (7) в уравнение (3), определяем:

$$F = \frac{mv^2}{2S} + \mu mg \ \textbf{(8)}.$$

Работа A, совершаемая силой F, согласно (1), равна:

$$A = \left(\frac{mv^2}{2S} + \mu mg\right)S, \text{ или } F = \frac{mv^2}{2} + \mu mgS \ \textbf{(9)}.$$

Вычисления: $A = \dfrac{200 \text{ кг} \cdot 9 \text{ м}^2/\text{с}^2}{2} + 0{,}01 \cdot 200 \text{ кг} \cdot 9{,}8 \text{ м/с}^2 \cdot 8 \text{ м} = 1\,057$ Дж.

Ответ: $A = 1\,057$ Дж.

2. Груз массой $m = 50$ кг поднимается на высоту $h = 4$ м за время $t = 5$ с. Определите работу A, совершаемую при равноускоренном подъеме груза.

Дано	*Решение*
$m = 50$ кг $h = 4$ м $t = 5$ с $g = 9{,}8$ м/с^2	Направления действующей силы T и перемещения совпадают (рис. 3.6), поэтому $A = Th$ **(1)**. Согласно второму закону Ньютона, уравнение сил в проекции на ось OY: $ma = T - mg$ **(2)**, или $T = ma + mg$ **(3)**.
A — ?	

Груз движется равноускоренно, поэтому $h = \frac{at^2}{2}$ **(4)**.

Из формулы (4) определяем ускорение движения груза: $a = \frac{2h}{t^2}$ **(5)**.

Подставив формулу (5) в уравнение (3), находим: $T = m\left(\frac{2h}{t^2} + g\right)$ **(6)**.

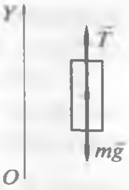


Рис. 3.6

По формуле (1) с учетом формулы (6) определяем работу, совершаемую при подъеме груза на высоту h: $A = mh\left(\frac{2h}{t^2} + g\right)$ **(7)**.

Вычисления: $A = 50 \text{ кг} \cdot 4 \text{ м}\left(\frac{2 \cdot 4 \text{ м}}{25 \text{ с}^2} + 9{,}8 \text{ м/с}^2\right) = 2\,024 \text{ Дж}$.

Ответ: $A = 2\,024$ Дж.

3. Груз массой $m = 100$ кг движется с ускорением $a = 1$ м/с^2 равноускоренно вверх по наклонной плоскости длиной $l = 3$ м. Угол наклона плоскости $\alpha = 30°$, коэффициент трения груза о плоскость $\mu = 0{,}1$. Определите работу A, совершаемую при подъеме груза.

Дано	*Решение*
$m = 100$ кг, $a = 1$ м/с^2 $l = 3$ м, $\alpha = 30°$ $\mu = 0{,}1$	Работу по подъему груза по наклонной плоскости совершает сила F (рис. 3.7): $A = Fl$ **(1)**.
A — ?	

Уравнение движения груза (второй закон Ньютона) в проекции на ось OX (вдоль наклонной плоскости) имеет вид: $F - mg\sin\alpha - F_{\text{тр}} = ma$ **(2)**, откуда $F = ma + mg\sin\alpha + F_{\text{тр}}$ **(3)**.

Сила трения $F_{\text{тр}} = \mu N$, где $N = mg\cos\alpha$.

Следовательно, $F_{\text{тр}} = \mu mg\cos\alpha$ **(4)**.

Таким образом, $F = ma + mg\sin\alpha + \mu mg\cos\alpha$ **(5)**.

Работу силы F определяем по формуле (1) с учетом формулы (5): $A = ml(a + g\sin\alpha + \mu g\cos\alpha)$.

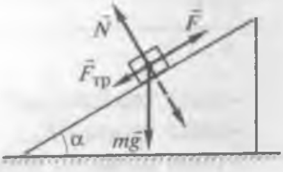


Рис. 3.7

Вычисления: $A = 100 \text{ кг} \cdot 3 \text{ м}\left(1 \text{ м/с}^2 + 9{,}8 \text{ м/с}^2 \cdot \sin\frac{\pi}{6} + 0{,}1 \cdot 9{,}8 \text{ м/с}^2 \cdot \cos\frac{\pi}{6}\right) = 2\,026{,}6 \text{ Дж}$.

Ответ: $A = 2\,026{,}6$ Дж.

4. Определите работу A, которую совершает сила при сжатии пружины на $x = 2$ см, если жесткость пружины $k = 2 \cdot 10^6$ Н/м.

Дано	*Решение*
$x = 2 \text{ см} = 2 \cdot 10^{-2}$ м $k = 2 \cdot 10^6$ Н/м	Работу по сжатию пружины совершает внешняя сила F, которая равна по величине, но
A — ?	

противоположна по направлению силе упругости $F_{упр}$, определяемой по закону Гука: $F_{упр} = -kx$, следовательно, $F = kx$ **(1)**.

В начале одномерного сжатия $F_0 = 0$ **(2)**; при деформации пружины сила возрастает пропорционально x (см. формулу (1)). Действие силы F можно заменить действием постоянной средней силы $\langle F \rangle$, равной среднему арифметическому F_0 и F: $\langle F \rangle = \frac{F_0 + F}{2} = \frac{0 + kx}{2} = \frac{kx}{2}$ **(3)**.

Работа силы $\langle F \rangle$ определяется по формуле: $A = \langle F \rangle x = \frac{kx^2}{2}$ **(4)**.

Вычисления: $A = \frac{2 \cdot 10^6\ \text{Н/м} \cdot 4 \cdot 10^{-4}\ \text{м}^2}{2} = 4 \cdot 10^2$ Дж.

Ответ: $A = 4 \cdot 10^2$ Дж.

Мощность

1. Спускаясь под уклон при выключенном двигателе, автомобиль массой $m = 2 \cdot 10^3$ кг движется равномерно со скоростью $v = 10$ м/с. Определите мощность N двигателя при подъеме автомобиля по такому же уклону с той же скоростью. Уклон участка, по которому движется автомобиль, равен 0,1.

Дано

$m = 2 \cdot 10^3$ кг
$v = 10$ м/с
$\sin\beta = 0,1$
$g = 9,8$ м/с^2
$a = 0$

N — ?

Решение

При равномерном движении автомобиля мощность двигателя: $N = Fv$, где F — сила тяги автомобиля; v — скорость равномерного движения.

Силу F определяем по закону Ньютона, учитывая, что $v = \text{const}$, или $a = 0$.

На автомобиль, спускающийся под уклон, действуют (рис. 3.8, *а*):

- сила тяжести $m\vec{g}$;
- сила трения $\vec{F}_{тр}$;
- сила реакции опоры $\vec{N}$.

Согласно второму закону Ньютона, $\vec{N} + m\vec{g} + \vec{F}_{тр} = 0$, или в проекциях на оси OX и OY:

$$\begin{cases} -F_{тр} + mg\sin\beta = 0; \\ N - mg\cos\beta = 0. \end{cases}$$

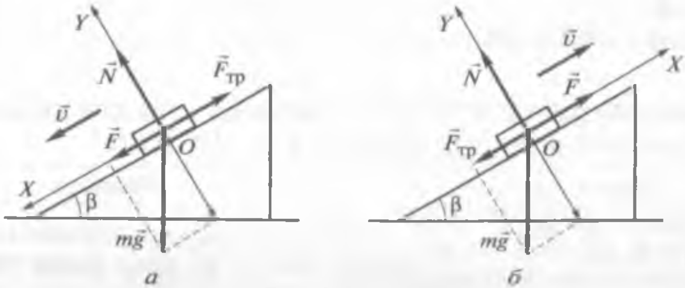


Рис. 3.8

Из первого уравнения системы имеем: $F_{тр} = mg\sin\beta$.

При движении автомобиля вверх по уклону на него действуют (рис. 3.8, *б*):

- сила тяжести $m\vec{g}$;
- сила трения $\vec{F}_{тр}$;
- сила реакции опоры $\vec{N}$;
- сила тяги автомобиля $\vec{F}$.

Уравнение движения: $m\vec{g} + \vec{F}_{тр} + \vec{N} + \vec{F} = 0$, или в проекциях на ось OX: $-mg\sin\beta - F_{тр} + F = 0$, откуда следует, что $F = F_{тр} + mg\sin\beta$, или $F = mg\sin\beta + mg\sin\beta = 2mg\sin\beta$.

Мощность двигателя: $N = Fv$, или $N = Fv\cos\alpha$, но $\alpha = 0$, т.е. $\cos\alpha = 1$.

Тогда $N = Fv = 2mgv\sin\beta$.

Вычисления: $N = 2 \cdot 2 \cdot 10^3$ кг $\cdot$ 9,8 м/с$^2 \cdot$ 10 м/с $\cdot$ 0,1 $\approx 4 \cdot 10^4$ Вт $\approx$ 40 кВт.

Ответ: $N \approx 40$ кВт.

Энергия

1. Футбольный мяч массой $m = 0{,}4$ кг летит в направлении ворот со скоростью $v_1 = 20$ м/с. Навстречу ему бежит вратарь со скоростью $v_2 = 2$ м/с. Определите кинетическую энергию $E_к$ мяча относительно ворот и относительно вратаря.

Дано	***Решение***
$m = 0{,}4$ кг $v_2 = 2$ м/с $v_1 = 20$ м/с	*Относительно ворот*: $E_{к1} = \dfrac{mv_1^2}{2}$. *Относительно вратаря*: $E_{к2} = \dfrac{m(v_1 + v_2)^2}{2}$,
$E_{к1}$ — ? $E_{к2}$ — ?	

где $v_1 + v_2 = v$ — скорость мяча относительно вратаря.

$$\text{Вычисления: } E_{к1} = \frac{0{,}4\ \text{кг}\ (20\ \text{м/с})^2}{2} = 80\ \text{Дж};$$

$$E_{к2} = \frac{0{,}4\ \text{кг}\ (20\ \text{м/с} + 2\ \text{м/с})^2}{2} = 96{,}8\ \text{Дж}.$$

Ответ: $E_{к1} = 80$ Дж; $E_{к2} = 96{,}8$ Дж.

2. Пуля, летящая со скоростью v_{01}, углубляется в мишень на расстояние $S_1 = 0{,}5$ см. Определите, на сколько углубится в ту же мишень пуля, летящая со скоростью $v_{02} = 2v_{01}$.

Дано	***Решение***
v_{01} $v_{02} = 2v_{01}$ $S_1 = 0{,}5$ см $= 5 \cdot 10^{-3}$ м $v = 0$	Кинетическая энергия пули расходуется на совершение работы по преодолению силы сопротивления мишени. Считаем, что сила сопротивления постоянна. *Для первого случая*: $\dfrac{mv^2}{2} - \dfrac{mv_{01}^2}{2} = FS_1$. *Для второго случая*: $\dfrac{mv^2}{2} - \dfrac{mv_{02}^2}{2} = FS_2$.
S_2 — ?	

Так как $v_{02} = 2v_{01}$ и $v = 0$, то $-\frac{mv_{01}^2}{2} = FS_1$ **(1)**; $-\frac{m \cdot 4v_{01}^2}{2} = FS_2$ **(2)**.

Разделив почленно уравнение (2) на уравнение (1), получим: $\frac{m4v_{01}^2 2}{2mv_{01}^2} = \frac{FS_2}{FS_1}$, или $4 = \frac{S_2}{S_1}$; $S_2 = 4S_1$.

Вычисления: $S_2 = 4 \cdot 5 \cdot 10^{-3}$ м $= 2{,}0 \cdot 10^{-2}$ м $= 2$ см.
Ответ: $S_2 = 2$ см.

3. Автомобиль движется по горизонтальной асфальтобетонной дороге со скоростью $v_1 = 108$ км/ч. Определите его тормозной путь S. Коэффициент трения шин автомобиля об асфальтобетон равен $\mu = 0{,}4$.

Дано	***Решение***
$v_1 = 108$ км/ч $= 30$ м/с $v_2 = 0$ $\mu = 0{,}4$ $g = 9{,}8$ м/с^2	
S — ?	

Тормозной путь — это расстояние S, проходимое автомобилем до полной остановки, следовательно, конечная скорость $v_2 = 0$.

При торможении на автомобиль действуют силы: тяжести, реакции опоры и трения. Работа сил тяжести и реакции опоры равна нулю, так как они перпендикулярны направлению перемещения. При торможении автомобиля работу совершают лишь силы трения, направленные противоположно перемещению (скорости) автомобиля: $F_{тр} = \mu N = \mu mg$.

Работа сил трения на тормозном пути отрицательна и равна: $A = -\mu mgS$.

По теореме о кинетической энергии имеем: $-\mu mgS = -\frac{mv_1^2}{2}$, откуда $S = \frac{v_1^2}{2\mu g}$.

Тормозной путь не зависит от массы автомобиля.

Вычисления: $S = \frac{(30 \text{ м/с})^2}{2 \cdot 0{,}4 \cdot 9{,}8 \text{ м/с}^2} \approx 115$ м.

Ответ: $S = 115$ м.

4. Движущееся тело массой m_1 ударяется о неподвижное тело массой $m_2 = \frac{1}{9}m_1$. Считая удар неупругим, определите, какая часть первоначальной кинетической энергии первого тела $E_{к1}$ переходит в теплоту ΔQ.

Дано	***Решение***
$m_1 = 9m_2$	
$\frac{\Delta Q}{E_{к1}}$ — ?	

Удар неупругий, поэтому закон сохранения энергии не выполняется.

До удара первое тело обладало кинетической энергией: $E_{к1} = \frac{m_1 v_1^2}{2}$ **(1)**, где v_1 — скорость движения первого тела.

При неупругом ударе выполняется закон сохранения проекций импульса: $m_1 v_1 = (m_1 + m_2)u$ **(2)**, где u — скорость движения тел после удара.

Скорости $\vec{v}_1$ и $\vec{u}$ — сонаправлены: $\vec{v}_1 \uparrow\uparrow \vec{u}$.

Из уравнения (2) определяем: $u = \dfrac{m_1 v_1}{m_1 + m_2}$ **(3)**.

После удара система тел обладает кинетической энергией $E_{к2}$:

$$E_{к2} = \frac{(m_1 + m_2)u^2}{2} \quad \textbf{(4)}.$$

Подставив уравнение (3) в формулу (4), получим:

$$E_{к2} = \frac{(m_1 + m_2)m_1^2 v_1^2}{2(m_1 + m_2)^2} = \frac{m_1^2 v_1^2}{2(m_1 + m_2)} \quad \textbf{(5)}.$$

Считая, что разность кинетических энергией перешла в теплоту, т.е. $\Delta Q = E_{к1} - E_{к2}$, имеем: $\dfrac{\Delta Q}{E_{к1}} = 1 - \dfrac{E_{к2}}{E_{к1}}$ **(6)**.

Подставим в формулу (6) формулы (5) и (1):

$$\frac{\Delta Q}{E_{к1}} = 1 - \frac{m_1^2 v_1^2 \cdot 2}{2(m_1 + m_2) m_1 v_1^2} = 1 - \frac{m_1}{m_1 + m_2};$$

$$\frac{\Delta Q}{E_{к1}} = \frac{m_1 + m_2 - m_1}{m_1 + m_2} = \frac{m_2}{m_1 + m_2}.$$

Учитывая, что $m_1 = 9m_2$, получим

$$\frac{\Delta Q}{E_{к1}} = \frac{m_2}{9m_2 + m_2} = 0{,}1.$$

Ответ: $\dfrac{\Delta Q}{E_{к1}} = 0{,}1$.

5. На платформе установлена безоткатная пушка, из которой производится выстрел вдоль железнодорожного полотна с начальной скоростью $v_0 = 970$ м/с под углом $\alpha = 60°$ к горизонту. Определите расстояние ΔS, на которое откатилась платформа после выстрела, если масса платформы с пушкой $m = 2 \cdot 10^4$ кг, масса снаряда $m_1 = 20$ кг. Коэффициент трения между колесами платформы и рельсами $\mu = 0{,}002$.

Дано	***Решение***
$v_0 = 970$ м/с $\alpha = 60°$ $m = 2 \cdot 10^4$ кг $m_1 = 20$ кг $\mu = 0{,}002$ $g = 9{,}8$ м/с^2 ΔS — ?	Система «снаряд — платформа — пушка» не является замкнутой, так как на тела этой системы в вертикальном направлении действуют внешние силы: • сила тяжести; • силы реакции опоры. В горизонтальном направлении на систему тел силы не действуют, поэтому сумма проекций импульсов тел системы на ось OX до и после выстрела сохраняется: $0 = mv_0 \cos\alpha - mv$ **(1)**.

Из уравнения (1) определяем начальную скорость платформы: $v = \dfrac{m_1 v_0 \cos\alpha}{m}$ **(2)**.

Кинетическая энергия платформы: $E_к = \dfrac{mv^2}{2}$ **(3)** расходуется на совершение работы по преодолению силы сопротивления: $A = F_{тр}\Delta S$ **(4)**.

Приравняв правые части формул (3) и (4), получим: $\frac{mv^2}{2} = F_{\text{тр}}\Delta S$ **(5)**.

Из уравнения (5) определяем: $\Delta S = \frac{mv^2}{2F_{\text{тр}}}$ **(6)**.

Силу трения находим по формуле: $F_{\text{тр}} = \mu N$.
Платформа движется в горизонтальной плоскости, поэтому $N = mg$.
Следовательно, $F_{\text{тр}} = \mu mg$ **(7)**.
Подставив формулы (2) и (7) в формулу (6), получим

$$\Delta S = \frac{(m_1 v_0 \cos\alpha)^2}{2\mu g m^2}.$$

Вычисления: $\Delta S = \frac{(20\ \text{кг} \cdot 970\ \text{м/с} \cdot 0{,}5)^2}{2 \cdot 0{,}002 \cdot 9{,}8\ \text{м/с}^2 \cdot (2 \cdot 10^4\ \text{кг})^2} = 0{,}6$ м.

Ответ: $\Delta S = 0{,}6$ м.

6. Пуля массой $m = 7$ г, летящая перпендикулярно скале со скоростью $v_0 = 500$ м/с, углубилась в скалу и остановилась через время $\Delta t = 5 \cdot 10^{-4}$ с. Определите: 1) модуль средней силы сопротивления скалы $|\langle F_c \rangle|$; 2) расстояние l, на которое пуля углубилась в скалу.

Дано	***Решение***
$m = 7\ \text{г} = 7 \cdot 10^{-3}$ кг $\alpha = 0°$ $v_0 = 500$ м/с $\Delta t = 5 \cdot 10^{-4}$ с $v = 0$	По второму закону Ньютона изменение импульса пули равно импульсу силы сопротивления скалы: $m\Delta v = \langle F_c \rangle \Delta t$ **(1)**, где $\Delta v = v - v_0 = -v_0$, так как $v = 0$. Тогда $-mv_0 = \langle F_c \rangle \Delta t$, откуда $\langle F_c \rangle = -\frac{mv_0}{\Delta t}$ **(2)**.
1) $|\langle F_c \rangle|$ — ? 2) l — ?	Знак «минус» показывает, что вектор силы сопротивления скалы и вектор скорости пули противоположно направлены, т.е. угол между векторами $\alpha = \pi$.

Из соотношения (2) следует: $|\langle F_c \rangle| = \frac{mv_0}{\Delta t}$ **(3)**.

Расстояние l, на которое углубилась пуля в скалу, определим, полагая, что кинетическая энергия пули равна работе по преодолению сопротивления скалы: $\frac{mv_0^2}{2} = \langle F_c \rangle l \cos\alpha$, $\alpha = \pi$, $\cos\pi = -1$, следовательно: $l = -\frac{mv_0^2}{2\langle F_c \rangle}$ **(4)**.

Подставив соотношение (2) в формулу (4), получим: $l = \frac{v_0 \Delta t}{2}$ **(5)**.

Вычисления: 1) $|\langle F_c \rangle| = \frac{7 \cdot 10^{-3}\ \text{кг} \cdot 500\ \text{м/с}}{5 \cdot 10^{-4}\ \text{с}} = 7 \cdot 10^3$ Н;

2) $l = \frac{500\ \text{м/с} \cdot 5 \cdot 10^{-4}\ \text{с}}{2} = 0{,}125$ м.

Ответ: 1) $|\langle F_c \rangle| = 7 \cdot 10^3$ Н; 2) $l = 0{,}125$ м.

7. Тело брошено под углом к горизонту со скоростью $v_0 = 10$ м/с. Определите скорость v, которую будет иметь тело на высоте $h = 3{,}2$ м над горизонтом. Сопротивлением воздуха пренебречь.

Дано	*Решение*
$v_0 = 10$ м/с $h = 3{,}2$ м $g = 10$ м/с^2	К замкнутой системе «Земля — тело» применим закон сохранения механической энергии: $$\frac{mv_0^2}{2} = \frac{mv^2}{2} + mgh,$$
v — ?	

где $E_к = \dfrac{mv^2}{2}$ — кинетическая энергия; $E_п = mgh$ — потенциальная энергия.

Решив уравнение относительно v, получим

$$v = \sqrt{v_0^2 - 2gh}.$$

Вычисления: $v = \sqrt{(10\ \text{м/с})^2 - 2 \cdot 10\ \text{м/с}^2 \cdot 3{,}2\ \text{м}} = 6$ м/с.

Ответ: $v = 6$ м/с.

Закон сохранения полной механической энергии

1. Тело, падающее на поверхность земли, на высоте $h_1 = 4{,}8$ м имело скорость $v_1 = 10$ м/с. Определите скорость v_2, с которой тело упадет на Землю. Сопротивлением воздуха пренебречь.

Дано	*Решение*
$h_1 = 4{,}8$ м $v_1 = 10$ м/с $h_2 = 0$ $g = 10$ м/с^2	Система «Земля — тело» является замкнутой, поэтому к этой системе применим закон сохранения механической энергии: $\dfrac{mv_1^2}{2} + mgh_1 = \dfrac{mv_2^2}{2} + mgh_2$. На поверхности земли потенциальная энергия тела равна нулю, т. е. $mgh_2 = 0$, т. е. поверхность земли выби-
v_2 — ?	

раем за нуль отсчета потенциальной энергии. Следовательно, $\dfrac{mv_1^2}{2} + mgh_1 = \dfrac{mv_2^2}{2}$, откуда $v_2 = \sqrt{2gh_1 + v_1^2}$.

Вычисления: $v_2 = \sqrt{2 \cdot 10\ \text{м/с}^2 \cdot 4{,}8\ \text{м} + (10\ \text{м/с})^2} = 14$ м/с.

Ответ: $v_2 = 14$ м/с.

2. Тело брошено вертикально вверх со скоростью $v_1 = 8$ м/с. Определите высоту h_2, на которой потенциальная энергия тела будет равна кинетической энергии. Сопротивлением воздуха пренебречь.

Дано	*Решение*
$v_1 = 8$ м/с, $E_{п2} = E_{к2}$ $g = 10$ м/с^2, $h_1 = 0$	Система «Земля — тело» является замкнутой, следовательно, полная механическая энергия системы остается постоянной. За нуль отсчета потенциальной энергии выбираем точку бросания, т. е. $h_1 = 0$.
h_2 — ?	

По закону сохранения энергии: $\frac{mv_1^2}{2} = \frac{mv_2^2}{2} + mgh_2$.

По условию задачи $E_{п2} = E_{к2}$, т.е. $\frac{mv_2^2}{2} = mgh_2$.

Тогда $\frac{mv_1^2}{2} = 2mgh_2$, откуда $h_2 = \frac{v_1^2}{4g}$.

Вычисления: $h_2 = \frac{(8\ м/с)^2}{4 \cdot 10\ м/с^2} = 1{,}6$ м.

Ответ: $h_2 = 1{,}6$ м.

3. Сваю массой $m_1 = 200$ кг забивают в грунт копром, масса которого $m_2 = 800$ кг. Копер свободно падает с высоты $h = 5$ м. При каждом ударе копра свая опускается на глубину $\Delta x = 5$ см. Определите среднюю силу сопротивления $|\langle F_с \rangle|$ грунта, считая ее постоянной.

Дано	***Решение***
$m_1 = 200$ кг $m_2 = 800$ кг $h = 5$ м $\Delta x = 5$ см $= 5 \cdot 10^{-2}$ м $\lvert\langle F_с \rangle\rvert$ — ?	Механическая энергия копра и сваи расходуется на работу A против сил сопротивления грунта: $E_п + E_к = A$ **(1)**. В момент удара копра о сваю копер имеет скорость v_2, которую можно определить из закона сохранения энергии: $\frac{m_2 v_2^2}{2} = m_2 gh$, откуда $v_2 = \sqrt{2gh}$ **(2)**.

Удар копра о сваю кратковременный неупругий, поэтому $m_2 v_2 = (m_1 + m_2)v$ **(3)**, где v — скорость копра и сваи в первый момент после удара.

Из уравнения (3) определяем: $v = \frac{m_2}{(m_1 + m_2)} v_2$, или $v = \frac{m_2}{m_1 + m_2} \sqrt{2gh}$ **(4)**.

В начальный момент погружения копра и сваи на глубину Δx копер и свая обладают:

а) кинетической энергией: $E_к = \frac{(m_1 + m_2)v^2}{2}$;

б) потенциальной энергией: $E_п = (m_1 + m_2)g\Delta x$.

Механическая энергия копра и сваи: $E = E_к + E_п$; $E = \frac{(m_1 + m_2)v^2}{2} + (m_1 + m_2)g\Delta x$ **(5)** расходуется на работу A по преодолению силы сопротивления грунта: $A = \langle F_с \rangle \Delta x$ **(6)**.

Приравняв правые части формул (5) и (6), получим: $\langle F_с \rangle \Delta x = \frac{(m_1 + m_2)v^2}{2} + (m_1 + m_2)g\Delta x$ **(7)**, откуда $\langle F_с \rangle = \frac{(m_1 + m_2)v^2}{2\Delta x} + (m_1 + m_2)g$ **(8)**.

Подставив в формулу (8) выражение (4), получим: $\langle F_с \rangle = g\left(\frac{m_2^2}{m_1 + m_2} \frac{h}{\Delta x} + m_1 + m_2\right.$.

Вычисления: $\langle F_с \rangle = 9{,}8\ м/с^2 \left(\frac{(800\ кг)^2}{200\ кг + 800\ кг} \cdot \frac{5\ м}{5 \cdot 10^{-2}\ м} + 200\ кг + 800\ кг\right) =$

$= 6{,}5 \cdot 10^4$ Н $= 65$ кН.

Ответ: $|\langle F_с \rangle| = 65$ кН.

Применение законов сохранения

1. Тело соскальзывает без трения с высоты h по желобу, переходящему в петлю радиусом R (рис. 3.9). Определите высоту, с которой должно начать движение тело, чтобы не оторваться от желоба в верхней точке траектории.

Дано	*Решение*
R	В начальном положении (точка A) скорость тела $v_0 = 0$. Тело находилось на высоте h относительно поверхности земли. В этом положении тело обладало потенциальной энергией $E_{пA} = mgh$ **(1)**.
h — ?	

В наивысшей точке петли (точка B) тело обладает энергией E_B, равной сумме потенциальной и кинетической энергии:

$$E_B = E_{пB} + E_{кB} = mg \cdot 2R + \frac{mv^2}{2} \quad \textbf{(2)}.$$

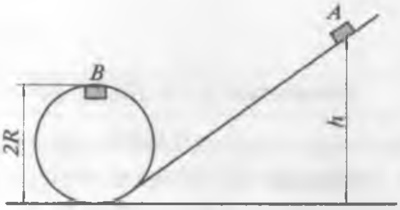


Рис. 3.9

При движении на тело действуют силы:

- сила тяжести — mg;
- сила реакции опоры — N.

Работа силы тяжести равна изменению потенциальной энергии тела. Работа силы реакции опоры равна нулю, так как вектор силы N ортогонален вектору перемещения. Поэтому энергия тела в начальном положении (точка A) равна энергии тела в наивысшей точке петли (точка B).

Приравняв (1) и **(2)**, имеем:

$$mgh = mg \cdot 2R + \frac{mv^2}{2} \quad \textbf{(3)},$$

откуда $$h = 2R + \frac{v^2}{2g} \quad \textbf{(4)}.$$

Для определения линейной скорости движения в точке A запишем второй закон Ньютона в виде

$$N + mg = ma, \text{ или } N + mg = \frac{mv^2}{R} \quad \textbf{(5)},$$

где $a = \frac{v^2}{R}$ — центростремительное ускорение.

При уменьшении h скорость v будет уменьшаться и при некоторой высоте $h = h_{\min}$ будет такой, что тело не будет оказывать давление на опору, т. е. $N = 0$. Это соответствует отрыву тела от желоба. В этом случае уравнение (5) примет вид: $mg = \frac{mv^2}{R}$, откуда $v^2 = gR$ **(6)**.

Подставив выражение (6) в формулу (4), получим $h = 2R + \frac{gR}{2g} = 2{,}5R$.

Ответ: чтобы тело при движении не отрывалось от желоба, минимальная высота $h = 2{,}5R$.

2. Искусственный спутник Земли движется по эллиптической орбите. Определите скорость движения v_2 спутника в апогее, если его скорость в перигее $v_1 = 8{,}25$ км/с. Перигей орбиты находится на высоте $h_1 = 200$ км, а апогей — на высоте $h_2 = 400$ км от поверхности земли.

Дано

$v_1 = 8{,}25$ км/с $=$
$= 8{,}25 \cdot 10^3$ м/с
$h_1 = 200$ км $= 2 \cdot 10^5$ м
$h_2 = 400$ км $= 4 \cdot 10^5$ м
$g = 9{,}8$ м/с^2

v_2 — ?

Решение

На спутник Земли действует только сила притяжения со стороны Земли, поэтому система «Земля — спутник» — замкнутая. Для этой системы выполняется закон сохранения механической энергии. Масса Земли $M_\oplus$ много больше массы m спутника, $M_\oplus \gg m$, поэтому изменением кинетической энергии Земли можно пренебречь:

$$\frac{mv_1^2}{2} + mgh_1 = \frac{mv_2^2}{2} + mgh_2 \quad \textbf{(1)}, \text{ откуда}$$

$$v_2 = \sqrt{v_1^2 + 2g(h_1 - h_2)}.$$

Вычисления: $v_2 = \sqrt{(8{,}25 \cdot 10^3 \text{ м/с})^2 + 2 \cdot 9{,}8 \text{ м/с}^2 (2 \cdot 10^5 - 4 \cdot 10^5) \text{ м}} = 8 \cdot 10^3$ м/с $=$
$= 8$ км/с.

***Ответ*:** $v_2 = 8$ км/с.

3. Определите скорость v, с которой упадет на поверхность Луны метеорит, скорость которого на удалении от Луны мала. Считать, что силы сопротивления на метеорит не действуют.

Дано

$M_Л = 7{,}35 \cdot 10^{22}$ кг
$R_Л = 1{,}74 \cdot 10^6$ м
$G = 6{,}67 \cdot 10^{-11}$ (Н $\cdot$ м^2)/кг^2

v — ?

Решение

Энергия метеорита, находящегося далеко от Луны и движущегося с малой скоростью, равна нулю. Энергия E метеорита у поверхности Луны:

$$E = \frac{mv^2}{2} - G\frac{M_Л m}{R_Л}.$$

Система тел «метеорит — Луна» является замкнутой, поэтому выполняется закон сохранения энергии:

$$0 = \frac{mv^2}{2} - G\frac{M_Л m}{R_Л} \quad \textbf{(1)}.$$

Из уравнения (1) определяем скорость метеорита у поверхности Луны:

$$v = \sqrt{2G\frac{M_Л}{R_Л}}.$$

Вычисления: $v = \sqrt{2 \cdot 6{,}67 \cdot 10^{-11} \text{ (Н} \cdot \text{м}^2\text{)/кг}^2 \cdot \dfrac{7{,}35 \cdot 10^{22} \text{ кг}}{1{,}74 \cdot 10^6 \text{ м}}} = 2{,}35 \cdot 10^3$ м/с $=$
$= 2{,}35$ км/с.

***Ответ*:** $v = 2{,}35$ км/с.

РАЗДЕЛ

II ОСНОВЫ МОЛЕКУЛЯРНОЙ ФИЗИКИ И ТЕРМОДИНАМИКИ

Глава 4

ОСНОВЫ МОЛЕКУЛЯРНО-КИНЕТИЧЕСКОЙ ТЕОРИИ. ИДЕАЛЬНЫЙ ГАЗ

Размеры и масса молекул и атомов

1. Определите массу m_0 молекулы аммиака NH_3.

Дано	*Решение*
$M_r = 17$ а.е.м. $M = 17 \cdot 10^{-3}$ кг/моль $m_{0C} = 1$ а.е.м. = $= 1{,}66 \cdot 10^{-27}$ кг $N_A = 6{,}02 \cdot 10^{23}$ моль$^{-1}$	По химической формуле аммиака определяем его относительную молекулярную массу: $M_r = 14$ а.е.м. + + 3 · 1 а.е.м. = 17 а.е.м. и молекулярную массу $M = 17 \cdot 10^{-3}$ кг/моль. **I способ.** Масса молекулы m_0 связана с M_r соотношением $m_0 = M_r m_{0C} = 17 \cdot 1{,}66 \cdot 10^{-27}$ кг $= 2{,}8 \cdot 10^{-26}$ кг.
m_0 — ?	

II способ. Масса молекулы m_0 связана с M соотношением $m_0 = \dfrac{M}{N_A} = \dfrac{17 \cdot 10^{-3}\ \text{кг/моль}}{6{,}02 \cdot 10^{23}\ \text{моль}^{-1}} = 2{,}8 \cdot 10^{-26}$ кг.

Ответ: $m_0 = 2{,}8 \cdot 10^{-26}$ кг.

2. Определите число атомов N в 1 кг гелия и массу m_0 одного атома He.

Дано	*Решение*
$m = 1$ кг $M = 4 \cdot 10^{-3}$ кг/моль $N_A = 6{,}02 \cdot 10^{23}$ моль$^{-1}$	**I способ.** Массу атома гелия определяем из соотношения
N — ? m_0 — ?	$m_0 = \dfrac{M}{N_A} = \dfrac{4 \cdot 10^{-3}\ \text{кг/моль}}{6{,}02 \cdot 10^{23}\ \text{моль}^{-1}} = 6{,}6 \cdot 10^{-27}$ кг.

В массе m гелия содержится число N атомов, которое равно: $N = \dfrac{m}{m_0} = \dfrac{1\ \text{кг}}{6{,}6 \cdot 10^{-27}\ \text{кг}} = 1{,}5 \cdot 10^{26}$.

II способ. Поскольку в 1 моль гелия содержится N_A атомов, в $\nu = \dfrac{m}{M}$ молях — $N = \nu N_A$ атомов. Следовательно,

$$N = \frac{m}{M} N_A = \frac{1\ \text{кг}}{4 \cdot 10^{-3}\ \text{кг/моль}} \cdot 6{,}02 \cdot 10^{23}\ \text{моль}^{-1} = 1{,}5 \cdot 10^{26}.$$

Массу атома гелия определяем по формуле: $m_0 = \frac{m}{N} = \frac{1\text{ кг}}{1{,}5 \cdot 10^{26}} = 6{,}6 \cdot 10^{-27}$ кг .

***Ответ*:** $N = 1{,}5 \cdot 10^{26}$; $m_0 = 6{,}6 \cdot 10^{-27}$ кг.

3. Определите массу молекулы m_0 органического соединения $(C_3H_6O)_2$.

Дано	*Решение*
$M_{r0} = 58$ а.е.м.; $n = 2$ $m_{0C} = 1$ а.е.м. $=$ $= 1{,}66 \cdot 10^{-27}$ кг	$m_0 = nM_{r0}m_{0C}$. $M_{r0} = 3 \cdot 12$ а.е.м. $+ 6 \cdot 1$ а.е.м. $+ 16$ а.е.м. $= 58$ а.е.м. *Вычисления*: $m_0 = 2 \cdot 58 \cdot 1{,}66 \cdot 10^{-27}$ кг $= 1{,}93 \cdot 10^{-25}$ кг.
m_0 — ?	***Ответ*:** $m_0 = 1{,}93 \cdot 10^{-25}$ кг.

4. Определите количество вещества ν, которое находится в $V = 100$ см³ серебра (Ag).

Дано	*Решение*
$V = 100$ см$^3 = 1 \cdot 10^{-4}$ м^3 $\rho = 10{,}5 \cdot 10^3$ кг/м^3 $M = 108 \cdot 10^{-3}$ кг/моль	Количество вещества определяется по формуле: $\nu = \frac{m}{M}$, где $m = \rho V$, следовательно, $\nu = \frac{\rho V}{M}$.
ν — ?	*Вычисления*:

$$\nu = \frac{10{,}5 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3 \cdot 1 \cdot 10^{-4} \text{ м}^3}{108 \cdot 10^{-3} \text{ кг/моль}} = 9{,}7 \text{ моль}.$$

***Ответ*:** ν = 9,7 моль.

Скорости движения молекул и их измерение

1. В сосуде при температуре $t = 27$ °C находится смесь азота и кислорода. С какими средними квадратичными скоростями $\langle v_{\text{кв1}} \rangle$, $\langle v_{\text{кв2}} \rangle$ движутся молекулы газа?

Дано	*Решение*
$T = (27 + 273)$ K $= 300$ K $M_1 = 28 \cdot 10^{-3}$ кг/моль $M_2 = 32 \cdot 10^{-3}$ кг/моль $R = 8{,}31$ Дж/(моль · K)	Средняя квадратичная скорость молекулы газа определяется соотношением $\langle v_{\text{кв}} \rangle = \sqrt{\frac{3kT}{m_0}}$ **(1)**, где m_0 — масса одной молекулы: $m_0 = \frac{M}{N_A}$ **(2)**.
$\langle v_{\text{кв1}} \rangle$ — ? $\langle v_{\text{кв2}} \rangle$ — ?	

Подставив (2) в (1), определим

$$\langle v_{\text{кв}} \rangle = \sqrt{\frac{3kTN_A}{M}} \quad \textbf{(3)}.$$

Учитывая, что $kN_A = R$, получаем расчетную формулу

$$\langle v_{\text{кв}} \rangle = \sqrt{\frac{3RT}{M}}.$$

Вычисления: $\langle v_{\text{кв}1}\rangle = \sqrt{\dfrac{3\cdot 8{,}31\ \text{Дж}\cdot\text{моль}^{-1}\cdot\text{К}^{-1}\cdot 300\ \text{К}}{28\cdot 10^{-3}\ \text{кг}\cdot\text{моль}^{-1}}} = 517$ м/с (азот);

$$\langle v_{\text{кв}2}\rangle = \sqrt{\frac{3\cdot 8{,}31\ \text{Дж}\cdot\text{моль}^{-1}\cdot\text{К}^{-1}\cdot 300\ \text{К}}{32\cdot 10^{-3}\ \text{кг}\cdot\text{моль}^{-1}}} = 483\ \text{м/с}\ \text{(кислород).}$$

Ответ: $\langle v_{\text{кв}1}\rangle = 517$ м/с; $\langle v_{\text{кв}2}\rangle = 483$ м/с.

Параметры состояния идеального газа

1. Определите температуру кислорода, если средняя кинетическая энерги поступательного движения одной молекулы $\langle E_\text{к}\rangle = 6{,}9\cdot 10^{-21}$ Дж. С како средней квадратичной скоростью $\langle v_{\text{кв}}\rangle$ движутся молекулы газа?

Дано	*Решение*
$\langle E_\text{к}\rangle = 6{,}9\cdot 10^{-21}$ Дж $M = 32\cdot 10^{-3}$ кг/моль $k = 1{,}38\cdot 10^{-23}$ Дж/К	Средняя кинетическая энергия $\langle E_\text{к}\rangle$ теплово движения молекул идеального газа связана с абсо лютной температурой T газа уравнением

T — ? $\langle v_{\text{кв}}\rangle$ — ?

$$\langle E_\text{к}\rangle = \frac{3}{2}kT\ \ \textbf{(1)},$$

где k — постоянная Больцмана.

Из уравнения (1) следует $T = \dfrac{2}{3}\dfrac{\langle E_\text{к}\rangle}{k}$ **(2)**.

Средняя квадратичная скорость молекул газа $\langle v_{\text{кв}}\rangle = \sqrt{\dfrac{3kT}{m_0}}$ **(3)**,
где m_0 — масса одной молекулы.

Если молярную массу газа разделить на постоянную Авогадро N_A, то полу чим массу одной молекулы газа: $m_0 = \dfrac{M}{N_\text{А}}$ **(4)**.

Подставив формулу (2) в формулу (3), имеем $\langle v_{\text{кв}}\rangle = \sqrt{\dfrac{2\langle E_\text{к}\rangle}{m_0}}$ **(5)**.

Среднюю квадратичную скорость молекул газа можно определить из соот ношения

$$\langle E_\text{к}\rangle = \frac{m\langle v_{\text{кв}}\rangle^2}{2};\quad \langle v_{\text{кв}}\rangle = \sqrt{\frac{2\langle E_\text{к}\rangle}{m}}\ \ \textbf{(6)}.$$

Формулы (6) и (5) совпадают.

Учитывая формулу (4), получим $\langle v_{\text{кв}}\rangle = \sqrt{\dfrac{2\langle E_\text{к}\rangle N_\text{А}}{M}}$.

Вычисления: $T = \dfrac{2\cdot 6{,}9\cdot 10^{-21}\ \text{Дж}}{3\cdot 1{,}38\cdot 10^{-23}\ \text{Дж/К}} = 333$ К;

$$\langle v_{\text{кв}}\rangle = \sqrt{\frac{2\cdot 6{,}9\cdot 10^{-21}\ \text{кг}\cdot\text{м}^2\cdot\text{с}^{-2}\cdot 6{,}02\cdot 10^{23}\ \text{моль}^{-1}}{32\cdot 10^{-3}\ \text{кг}\cdot\text{моль}^{-1}}} \approx 510\ \text{м/с}.$$

Ответ: $T = 333$ К; $\langle v_{\text{кв}}\rangle = 510$ м/с.

Основное уравнение молекулярно-кинетической теории газов

1. Определите среднюю квадратичную скорость $\langle v_{кв} \rangle$ молекул газа, плотность которого при давлении $p = 50$ кПа составляет $\rho = 4{,}1 \cdot 10^{-2}$ кг/м^3.

Дано	*Решение*
$p = 50$ кПа $= 5 \cdot 10^4$ Па $\rho = 4{,}1 \cdot 10^{-2}$ кг/м^3	Согласно основному уравнению молекулярно-кинетической теории газов, имеем: $p = \frac{1}{3} m_0 \langle v_{кв}^2 \rangle n_0$,
$\langle v_{кв} \rangle$ — ?	где n_0 — число молекул в единице объема; m_0 — масса молекулы.

Произведение $n_0 m_0 = \rho$ — плотность газа. Тогда

$$p = \frac{1}{3}\rho\langle v_{кв}^2 \rangle, \text{ или } \langle v_{кв} \rangle = \sqrt{3\frac{p}{\rho}}.$$

Вычисления: $\langle v_{кв} \rangle = \sqrt{\dfrac{3 \cdot 5 \cdot 10^4 \text{ кг} \cdot \text{м}^{-1} \cdot \text{с}^{-2}}{4{,}1 \cdot 10^{-2} \text{ кг} \cdot \text{м}^{-3}}} = 1\,910$ м/с.

Ответ: $\langle v_{кв} \rangle = 1\,910$ м/с.

Газовые законы

1. В одном сосуде вместимостью $V_1 = 2$ л давление газа $p_1 = 3{,}3 \cdot 10^5$ Па, а в другом вместимостью $V_2 = 6$ л давление того же газа $p_2 = 6{,}6 \cdot 10^5$ Па. Какое давление p установится в сосудах, если их соединить между собой? Процесс считать изотермическим.

Дано	*Решение*
$V_1 = 2$ л $= 2 \cdot 10^{-3}$ м^3 $p_1 = 3{,}3 \cdot 10^5$ Па $V_2 = 6$ л $= 6 \cdot 10^{-3}$ м^3 $p_2 = 6{,}6 \cdot 10^5$ Па	Согласно закону Дальтона: $p = p_3 + p_4$. После соединения сосудов газ будет занимать объем: $V = V_1 + V_2$. При изотермическом процессе:
p — ?	

$$p_1V_1 = p_3V \Rightarrow p_3 = \frac{p_1V_1}{V}; \; p_2V_2 = p_4V \Rightarrow p_4 = \frac{p_2V_2}{V}.$$

Следовательно: $p = \dfrac{p_1V_1}{V} + \dfrac{p_2V_2}{V}$, или $p = \dfrac{p_1V_1 + p_2V_2}{V}$.

Вычисления: $p = \dfrac{3{,}3 \cdot 10^5 \text{ Па} \cdot 2 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3 + 6{,}6 \cdot 10^5 \text{ Па} \cdot 6 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3}{2 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3 + 6 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3} = 5{,}8 \cdot 10^5$ Па.

Ответ: $p = 5{,}8 \cdot 10^5$ Па.

2. В баллоне находится $m_{N_2} = 42$ г азота и $m_{O_2} = 8$ г кислорода под давлением $p_1 = 1 \cdot 10^5$ Па при температуре $t = 7$ °С. Считая азот и кислород идеальными газами, определите объем V баллона.

Дано	*Решение*
$m_{N_2} = 42$ г $= 0{,}042$ кг $=$ $= 42 \cdot 10^{-3}$ кг $m_{O_2} = 8$ г $= 0{,}008$ кг $=$ $= 8 \cdot 10^{-3}$ кг $M_{N_2} = 28 \cdot 10^{-3}$ кг/моль $M_{O_2} = 32 \cdot 10^{-3}$ кг/моль $p_1 = 1 \cdot 10^5$ Па $T = (273 + 7)$ К $= 280$ К $R = 8{,}31$ Дж/(моль · К)	Согласно закону Дальтона $p = p_1 + p_2$. Из уравнения Клапейрона — Менделеева определяем давления p_1 и p_2: $p_1 = \frac{m_{N_2}}{M_{N_2}} \frac{RT}{V}$ **(1)**, $p_2 = \frac{m_{O_2}}{M_{O_2}} \frac{RT}{V}$ **(2)**. Сложим уравнения (1) и (2) почленно: $p = p_1 + p_2 = \left(\frac{m_{N_2}}{M_{N_2}} + \frac{m_{O_2}}{M_{O_2}} \right) \frac{RT}{V}$ **(3)**. Из уравнения (3) определяем объем баллона:
V — ?	

$$V = \left(\frac{m_{N_2}}{M_{N_2}} + \frac{m_{O_2}}{M_{O_2}} \right) \frac{RT}{p}.$$

Вычисления: 1 Дж = 1 Н · м; 1 Па = $1 \frac{\text{Н}}{\text{м}^2}$;

$$V = \left(\frac{42 \cdot 10^{-3} \text{ кг}}{28 \cdot 10^{-3} \text{ кг} \cdot \text{моль}^{-1}} + \frac{8 \cdot 10^{-3} \text{ кг}}{32 \cdot 10^{-3} \text{ кг} \cdot \text{моль}^{-1}} \right) \cdot \frac{8{,}31 \text{ Дж} \cdot \text{моль}^{-1} \cdot \text{К}^{-1} \cdot 280 \text{ К}}{1 \cdot 10^5 \text{ Па}} = 0{,}04 \text{ м}^3.$$

Ответ: $V = 0{,}04$ м^3.

Уравнение состояния идеального газа. Молярная газовая постоянная

1. Каким должен быть наименьший объем V баллона, чтобы он вмещал $m = 6{,}4$ кг кислорода при температуре $t = 20\,°$C, если его стенки выдерживают давление $p = 16$ МПа?

Дано	*Решение*
$m = 6{,}4$ кг $M = 32 \cdot 10^{-3}$ кг/моль $T = (20 + 273)$ К $= 293$ К $p = 16$ МПа $= 16 \cdot 10^6$ Па $R = 8{,}31$ Дж/(моль · К)	По уравнению Клапейрона — Менделеева $pV = \frac{m}{M} RT$, откуда $V = \frac{m}{M} \frac{RT}{p}$. *Вычисления*:
V — ?	

$$V = \frac{6{,}4 \text{ кг} \cdot 8{,}31 \text{ Н} \cdot \text{м} \cdot \text{моль}^{-1} \cdot \text{К}^{-1} \cdot 293 \text{ К}}{32 \cdot 10^{-3} \text{ кг} \cdot \text{моль}^{-1} \cdot 16 \cdot 10^6 \text{ Н} \cdot \text{м}^{-2}} =$$

$$= 3{,}04 \cdot 10^{-2} \text{ м}^3.$$

Ответ: $V = 3{,}04 \cdot 10^{-2}$ м^3.

2. Определите плотность ρ гелия при температуре $t = 15\,°$C и давлении $p = 98$ кПа.

Дано	Решение
$T = (15 + 273)\text{K} = 288\ \text{K}$ $p = 98\ \text{кПа} = 9{,}8 \cdot 10^4\ \text{Па}$ $M = 4 \cdot 10^{-3}\ \text{кг/моль}$ $R = 8{,}31\ \text{Дж/(моль} \cdot \text{К)}$	Плотность определяем по формуле: $\rho = \frac{m}{V}$ **(1)**. Подставим формулу (1) в уравнение Клапейрона — Менделеева $pV = \frac{m}{M}RT$ и получим: $p = \frac{m}{V}\frac{RT}{M}$, или $p = \rho\frac{RT}{M}$, откуда $\rho = \frac{pM}{RT}$.
ρ — ?	

Вычисления: $\rho = \frac{9{,}8 \cdot 10^4\ \text{Па} \cdot 4 \cdot 10^{-3}\ \text{кг/моль}}{8{,}31\ \text{Дж/(моль} \cdot \text{К)} \cdot 288\ \text{К}} = 0{,}16\ \text{кг/м}^3$.

Ответ: $\rho = 0{,}16\ \text{кг/м}^3$.

1. В сосуде вместимостью $V = 20$ л находится азот массой $m = 14$ г. Определите концентрацию n_0 молекул азота в сосуде.

Дано	Решение
$V = 20\ \text{л} = 2 \cdot 10^{-2}\ \text{м}^3$ $m = 14\ \text{г} = 1{,}4 \cdot 10^{-2}\ \text{кг}$ $M = 28 \cdot 10^{-3}\ \text{кг/моль}$ $R = 8{,}31\ \text{Дж/(моль} \cdot \text{К)}$ $k = 1{,}38 \cdot 10^{-23}\ \text{Дж/К}$	Зависимость давления идеального газа от температуры и концентрации его молекул имеет вид $p = n_0kT$, откуда $n_0 = \frac{p}{kT}$. Из уравнения Клапейрона — Менделеева $pV = \frac{m}{M}RT$ определяем $\frac{p}{T} = \frac{mR}{MV}$.
n_0 — ?	

Следовательно: $n_0 = \frac{mR}{MkV}$, или $n_0 = \frac{m}{MV}N_\text{A}$, так как $\frac{R}{k} = N_\text{A}$.

Вычисления: $n_0 = \frac{1{,}4 \cdot 10^{-2}\ \text{кг} \cdot 6{,}02 \cdot 10^{23}\ \text{моль}^{-1}}{28 \cdot 10^{-3}\ \text{кг/моль} \cdot 2 \cdot 10^{-2}\ \text{м}^3} = 1{,}5 \cdot 10^{25}\ \text{м}^{-3}$.

Ответ: $n_0 = 1{,}5 \cdot 10^{25}\ \text{м}^{-3}$.

1. Кислород массой 8 г находится под нормальным давлением $p = 10^5$ Па при температуре $t_1 = 17\ ^\circ\text{C}$. При изобарном нагревании кислород занял объем $V_2 = 15$ л. Определите объем V_1 газа до расширения и температуру T_2 газа после расширения.

Дано	Решение
$m = 8\ \text{г} = 8 \cdot 10^{-3}\ \text{кг}$ $p = 10^5\ \text{Па}$ $T_1 = 290\ \text{К}$ $V_2 = 15\ \text{л} = 1{,}5 \cdot 10^{-2}\ \text{м}^3$ $M = 32 \cdot 10^{-3}\ \text{кг/моль}$ $R = 8{,}31\ \text{Дж/(моль} \cdot \text{К)}$	Из уравнения Клапейрона — Менделеева для первого и второго состояний определяем V_1 и T_2: $pV = \frac{m}{M}RT \Rightarrow V_1 = \frac{mRT_1}{Mp}$; $T_2 = \frac{MpV_2}{mR}$. *Вычисления*: $V_1 = \frac{8 \cdot 10^{-3}\ \text{кг} \cdot 8{,}31\ \text{Дж/(моль} \cdot \text{К)} \cdot 290\ \text{К}}{32 \cdot 10^{-3}\ \text{кг/моль} \cdot 10^5\ \text{Па}} = 6 \cdot 10^{-3}\ \text{м}^3$;
V_1 — ? T_2 — ?	

$$T_2 = \frac{32 \cdot 10^{-3}\ \text{кг/моль} \cdot 10^5\ \text{Па} \cdot 1{,}5 \cdot 10^{-2}\ \text{м}^3}{8 \cdot 10^{-3}\ \text{кг} \cdot 8{,}31\ \text{Дж/(моль} \cdot \text{К)}} = 721\ \text{К}.$$

Ответ: 1) $V_1 = 6 \cdot 10^{-3}\ \text{м}^3$; 2) $T_2 = 721$ К.

Глава 5

ОСНОВЫ ТЕРМОДИНАМИКИ

Внутренняя энергия

1. Определите среднюю кинетическую энергию $\langle E \rangle$ молекулы кислорода, находящегося при температуре $t = 17\ ^\circ\mathrm{C}$.

Дано	*Решение*
$T = (17 + 273)$ К $= 290$ К $i = 5$ $k = 1{,}38 \cdot 10^{-23}$ Дж/К	У двухатомной молекулы кислорода число степеней свободы $i = 5$. Средняя кинетическая энергия молекулы $\langle E \rangle = \dfrac{i}{2} kT$, где k — постоянная Больцмана.
$\langle E \rangle$ — ?	

Вычисления: $\langle E \rangle = \dfrac{5}{2} \cdot 1{,}38 \cdot 10^{-23}$ Дж/К $\cdot\ 290$ К $= 1 \cdot 10^{-20}$ Дж.

Ответ: $\langle E \rangle = 1 \cdot 10^{-20}$ Дж.

2. Определите среднюю кинетическую энергию вращательного движения всех молекул, содержащихся в $m = 4$ г кислорода при температуре $t = 17\ ^\circ\mathrm{C}$.

Дано	*Решение*
$m = 4$ г $= 4 \cdot 10^{-3}$ кг $M = 32 \cdot 10^{-3}$ кг/моль $T = (17 + 273)$ К $= 290$ К $N_\mathrm{A} = 6{,}02 \cdot 10^{23}$ моль$^{-1}$ $k = 1{,}38 \cdot 10^{-23}$ Дж/К	Вращательному движению двухатомной молекулы приписывают две степени свободы, т. е. $i = 2$. Энергия вращательного движения одной молекулы кислорода $\langle E_\text{вр} \rangle = \dfrac{i}{2} kT = kT$. Средняя кинетическая энергия вращательного движения всех молекул $\langle \varepsilon_\text{вр} \rangle = n \langle E_\text{вр} \rangle = nkT$ **(1)**, где n — число молекул: $n = \nu N_\mathrm{A}$.
$\langle \varepsilon_\text{вр} \rangle$ — ?	

Число молей $\nu = \dfrac{m}{M}$, поэтому $n = \dfrac{m}{M} N_\mathrm{A}$ **(2)**.

Подставив (2) в (1), получим

$\langle \varepsilon_\text{вр} \rangle = \dfrac{m}{M} N_\mathrm{A} kT$, или $\langle \varepsilon_\text{вр} \rangle = \dfrac{m}{M} RT$, так как $N_\mathrm{A} k = R$, $R = 8{,}31$ Дж/(моль $\cdot$ К).

Вычисления:

$$\langle \varepsilon_\text{вр} \rangle = \frac{4 \cdot 10^{-3}\ \text{кг} \cdot 6{,}02 \cdot 10^{23}\ \text{моль}^{-1} \cdot 1{,}38 \cdot 10^{-23}\ \text{Дж/К} \cdot 290\ \text{К}}{32 \cdot 10^{-3}\ \text{кг/моль}} = 301\ \text{Дж}, \text{ или}$$

$$\langle \varepsilon_\text{вр} \rangle = \frac{4 \cdot 10^{-3}\ \text{кг} \cdot 8{,}31\ \text{Дж/(моль} \cdot \text{К)} \cdot 290\ \text{К}}{32 \cdot 10^{-3}\ \text{кг/моль}} \approx 301\ \text{Дж}.$$

Ответ: $\langle \varepsilon_\text{вр} \rangle = 301$ Дж.

3 Внутренняя энергия азота при температуре $T = 300$ К равна $U = 3$ кДж. Определите массу азота.

Дано	*Решение*
$T = 300$ К $U = 3$ кДж $= 3 \cdot 10^3$ Дж $M = 28 \cdot 10^{-3}$ кг/моль $R = 8{,}31$ Дж/(моль · К)	Внутренняя энергия произвольной массы газа: $U = \frac{m}{M} \cdot \frac{i}{2} RT$ (**1**), откуда $m = \frac{2UM}{iRT}$.
m — ?	

Азот — газ двухатомный, поэтому $i = 5$.

Вычисления: $m = \frac{2 \cdot 3 \cdot 10^3 \text{ Дж} \cdot 28 \cdot 10^{-3} \text{ кг/моль}}{5 \cdot 8{,}31 \text{ Дж/(моль} \cdot \text{К)} \cdot 300 \text{ К}} = 1{,}35 \cdot 10^{-2}$ кг.

Ответ: $m = 1{,}35 \cdot 10^{-2}$ кг.

Теплоемкость. Удельная теплоемкость. Уравнение теплового баланса

1. Определите молярную C и удельную c теплоемкости аргона при постоянном объеме и постоянном давлении.

Дано	*Решение*
$M = 40 \cdot 10^{-3}$ кг/моль $R = 8{,}31$ Дж/(моль · К)	Молярные изохорическая C_V и изобарическая C_p теплоемкости выражаются формулами: $C_V = \frac{i}{2} R$ (**1**); $C_p = \frac{i+2}{2} R$ (**2**).
C_V — ? C_p — ? c_V — ? c_p — ?	

Аргон — газ одноатомный, поэтому $i = 3$.

Удельные теплоемкости соответственно равны:

$$c_V = \frac{C_V}{M} = \frac{iR}{2M} \ (\mathbf{3}); \quad c_p = \frac{C_p}{M} = \frac{(i+2)R}{2M} \ (\mathbf{4}).$$

Вычисления: $C_V = \frac{3 \cdot 8{,}31 \text{ Дж/(моль} \cdot \text{К)}}{2} = 12{,}5$ Дж/(моль · К);

$$C_p = \frac{(3+2) \cdot 8{,}31 \text{ Дж/(моль} \cdot \text{К)}}{2} = 20{,}8 \text{ Дж/(моль} \cdot \text{К)};$$

$$c_V = \frac{12{,}5 \text{ Дж/(моль} \cdot \text{К)}}{40 \cdot 10^{-3} \text{ кг/моль}} = 313 \text{ Дж/(кг} \cdot \text{К)};$$

$$c_p = \frac{20{,}8 \text{ Дж/(моль} \cdot \text{К)}}{40 \cdot 10^{-3} \text{ кг/моль}} = 520 \text{ Дж/(кг} \cdot \text{К)}.$$

***Ответ*:** $C_V = 12{,}5$ Дж/(моль · К); $C_p = 20{,}8$ Дж/(моль · К); $c_V = 313$ Дж/(кг · К); $c_p = 520$ Дж/(кг · К).

2. В калориметре смешиваются три химически не взаимодействующие жидкости массами $m_1 = 1$ кг, $m_2 = 10$ кг и $m_3 = 5$ кг, имеющие соответственно температуры $t_1 = 6$ °С, $t_2 = -40$ °С, $t_3 = 60$ °С и удельные теплоемкости 2 000 Дж/(кг · К), 4 000 Дж/(кг · К) и 2 000 Дж/(кг · К). Определите температуру смеси Θ и теплоту Q, необходимую для последующего нагревания смеси до $t = 6$ °С.

Дано	*Решение*
$m_1 = 1$ кг $m_2 = 10$ кг $m_3 = 5$ кг $T_1 = (6 + 273)$ К $= 279$ К $T_2 = (-40 + 273)$ К $= 233$ К $T_3 = (60 + 273)$ К $= 333$ К $c_1 = 2\,000$ Дж/(кг · К) $c_2 = 4\,000$ Дж/(кг · К) $c_3 = 2\,000$ Дж/(кг · К) $T = (6 + 273)$ К $= 279$ К	Из уравнения теплового баланса следует, что алгебраическая сумма полученных и отданных жидкостями количеств теплоты равна нулю: $m_1c_1(\Theta - T_1) + m_2c_2(\Theta - T_2) + m_3c_3(\Theta - T_3) = 0.$ Решив это уравнение относительно Θ, получим $\Theta = \frac{m_1c_1T_1 + m_2c_2T_2 + m_3c_3T_3}{m_1c_1 + m_2c_2 + m_3c_3}.$
Θ — ? Q — ?	

Чтобы нагреть смесь до температуры T, необходима теплота:

$$Q = m_1c_1(T - \Theta) + m_2c_2(T - \Theta) + m_3c_3(T - \Theta) =$$

$$= (m_1c_1 + m_2c_2 + m_3c_3)(T - \Theta).$$

Вычисления:

$$\Theta = \frac{1\,\text{кг} \cdot 2\,000\,\frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot \text{К}} \cdot 279\,\text{К} + 10\,\text{кг} \cdot 4\,000\,\frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot \text{К}} \cdot 233\,\text{К} + 5\,\text{кг} \cdot 2\,000\,\frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot \text{К}} \cdot 333\,\text{К}}{1\,\text{кг} \cdot 2\,000\,\frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot \text{К}} + 10\,\text{кг} \cdot 4\,000\,\frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot \text{К}} + 5\,\text{кг} \cdot 2\,000\,\frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot \text{К}}} =$$

$$= 254\,\text{К};$$

$$Q = [2\,000\,\text{Дж/(кг} \cdot \text{К)} \cdot 1\,\text{кг} + 4\,000\,\text{Дж/(кг} \cdot \text{К)} \cdot 10\,\text{кг} + 2\,000\,\text{Дж/(кг} \cdot \text{К)} \cdot 5\,\text{кг}] \times$$

$$\times (279 - 254)\,\text{К} = 1{,}3 \cdot 10^6\,\text{Дж} = 1{,}3\,\text{МДж}.$$

***Ответ*:** Θ = 254 К; $Q = 1{,}3$ МДж.

3. В сосуд, содержащий $V_1 = 3$ л воды при $t_1 = 20$ °С, опустили кусок железа массой m = 3 кг, нагретый до $t_2 = 540$ °С. При этом температура воды поднялась до Θ = 55 °С и часть ее испарилась. Определите массу m_2 воды, обратившуюся в пар.

Дано	*Решение*
$V_1 = 3 \text{ л} = 3 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3$ $T_1 = (20 + 273) \text{ К} = 293 \text{ К}$ $m_1 = 3 \text{ кг}$ $T_2 = (540 + 273) \text{ К} = 813 \text{ К}$ $\Theta = (55 + 273) \text{ К} = 328 \text{ К}$ $c = 0{,}46 \cdot 10^3 \text{ Дж/(кг} \cdot \text{К)}$ $c_1 = 4{,}19 \cdot 10^3 \text{ Дж/(кг} \cdot \text{К)}$ $r = 22{,}6 \cdot 10^5 \text{ Дж/кг}$ $\rho = 10^3 \text{ кг/м}^3$	Уравнение теплового баланса: $cm(T_2 - \Theta) = m_1c_1(\Theta - T_1) + m_2r$, откуда $m_2 = [cm(T_2 - \Theta) - c_1m_1(\Theta - T_1)]/r$, где $m_1 = \rho V_1$ — масса воды. *Вычисления*: $m_2 = [0{,}46 \cdot 10^3 \text{ Дж/(кг} \cdot \text{К)} \cdot 3 \text{ кг} \cdot (813 - 328) \text{ К} - 4{,}19 \cdot 10^3 \text{ Дж/(кг} \cdot \text{К)} \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3 \cdot 3 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3 \times (328 - 293) \text{ К}] / 22{,}6 \cdot 10^5 \text{ Дж/кг} = 0{,}1 \text{ кг}.$ **Ответ**: $m_2 = 0{,}1$ кг.
m_2 — ?	

Первое начало термодинамики

1. Водород массой $m = 4$ г, занимая первоначальный объем $V_1 = 0{,}1$ м^3, расширяется до объема $V_2 = 1$ м^3. Определите: 1) A_1 — работу газа при изобарном процессе; 2) A_2 — работу газа при изотермическом процессе. Начальная температура газа $T_1 = 300$ К.

Дано	*Решение*
$m = 4 \text{ г} = 4 \cdot 10^{-3} \text{ кг}$ $V_1 = 0{,}1 \text{ м}^3$ $V_2 = 1 \text{ м}^3$ $M = 2 \cdot 10^{-3} \text{ кг/моль}$ $R = 8{,}31 \text{ Дж/(моль} \cdot \text{К)}$ $T_1 = 300 \text{ К}$	1) При изобарном расширении ($p_1 = \text{const}$) газ совершает работу $A_1 = p_1(V_2 - V_1)$ **(1)**. Давление газа определяем из уравнения Клапейрона — Менделеева: $p_1V_1 = \frac{m}{M}RT_1 \Rightarrow p_1 = \frac{m}{M}\frac{RT_1}{V_1}$ **(2)**.
1) A_1 — ? 2) A_2 — ?	

Подставив формулу (2) в (1), получим

$$A_1 = \frac{m}{M}\frac{RT_1}{V_1}(V_2 - V_1) \quad \textbf{(3)}.$$

2) При изотермическом расширении газ совершает работу

$$A_2 = \frac{m}{M}RT_1 \ln\frac{V_2}{V_1} \quad \textbf{(4)}.$$

Вычисления ($\ln 10 = 2{,}3$):

$$1)\ A_1 = \frac{4 \cdot 10^{-3} \text{ кг} \cdot 8{,}31 \text{ Дж/(моль} \cdot \text{К)} \cdot 300 \text{ К}}{2 \cdot 10^{-3} \text{ кг/моль} \cdot 0{,}1 \text{ м}^3} \cdot (1 \text{ м}^3 - 0{,}1 \text{ м}^3) = 4{,}5 \cdot 10^4 \text{ Дж};$$

$$2)\ A_2 = \frac{4 \cdot 10^{-3} \text{ кг}}{2 \cdot 10^{-3} \text{ кг/моль}} \cdot 8{,}31 \text{ Дж/(моль} \cdot \text{К)} \cdot 300 \text{ К} \cdot \ln\frac{1 \text{ м}^3}{0{,}1 \text{ м}^3} = 11{,}5 \cdot 10^3 \text{ Дж}.$$

Ответ: 1) $A_1 = 4{,}5 \cdot 10^4$ Дж; 2) $A_2 = 11{,}5 \cdot 10^3$ Дж.

2. Углекислый газ массой $m = 20$ г нагрет от температуры $T_1 = 290$ К до температуры $T_2 = 300$ К при постоянном давлении. Определите: 1) A — работу, которую совершил газ при расширении; 2) ΔU — изменение его внутренней энергии.

Дано	*Решение*
$M = 44 \cdot 10^{-3}$ кг/моль $m = 20$ г $= 2 \cdot 10^{-2}$ кг $T_1 = 290$ К, $T_2 = 300$ К $p = \text{const}$, $i = 5$ 1) A — ? 2) ΔU — ?	Работа газа при изобарном процессе ($p = \text{const}$) $A = p(V_2 - V_1)$, или $A = \frac{m}{M} R(T_2 - T_1)$. Изменение внутренней энергии $\Delta U = U_2 - U_1$, или $\Delta U = \frac{m}{M} \cdot \frac{i}{2} R(T_2 - T_1)$.

Вычисления:

$$1)\ A = \frac{2 \cdot 10^{-2}\ \text{кг} \cdot 8{,}31\ \text{Дж/(моль} \cdot \text{К)}(300\ \text{К} - 290\ \text{К})}{44 \cdot 10^{-3}\ \text{кг/моль}} = 37{,}7\ \text{Дж};$$

$$2)\ \Delta U = \frac{2 \cdot 10^{-2}\ \text{кг} \cdot 5 \cdot 8{,}31\ \text{Дж/(моль} \cdot \text{К)}(300\ \text{К} - 290\ \text{К})}{44 \cdot 10^{-3}\ \text{кг/моль}} = 94{,}3\ \text{Дж}.$$

Ответ: 1) $A = 37{,}7$ Дж; 2) $\Delta U = 94{,}3$ Дж.

3. Водород массой $m = 30$ г расширяется при постоянном давлении, при этом его объем увеличивается в пять раз. Определите: 1) Q — теплоту, сообщаемую водороду; 2) ΔU — изменение внутренней энергии газа; 3) A — работу, совершаемую газом при изобарном процессе. Начальная температура газа $T_1 = 270$ К.

Дано	*Решение*
$m = 30$ г $= 3 \cdot 10^{-2}$ кг $M = 2 \cdot 10^{-3}$ кг/моль $p = \text{const}$ $\frac{V_2}{V_1} = 5$ $T_1 = 270$ К $R = 8{,}31$ Дж/(моль · К) 1) Q — ? 2) ΔU — ? 3) A — ?	Согласно первому закону термодинамики $Q = \Delta U + A$ **(1)**, откуда $A = Q - \Delta U$. Теплота, сообщаемая газу при изобарном процессе, определяется по формуле: $Q = \frac{m}{M} C_p \Delta T$, где $C_p = \frac{i+2}{2} R$. Водород — газ двухатомный, $i = 5$, поэтому $C_p = \frac{7}{2} R$ — молярная теплоемкость газа при постоянном давлении. Тогда $Q = \frac{7}{2} \frac{m}{M} R \Delta T$ **(2)**.

При изобарном процессе справедливо уравнение

$$\frac{V_1}{V_2} = \frac{T_1}{T_2}, \text{ откуда } T_2 = \frac{V_2}{V_1} T_1.$$

Изменение температуры $\Delta T = T_2 - T_1$

$$\Delta T = \frac{V_2}{V_1}T_1 - T_1 = T_1\left(\frac{V_2}{V_1} - 1\right) \ \textbf{(3)}.$$

Изменение внутренней энергии газа: $\Delta U = \frac{m}{M}C_V\Delta T$, где $C_V = \frac{i}{2}R$, или $C_V = \frac{5}{2}R$ — молярная теплоемкость газа при постоянном объеме. Тогда

$$\Delta U = \frac{5m}{2M}R\Delta T \ \textbf{(4)}.$$

Вычисления: $\Delta T = 270$ К $(5 - 1) = 1\,080$ К;

1) $Q = \frac{7}{2} \cdot \frac{3 \cdot 10^{-2}\text{ кг}}{2 \cdot 10^{-3}\text{ кг}} \cdot 8{,}31\text{ Дж/(моль} \cdot \text{К)} \cdot 1\,080\text{ К} = 4{,}7 \cdot 10^5\text{ Дж}$;

2) $\Delta U = \frac{5}{2} \cdot \frac{3 \cdot 10^{-2}\text{ кг}}{2 \cdot 10^{-3}\text{ кг}} \cdot 8{,}31\text{ Дж/(моль} \cdot \text{К)} \cdot 1\,080\text{ К} = 3{,}2 \cdot 10^5\text{ Дж}$;

3) $A = 4{,}7 \cdot 10^5$ Дж $- 3{,}2 \cdot 10^5$ Дж $= 1{,}5 \cdot 10^5$ Дж.

Ответ: 1) $Q = 4{,}7 \cdot 10^5$ Дж; 2) $\Delta U = 3{,}2 \cdot 10^5$ Дж; 3) $A = 1{,}5 \cdot 10^5$ Дж.

4. Определите изменение внутренней энергии ΔU льда массой $m = 5$ кг в процессе его таяния (плавления) при нормальных условиях.

Дано	***Решение***
$m = 5$ кг $\lambda = 3{,}35 \cdot 10^5$ Дж/кг $p_0 = 1{,}01 \cdot 10^5$ Па $T = 273$ К $\rho_л = 0{,}9 \cdot 10^3$ кг/м^3 $\rho_{H_2O} = 10^3$ кг/м^3	Изменение внутренней энергии определяем из первого закона термодинамики: $Q = \Delta U + A \Rightarrow \Delta U = Q - A$. Для таяния льда необходима теплота $Q = Q_{пл} = \lambda m$, где λ — удельная теплота плавления. Масса образовавшейся воды m_{H_2O} будет равна массе льда m. Объем воды V_2, образовавшейся из льда V_1, будет меньше, так как плотность воды ρ_{H_2O} больше плотности льда $\rho_л$.
ΔU — ?	

При плавлении льда совершается работа

$$A = p_0(V_2 - V_1).$$

Учитывая, что $\rho = \frac{m}{V}$, определяем $V_2 = \frac{m}{\rho_{H_2O}}$; $V_1 = \frac{m}{\rho_л}$.

Следовательно, $A = p_0\left(\frac{m}{\rho_{H_2O}} - \frac{m}{\rho_л}\right) = p_0 m\left(\frac{\rho_л - \rho_{H_2O}}{\rho_л \rho_{H_2O}}\right)$.

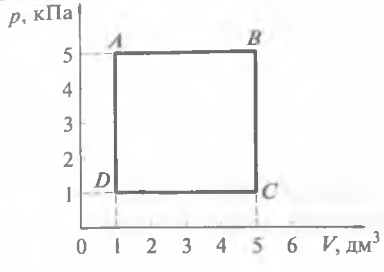
Вычисления: $Q = 3{,}35 \cdot 10^5\text{ Дж/кг} \cdot 5\text{ кг} = 1{,}7 \cdot 10^6\text{ Дж}$;

$$A = 1{,}01 \cdot 10^5\text{ Па} \cdot 5\text{ кг} \cdot \frac{0{,}9 \cdot 10^3\text{ кг/м}^3 - 10^3\text{ кг/м}^3}{0{,}9 \cdot 10^3\text{ кг/м}^3 \cdot 10^3\text{ кг/м}^3} = -55\text{ Дж};$$

$$\Delta U = 1{,}7 \cdot 10^6\text{ Дж} - (-55\text{ Дж}) \approx 1{,}7 \cdot 10^6\text{ Дж}.$$

Ответ: $\Delta U \approx 1{,}7 \cdot 10^6$ Дж.

5. Определите работу A, совершаемую газом за один цикл, состоящий и двух изобар и двух изохор (рис. 5.1).

Дано	*Решение*
 **Рис. 5.1**	Площадь прямоугольника $ABCD$ равн работе, совершаемой газом: т.е. S_{ABCD} = Но $S_{ABCD} = AB \cdot AD$; $AB = 4$ дм$^3 = 4 \cdot 10^{-3}$ м $AD = 4$ кПа $= 4 \cdot 10^3$ Па. Вычислим работу, совершаемую газом з один цикл: $$A = 4 \cdot 10^{-3}\ \text{м}^3 \cdot 4 \cdot 10^3\ \text{Па} = 16\ \text{Дж}.$$ ***Ответ***: $A = 16$ Дж.
A — ?	

Холодильная машина. Тепловой двигатель

1. Температура нагревателя идеальной тепловой машины $T_н = 500$ K, температура холодильника $T_х = 300$ K. Определите КПД тепловой машины η теплоту $Q_н$, получаемую от нагревателя, если за один цикл машина совершает работу $A = 400$ Дж.

Дано	*Решение*
$T_н = 500$ K $T_х = 300$ K $A = 400$ Дж	Коэффициент полезного действия тепловой машины определяется по формуле: $$\eta = \frac{T_н - T_х}{T_н}\ (1)\ \text{или}\ \eta = \frac{A}{Q_н}\ (2).$$
η — ? $Q_н$ — ?	

Из формулы (2) следует, что $Q_н = \dfrac{A}{\eta} = \dfrac{AT_н}{T_н - T_х}$.

Вычисления: $\eta = \dfrac{500\ \text{K} - 300\ \text{K}}{500\ \text{K}} = 0{,}4$; $Q_н = \dfrac{400\ \text{Дж}}{0{,}4} = 1\,000\ \text{Дж} = 1\ \text{кДж}$.

Ответ: $\eta = 0{,}4$ (40 %); $Q_н = 1$ кДж.

Глава 6

СВОЙСТВА ПАРОВ

Насыщенный пар и его свойства

1. Определите ρ — плотность насыщенного водяного пара в воздухе при температуре $T = 300$ К. Давление насыщенного пара при этой температуре $p_н = 3{,}56$ кПа.

Дано	*Решение*
$T = 300$ К $p_н = 3{,}56$ кПа $= 3{,}56 \cdot 10^3$ Па $R = 8{,}31$ Дж/(моль · К) $M = 18 \cdot 10^{-3}$ кг/моль $k = 1{,}38 \cdot 10^{-23}$ Дж/К	**I способ.** Состояние насыщенного пара описывается уравнением Клапейрона — Менделеева: $pV = \frac{m}{M}RT$, откуда плотность $\rho = \frac{m}{V} = \frac{pM}{RT}$.
ρ — ?	

$$\textit{Вычисления}: \rho = \frac{3{,}56 \cdot 10^3\ \text{Па} \cdot 18 \cdot 10^{-3}\ \text{кг/моль}}{8{,}31\ \text{Дж/(моль} \cdot \text{К)} \cdot 300\,\text{К}} = 2{,}58 \cdot 10^{-2}\ \text{кг/м}^3.$$

II способ. Плотность насыщенного пара $\rho = \frac{m}{V}$ **(1)**. Состояние насыщенного пара описывается уравнением $p = n_0kT$, следовательно, $n_0 = \frac{p}{kT}$ **(2)**, где $n_0 = \frac{N}{V}$, N — число молекул в объеме V.

$$N = n_0V, \text{ или } N = \frac{pV}{kT} \ \textbf{(3)}.$$

Масса пара $m = m_0N$, где m_0 — масса одной молекулы.

$$m_0 = \frac{M}{N_А}, \text{ тогда } m = \frac{M}{N_А}N \ \textbf{(4)}.$$

Подставив формулу (3) в (4), определяем массу: $m = \frac{M}{N_А}\frac{pV}{kT}$ **(5)**.

По формуле (1) с учетом формулы (4) находим $\rho = \frac{MpV}{N_АkTV} = \frac{pM}{N_АkT}$ **(6)**.

Учитывая, что $R = kN_А$, имеем: $\rho = \frac{pM}{RT}$ **(7)**. Получили формулу, аналогичную формуле при первом способе решения.

Вывод: данную задачу целесообразнее решать первым способом.

Ответ: $\rho = 2{,}58 \cdot 10^{-2}$ кг/м^3.

Абсолютная и относительная влажность воздуха

1. При температуре $T = 298$ К абсолютная влажность воздуха $D = \rho = 9 \cdot 10^{-3}$ кг/м^3. Определите парциальное давление p пара в нем.

Дано	*Решение*
$T = 298$ К $D = \rho = 9 \cdot 10^{-3}$ кг/м^3 $M = 18 \cdot 10^{-3}$ кг/моль p — ?	Учитывая, что абсолютная влажность воздуха D при температуре T равна плотности ρ водяного пара при этой температуре, т.е. $D = \rho$ **(1)**, для определения ρ используем уравнение Клапейрона — Менделеева: $pV = \frac{m}{M}RT$ **(2)**, учитывая, что $\rho = \frac{m}{V}$.

Из уравнения (2) определяем давление: $p = \frac{m}{V}\frac{RT}{M}$, или $p = \rho\frac{RT}{M}$.

Вычисления: $p = 9 \cdot 10^{-3}\ \text{кг/м}^3\ \frac{8{,}31\ \text{Дж/(моль} \cdot \text{К)} \cdot 298\ \text{К}}{18 \cdot 10^{-3}\ \text{кг/моль}} = 1{,}24 \cdot 10^3\ \text{Па} = 1{,}24\ \text{кПа}.$

Ответ: $p = 1{,}24$ кПа.

2. Котел объемом $V = 5$ м^3 заполнили водой, масса которой $m_1 = 20$ кг, и нагрели ее до температуры $t = 180$ °С. Найдите давление p и массу m водяных паров в котле. Плотность насыщенных паров воды при этой температуре $\rho = 5{,}05$ кг/м^3.

Дано	*Решение*
$V = 5$ м^3 $m_1 = 20$ кг $T = (180 + 273)$ К $= 453$ К $\rho = 5{,}05$ кг/м^3 $M = 18 \cdot 10^{-3}$ кг/моль m — ? p — ?	Масса пара, необходимая для насыщения котла объемом V при температуре T: $m = \rho V = 5{,}05$ кг/м$^3 \cdot 5$ м$^3 = 25{,}25$ кг. Видим, что $m > m_1$, т.е. вся вода в котле превратится в пар, следовательно, этот пар будет ненасыщающим, $m_2 = m_1$. Давление ненасыщающего пара определяется из уравнения состояния: $pV = \frac{m_2}{M}RT$, откуда:

$$p = \frac{m_2RT}{MV}.$$

Вычисления: $p = \frac{20\ \text{кг} \cdot 8{,}31\ \text{Дж/(моль} \cdot \text{К)} \cdot 453\ \text{К}}{18 \cdot 10^{-3}\ \text{кг/моль} \cdot 5\ \text{м}^3} = 8{,}4 \cdot 10^5\ \text{Па} = 840\ \text{кПа}.$

Ответ: $m = 20$ кг; $p = 840$ кПа.

3. Определите абсолютную влажность D воздуха, если его температура $t = 20$ °С, а относительная влажность $f = 75$ %.

Дано	*Решение*
$T = 293$ K $\rho_н = 17{,}3 \cdot 10^{-3}$ кг/м^3 $f = 75\,\%$	По определению, $f = \frac{D}{D_0} \cdot 100\,\%$, или $f = \frac{\rho}{\rho_н} \cdot 100\,\%$ **(1)**. Из уравнения (1) находим $\rho = \frac{f \rho_н}{100\,\%}$.
D — ?	

Вычисления: $D = \rho = \frac{75\,\%}{100\,\%} \cdot 17{,}3 \cdot 10^{-3}$ кг/м^3 $\approx 1{,}2 \cdot 10^{-2}$ кг/м^3.

Ответ: $D = 1{,}2 \cdot 10^{-2}$ кг/м^3.

4. В сосуде вместимостью $V = 50$ л при температуре $t_1 = 27$ °C находится воздух с относительной влажностью $f_1 = 30\,\%$. Определите относительную влажность f_2 после введения в сосуд $m_2 = 0{,}8$ г паров воды.

Дано	*Решение*
$V = 50$ л $= 5 \cdot 10^{-2}$ м^3 $T_1 = (27 + 273) = 300$ K $f_1 = 30\,\% = 0{,}3$ $\rho_н = 25{,}8 \cdot 10^{-3}$ кг/м^3 $m_2 = 8 \cdot 10^{-4}$ кг	Найдем первоначальную массу m_1 паров воды в сосуде: $m_1 = \rho_1 V = \rho_н f_1 V$ **(1)**. При введении паров воды массой m_2 масса паров будет $m = m_1 + m_2$, а их плотность $\rho = \frac{m_1 + m_2}{V}$. Относительная влажность $f = \frac{\rho}{\rho_н} = \frac{m_1 + m_2}{V \rho_н}$
f_2 — ?	

или, учитывая (1), получим

$$f_2 = \frac{\rho_н f_1 V + m_2}{V \rho_н} = f_1 + \frac{m_2}{V \rho_н}.$$

Вычисления: $f_2 = 0{,}3 + \frac{8 \cdot 10^{-4}\ \text{кг}}{5 \cdot 10^{-2}\ \text{м}^3 \cdot 25{,}8 \cdot 10^{-3}\ \text{кг/м}^3} = 0{,}3 + 0{,}62 = 0{,}92$, или 92 %.

Ответ: $f_2 = 92\,\%$.

5. Давление насыщающего водяного пара при температуре $t = 30$ °C равно $p_н = 4{,}24$ кПа. Определите при этой температуре массу m одного кубического метра влажного воздуха при относительной влажности воздуха $f = 80\,\%$ и давлении $p = 1{,}02 \cdot 10^5$ Па.

Дано	*Решение*
$T = (30 + 273)$ K $= 303$ K $p_н = 4{,}24$ кПа $=$ $= 4{,}24 \cdot 10^3$ Па $V = 1$ м^3 $f = 80\,\% = 0{,}8$ $p = 1{,}02 \cdot 10^5$ Па $M_п = 18 \cdot 10^{-3}$ кг/моль $M_в = 29 \cdot 10^{-3}$ кг/моль $R = 8{,}31$ Дж/(моль · K)	Полное давление p влажного воздуха равно сумме давлений воздуха $p_в$ и водяного пара $p_п$: $p = p_в + p_п = p_в + f p_н$, откуда $p_в = p - f p_н$. Масса m влажного воздуха равна сумме масс водяного пара $m_п$ и воздуха $m_в$: $m = m_п + m_в$ **(1)**. Массу водяного пара и массу воздуха определяем из уравнения Клапейрона — Менделеева: • для воздуха:
m — ?	$p_в V = \frac{m_в}{m_в} RT \Rightarrow m_в = \frac{M_в p_в V}{RT} = \frac{M_в V}{RT}(p - f p_н)$ **(2)**;

- для водяного пара:

$$p_{п}V = \frac{m_{п}}{M_{п}}RT \Rightarrow m_{п} = \frac{M_{п}p_{п}V}{RT} = \frac{M_{п}fp_{н}V}{RT} \quad (3).$$

Массу влажного воздуха находим по уравнению (1) с учетом формул (2) и (3):

$$m = \frac{M_{п}fp_{н}V}{RT} + \frac{M_{в}V}{RT}(p - fp_{н}) = \frac{V}{RT}\left[M_{п}fp_{н} + M_{в}(p - fp_{н})\right].$$

Вычисления:

$$m = \frac{1\ \text{м}^3}{8{,}31\ \text{Дж/(моль}\cdot\text{К)}\cdot 303\ \text{К}}\Big[18\cdot 10^{-3}\ \text{кг/моль}\cdot 0{,}8\cdot 4{,}24\cdot 10^3\ \text{Па} +$$

$$+ 29\cdot 10^{-3}\ \text{кг/моль}\,(1{,}02\cdot 10^5\ \text{Па} - 0{,}8\cdot 4{,}24\cdot 10^3\ \text{Па})\Big] = 1{,}2\ \text{кг}.$$

Ответ: $m = 1{,}2$ кг.

Кипение. Перегретый пар

1. Определите теплоту Q, необходимую для того, чтобы нагреть до кипения $m = 3$ кг воды, имеющей температуру $t_1 = 20\ ^\circ\text{C}$, и обратить в пар $m_1 = 200$ г воды.

Дано	*Решение*
$m = 3$ кг $T_1 = (20 + 273)\ \text{К} = 293\ \text{К}$ $m_1 = 200\ \text{г} = 0{,}2$ кг $c = 4{,}2\cdot 10^3\ \text{Дж/(кг}\cdot\text{К)}$ $T_2 = (100 + 273)\ \text{К} = 373\ \text{К}$ $r = 2{,}26\cdot 10^6$ Дж/кг	Теплота $Q = Q_1 + Q_2$ (**1**), где Q_1 — теплота, необходимая для нагревания воды от температуры $T_1 = 293$ К до $T_2 = 373$ К, т. е. до температуры кипения: $Q_1 = cm(T_1 - T_2)$ (**2**); Q_2 — теплота, необходимая для превращения воды массой m_1, нагретой до температуры кипения T_2, в пар: $Q_2 = rm_1$ (**3**).
Q — ?	

Подставив формулы (2) и (3) в уравнение (1), получим $Q = cm(T_2 - T_1) + rm_1$.

Вычисления: $Q = 4{,}2\cdot 10^3\ \text{Дж/(кг}\cdot\text{К)}\cdot 3\ \text{кг}\cdot(373 - 293)\ \text{К} +$

$+2{,}26\cdot 10^6\ \text{Дж/кг}\cdot 0{,}2\ \text{кг} = 1{,}46\cdot 10^6\ \text{Дж} = 1{,}46\ \text{Дж}.$

Ответ: $Q = 1{,}46$ МДж.

Глава 7

СВОЙСТВА ЖИДКОСТЕЙ

Поверхностный слой жидкости. Энергия поверхностного слоя

1. Из мыльного раствора, поверхностное натяжение которого $\alpha = 4 \cdot 10^{-2}$ Н/м, образовался мыльный пузырь диаметром $d_1 = 8$ мм. Определите работу A, которую необходимо совершить, чтобы вдвое увеличить диаметр пузыря. Процесс образования мыльного пузыря считать изотермическим.

Дано	*Решение*
$\alpha = 4 \cdot 10^{-2}$ Н/м $d_1 = 8$ мм $= 8 \cdot 10^{-3}$ м $d_2 = 2d_1$ $T = \text{const}$ A — ?	Мыльная пленка пузыря имеет две поверхности — внешнюю и внутреннюю, площадь каждой: $S = \pi d^2$.

При образовании мыльного пузыря диаметром d_1 была создана поверхность $S_1 = \pi d_1^2$ **(1)** и совершена работа $A_1 = \alpha S_1$. При образовании мыльного пузыря диаметром $d_2 = 2d_1$ была создана поверхность $S_2 = 4\pi d_1^2$ **(2)** и совершена работа $A_2 = \alpha S_2$; $A = A_2 - A_1 = \alpha S_2 - \alpha S_1 = \alpha(S_2 - S_1)$ **(3)**.

Подставив формулы (1) и (2) в формулу (3), получим

$$A = \alpha(4\pi d_1^2 - \pi d_1^2) = 3\pi\alpha d_1^2.$$

Вычисления: $A = 3 \cdot 3{,}14 \cdot 4 \cdot 10^{-2}$ Н/м $\cdot (8 \cdot 10^{-3}$ м$)^2 = 2{,}4 \cdot 10^{-5}$ Дж $= 24$ мкДж.

Ответ: $A = 24$ мкДж.

2. Какая энергия E выделяется при слиянии маленьких капель ртути радиусом $r = 2 \cdot 10^{-3}$ мм в одну каплю радиусом $R = 2$ мм?

Дано	*Решение*
$r = 2 \cdot 10^{-6}$ м $R = 2 \cdot 10^{-3}$ м $\alpha = 0{,}48$ Дж/м^2 E — ?	Уменьшение энергии при слиянии маленьких капель в большую происходит за счет изменения потенциальной энергии поверхностного слоя капель: $\Delta E_п = \alpha \Delta S = \alpha(S_1 - S_2)$, α — поверхностное натяжение ртути.

При решении задачи считаем, что капли имеют форму шара; площадь поверхности шара $S = 4\pi R^2$; объем шара $V = \frac{4}{3}\pi R^3$.

Очевидно, что объем большой капли равен сумме объемов маленьких капель $\frac{4}{3}\pi R^3 = n\frac{4}{3}\pi r^3$, откуда $n = \frac{R^3}{r^3}$.

Площади поверхности маленьких капель S_1 и большой капли S_2 соответственно равны: $S_1 = n \cdot 4\pi r^2 = \frac{4\pi R^3}{r}$; $S_2 = 4\pi R^2$, следовательно, $\Delta S = \frac{4\pi R^3}{r} - 4\pi R^2 =$ $= 4\pi R^2\left(\frac{R}{r} - 1\right)$.

Подставив ΔS в уравнение (1), получим $\Delta E_п = 4\pi R^2\alpha\left(\frac{R}{r} - 1\right)$. Так как $\frac{R}{r} \gg 1$, то можно считать $\Delta E_п = \frac{4\pi R^3\alpha}{r}$.

Вычисления: $E \approx \Delta E_п = \frac{4 \cdot 3{,}14 \cdot 8 \cdot 10^{-9}\ м^3 \cdot 0{,}48\ Дж/м^2}{2 \cdot 10^{-6}\ м} \approx 24 \cdot 10^{-3}$ Дж.

Ответ: $E \approx 24 \cdot 10^{-3}$ Дж.

Явления на границе жидкости с твердым телом. Капиллярные явления

1. Из капиллярной трубки радиусом $r = 1$ мм, расположенной вертикально, капает спирт. Определите поверхностное натяжение α спирта, если в момент отрыва капля имеет форму сферы радиусом $r_1 = 1{,}6$ мм. Плотность спирта $\rho = 0{,}8 \cdot 10^3$ кг/м^3.

Дано	*Решение*
$r = 1$ мм $= 10^{-3}$ м $r_1 = 1{,}6$ мм $= 1{,}6 \cdot 10^{-3}$ м $\rho = 0{,}8 \cdot 10^3$ кг/м^3 α — ?	В момент отрыва капли от капилляра сила поверхностного натяжения F равна силе тяжести, т. е. $F = mg$ **(1)**.

Сила поверхностного натяжения определяется из формулы: $\alpha = \frac{F}{l} \Rightarrow F = \alpha l$ **(2)**, где l — граница поверхностного слоя $l = 2\pi r$ **(3)**.

Подставив формулы (3) и (2) в формулу (1), имеем: $2\pi r\alpha = mg$ **(4)**, откуда $\alpha = \frac{mg}{2\pi r}$ **(5)**.

Масса одной капли $m = \rho V$, где V — объем сферы ($V = \frac{4}{3}\pi r_1^3$).

Таким образом, $m = \frac{4}{3}\pi\rho r_1^3$ **(6)**.

Подставив формулу (6) в выражение (5), получим $\alpha = \frac{4}{6}\frac{\rho r_1^3 g}{r}$.

Вычисления: $\alpha = \frac{4 \cdot 0{,}8 \cdot 10^3\ кг/м^3 \cdot (1{,}6 \cdot 10^{-3}\ м)^3 \cdot 9{,}8\ м/с^2}{6 \cdot 10^{-3}\ м} = 2{,}14 \cdot 10^{-2}$ Н/м.

Ответ: $\alpha = 2{,}14 \cdot 10^{-2}$ Н/м.

2. Две пластины погружены в спирт. На какую высоту поднимется уровень спирта, если расстояние между пластинами уменьшится с 1 до 0,5 мм? Смачивание пластины считать полным.

Дано	*Решение*
$\alpha = 0{,}022$ Н/м $\rho = 0{,}8 \cdot 10^3$ кг/м^3 $r_1 = 1$ мм $= 10^{-3}$ м $r_2 = 0{,}5$ мм $= 0{,}5 \cdot 10^{-3}$ м Δh — ?	Между пластинами образуется мениск, имеющий цилиндрическую поверхность. Радиусы цилиндрических поверхностей соответственно равны $\frac{r_1}{2}$ и $\frac{r_2}{2}$. В этом случае $h_1 = \frac{2\alpha}{\rho g r_1}$; $h_2 = \frac{2\alpha}{\rho g r_2}$;

$\Delta h = h_2 - h_1 = \frac{2\alpha}{\rho g}\left(\frac{1}{r_2} - \frac{1}{r_1}\right)$, где r_1 и r_2 — расстояния между пластинами.

Вычисления:

$$\Delta h = \frac{2 \cdot 0{,}022\ \text{Н/м}}{0{,}8 \cdot 10^3\ \text{кг/м}^3 \cdot 9{,}8\ \text{м/с}^2}\left(\frac{1}{0{,}5 \cdot 10^{-3}\ \text{м}} - \frac{1}{10^3\ \text{м}}\right) = 5{,}62 \cdot 10^{-3}\ \text{м} = 5{,}62\ \text{мм}.$$

Ответ: $\Delta h = 5{,}62$ мм.

3. Определите радиус r пузырька воздуха, находящегося непосредственно под поверхностью воды, если плотность воздуха в пузырьке $\rho = 260$ кг/м^3, поверхностное натяжение $\alpha = 72 \cdot 10^{-3}$ Н/м, атмосферное давление $p_0 = 1 \cdot 10^5$ Па (Н/м^2), температура 290 К.

Дано	*Решение*
$\alpha = 72 \cdot 10^{-3}$ Н/м $\rho = 260$ кг/м^3 $p_0 = 1 \cdot 10^5$ Н/м^2 $T = 290$ К $M = 29 \cdot 10^{-3}$ кг/моль	Давление внутри пузырька $p = p_0 + p_л$, где $p_л = \frac{2\alpha}{r}$ — добавочное (лапласово) давление. Тогда $p = p_0 + \frac{2\alpha}{r}$ **(1)**. Из уравнения Клапейрона — Менделеева
r — ?	

$pV = \frac{m}{M}RT$ получим $\rho = \frac{pM}{RT}$ **(2)**, где $\rho = \frac{m}{V}$.

Подставив (1) в (2), имеем $\rho = \frac{\left(p_0 + \frac{2\alpha}{r}\right)M}{RT}$, откуда $r = \frac{2\alpha M}{\rho RT - Mp_0}$.

Вычисления:

$$r = \frac{2 \cdot 72 \cdot 10^{-3}\ \text{Н/м} \cdot 29 \cdot 10^{-3}\ \text{кг/моль}}{260\ \text{кг/м}^3 \cdot 8{,}31\ \text{Дж/(моль} \cdot \text{К)} \cdot 290\ \text{К} - 29 \cdot 10^{-3}\ \text{кг/моль} \cdot 10^5\ \text{Н/м}^2} \approx 6{,}6 \cdot 10^{-9}\ \text{м}.$$

Ответ: $r \approx 6{,}6$ нм.

4. В одной и той же капиллярной трубке вода поднимается на высоту $h_1 = 55$ мм, а керосин на $h_2 = 26$ мм. Определите поверхностное натяжение α_2 керосина, если поверхностное натяжение воды $\alpha_1 = 7{,}2 \cdot 10^{-2}$ Н/м.

Дано	*Решение*
$h_1 = 55$ мм $= 5{,}5 \cdot 10^{-2}$ м $h_2 = 26$ мм $= 2{,}6 \cdot 10^{-2}$ м $\alpha_1 = 7{,}2 \cdot 10^{-2}$ Н/м $\rho_1 = 10^3$ кг/м^3 $\rho_2 = 8 \cdot 10^2$ кг/м^3	Вода поднимается по капилляру на высоту $h_1 = \frac{2\alpha_1}{\rho_1 g r}$ **(1)**, где α_1 и ρ_1 — поверхностное натяжение и плотность воды соответственно. Керосин поднимается по капилляру на высоту $h_2 = \frac{2\alpha_2}{\rho_2 g r}$ **(2)**, где α_2 и ρ_2 — поверхностное натяжение и плотность керосина.
α_2 — ?	

Из (2) определяем поверхностное натяжение керосина: $\alpha_2 = \dfrac{\rho_2 g r h_2}{2}$ **(3)**.

Радиус капилляра находим из (1): $r = \dfrac{2\alpha_1}{\rho_1 g h_1}$ **(4)**.

Подставив (4) в (3), получим $\alpha_2 = \dfrac{\rho_2 g 2\alpha_1 h_2}{2\rho_1 g h_1} = \dfrac{\rho_2 h_2}{\rho_1 h_1}\alpha_1$ **(5)**.

Вычисления: $\alpha_2 = \dfrac{8\cdot10^2\ \text{кг/м}^3\cdot 2{,}6\cdot10^{-2}\ \text{м}}{10^3\ \text{кг/м}^3\cdot 5{,}5\cdot10^{-2}\ \text{м}}\cdot 7{,}2\cdot10^{-2}\ \text{Н/м} = 2{,}7\cdot10^{-2}\ \text{Н/м}.$

Ответ: $\alpha_2 = 2{,}7\cdot10^{-2}$ Н/м.

5. Капиллярная трубка внутренним диаметром $d = 6\cdot10^{-4}$ м наполнена водой, часть воды нависла внизу трубки в виде капельки, имеющей сферическую поверхность радиусом $r = 3\cdot10^{-3}$ м. Определите высоту столбика h воды в капиллярной трубке.

Дано	***Решение***
$d = 6\cdot10^{-4}$ м $r = 3\cdot10^{-3}$ м $\alpha = 7{,}2\cdot10^{-2}$ Н/м $\rho = 10^3$ кг/м^3	Избыточные давления p_1 и p_2, обусловленные кривизной верхнего и нижнего менисков, уравновешиваются гидростатическим давлением столба жидкости высотой h (рис. 7.1): $p_1 + p_2 = \rho g h$ **(1)**.
h — ?	

Радиус верхнего мениска равен радиусу капилляра, так как смачивание полное, т.е. $r_1 = \dfrac{d}{2} \Rightarrow p_1 = \dfrac{2\alpha}{r_1} = \dfrac{4\alpha}{d}$ **(2)**;

соответственно

$$p_2 = \frac{2\alpha}{r}\ \textbf{(3)}.$$

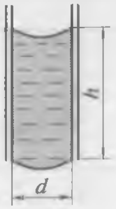


Рис. 7.1

Подставив формулы (2) и (3) в формулу (1), получим

$$\frac{4\alpha}{d} + \frac{2\alpha}{r} = \rho g h\ \textbf{(4)},\ \text{откуда}\ h = \frac{\alpha}{\rho g}\left(\frac{4}{d} + \frac{2}{r}\right)\ \textbf{(5)}.$$

Вычисления:

$$h = \frac{7{,}2\cdot10^{-2}\ \text{Н/м}}{10^3\ \text{кг/м}^3\cdot 9{,}8\ \text{м/с}^2}\left(\frac{4}{6\cdot10^{-4}\ \text{м}} + \frac{2}{3\cdot10^{-3}\ \text{м}}\right) = 5{,}4\cdot10^{-2}\ \text{м}.$$

Ответ: $h = 5{,}4\cdot10^{-2}$ м.

6. Капиллярная трубка опущена в воду. Определите теплоту Q, выделяющуюся при поднятии жидкости по капилляру. Температура воды $t = 20$ °C.

Дано	Решение
$t = 20\ ^\circ\text{C}$ $\alpha = 72 \cdot 10^{-3}$ Дж/м^2 $\rho = 10^3$ кг/м^3 $g = 10$ м/с^2	
Q — ?	

Вода поднимается по капилляру на высоту

$$h = \frac{2\alpha}{\rho g r}\ \ \textbf{(1)}.$$

Потенциальная энергия цилиндрического столбика жидкости равна $E_\text{п} = \frac{mgh}{2}$. Учитывая, что $m = \rho V$, где $V = Sh = \pi r^2 \frac{2\alpha}{\rho g r} = \frac{2\alpha\pi r}{\rho g}$, получим $E_\text{п} = \frac{\rho \cdot 2\alpha\pi r g \cdot 2\alpha}{\rho g \cdot 2\rho g r} = \frac{2\pi\alpha^2}{\rho g}$.

Работу по поднятию жидкости совершают силы поверхностного натяжения ($F = 2\pi r\alpha$): $A = Fh = 2\pi r\alpha h$, или с учетом формулы (1): $A = \frac{4\pi\alpha^2}{\rho g}$.

Теплота, выделяющаяся при поднятии жидкости по капилляру:

$$Q = A - E_\text{п} = \frac{4\pi\alpha^2}{\rho g} - \frac{2\pi\alpha^2}{\rho g} = \frac{2\pi\alpha^2}{\rho g}.$$

Вычисления:

$$Q = \frac{2 \cdot 3{,}14 \cdot (72 \cdot 10^{-3}\ \text{Дж/м}^2)^2}{10^3\ \text{кг/м}^3 \cdot 10\ \text{м/с}^2} \approx 3{,}3 \cdot 10^{-6}\ \text{Дж} = 3{,}3\ \text{мкДж}.$$

Ответ: $Q = 3{,}3$ мкДж.

7. Сообщающиеся сосуды заполнены жидкостью, имеющей температуру t_1. При нагревании жидкости в одном из сосудов до температуры t_2 уровень жидкости установился в нем на высоте h_2, а в другом сосуде — на высоте h_1. Найдите температурный коэффициент β объемного расширения жидкости.

Дано	Решение
t_1 t_2 h_1 h_2	
β — ?	

Плотность жидкости ρ обратно пропорциональна ее объему V. Если при температуре 0 °С плотность жидкости равна ρ_0, то при температурах t_1 и t_2 соответственно имеем:

$$\rho_1 = \frac{\rho_0}{1 + \beta t_1}; \quad \rho_2 = \frac{\rho_0}{1 + \beta t_2}.$$

Откуда $\frac{\rho_1}{\rho_2} = \frac{1 + \beta t_2}{1 + \beta t_1}$.

Из условия гидростатического равновесия ($p_1 = p_2$ или $\rho_1 h_1 = \rho_2 h_2$) получаем, что $\frac{\rho_1}{\rho_2} = \frac{h_2}{h_1}$.

Таким образом, $\frac{1 + \beta t_2}{1 + \beta t_1} = \frac{h_2}{h_1}$. Следовательно, $\beta = \frac{h_2 - h_1}{h_1 t_2 - h_2 t_1}$.

Ответ: $\beta = \frac{h_2 - h_1}{h_1 t_2 - h_2 t_1}$.

8. Свинцовая дробинка радиусом $r = 2$ мм равномерно падает в сосуде с глицерином. Определите скорость падения v дробинки, если динамическая вязкость глицерина $\eta = 1{,}5$ Па · с.

Дано	*Решение*
$r = 2$ мм $= 2 \cdot 10^{-3}$ м $\rho_с = 11{,}36 \cdot 10^3$ кг/м^3 $\rho_г = 1{,}26 \cdot 10^3$ кг/м^3 $\eta = 1{,}5$ Па · с	При падении сферической дробинки в вязкой жидкости, находящейся в поле тяготения Земли, устанавливается движение с постоянной скоростью $v =$ = const при условии (рис. 7.2): $\vec{F}_А + \vec{F} + m\vec{g} = 0$ (**1**), где $\vec{F}_А$ — сила Архимеда; $\vec{F}$ — сила трения, действующая на дробинку со стороны глицерина: $F = -6\pi\eta r v$ (**2**).
v — ?	

Масса дробинки $m = \rho_с V$, где $\rho_с$ — плотность свинца; V — объем дробинки: $V = \frac{4}{3}\pi r^3$.

Таким образом: $m = \frac{4}{3}\pi\rho_с r^3$ (**3**).

Сила Архимеда: $F_А = \rho_г g V$, где $\rho_г$ — плотность глицерина; V — объем дробинки, или

$$F_А = \rho_г g \cdot \frac{4}{3}\pi r^3 \ (\mathbf{4}).$$

Из уравнения (1) следует (см. рис. 7.2):

$$mg = F_А + F \ (\mathbf{5}).$$

Подставив в (5) формулы (2), (3), (4), получим

$$\frac{4}{3}\pi\rho_с r^3 g = \frac{4}{3}\pi\rho_г r^3 g + 6\pi\eta r v \ (\mathbf{6}).$$

Решив уравнение (6) относительно v, имеем

$$v = \frac{2}{9}\frac{g(\rho_с - \rho_г)r^2}{\eta} \ (\mathbf{7}).$$

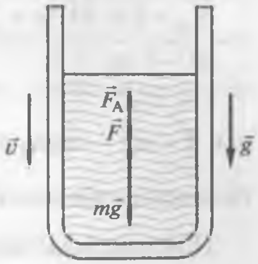


Рис. 7.2

Вычисления: $v = \frac{2}{9}\frac{9{,}8\ \text{м/с}^2(11{,}36 - 1{,}26)\cdot 10^3\ \text{кг/м}^3(2\cdot 10^{-3})^2\ \text{м}^2}{1{,}5\ \text{Па}\cdot\text{с}} = 0{,}06$ м/с.

Ответ: $v = 0{,}06$ м/с.

Глава 8

СВОЙСТВА ТВЕРДЫХ ТЕЛ

Упругие свойства твердых тел. Закон Гука

1. К проволоке из углеродистой стали подвешен груз массой $m = 100$ кг. Длина проволоки $l = 1$ м, диаметр $d = 2$ мм. Модуль Юнга для стали $E = 2{,}2 \cdot 10^{11}$ Па, предел прочности $\sigma_{пр} = 330$ МПа. Определите изменение длины Δl проволоки. Превышает ли приложенное напряжение $\sigma_п$ предел прочности?

Дано

$l = 1$ м
$d = 2$ мм $= 2 \cdot 10^{-3}$ м
$E = 2{,}2 \cdot 10^{11}$ Па
$m = 100$ кг
$\sigma_{пр} = 330$ МПа $= 3{,}3 \cdot 10^{8}$ Па

Δl —? $\sigma_п$ — ?

Решение

Согласно закону Гука, $\varepsilon = k\sigma_п$, где $\sigma_п = \frac{F}{S}$ — нормальное напряжение; $\varepsilon = \frac{\Delta l}{l}$; $k = \frac{1}{E}$.

Получим $\frac{\Delta l}{l} = \frac{1}{E}\frac{F}{S}$ **(1)**, откуда $\Delta l = \frac{lF}{ES}$ **(2)**, где l — длина проволоки; Δl — изменение длины; $F = mg$ — сила, действующая на проволоку; $S = \frac{\pi d^2}{4}$ — площадь поперечного сечения проволоки. Таким образом, $\Delta l = \frac{4lmg}{\pi d^2 E}$.

Приложенное нормальное напряжение найдем по формуле $\sigma_п = \frac{F}{S} = \frac{4mg}{\pi d^2}$.

Вычисления: $\Delta l = \frac{4 \cdot 1\ \text{м} \cdot 100\ \text{кг} \cdot 9{,}8\ \text{м/с}^2}{3{,}14 \cdot 4 \cdot 10^{-6}\ \text{м}^2 \cdot 2{,}2 \cdot 10^{11}\ \text{Па}} = 1{,}57 \cdot 10^{-3}\ \text{м} = 1{,}57\ \text{мм};$

$$\sigma_п = \frac{4 \cdot 100\ \text{кг} \cdot 9{,}8\ \text{м/с}^2}{3{,}14 \cdot 4 \cdot 10^{-6}\ \text{м}^2} = 3{,}12 \cdot 10^{8}\ \text{Па} < \sigma_{пр} = 3{,}3 \cdot 10^{8}\ \text{Па}.$$

Ответ: $\Delta l = 1{,}57$ мм; полученное значение $\sigma_п$ не превышает заданного предела прочности, т.е. $\sigma_п < \sigma_{пр}$.

2. Медная трубка имеет длину $l_1 = 0{,}5$ м при температуре $t_1 = 200$ °С. Определите длину l_2 этой трубки при температуре $t_2 = 10$ °С.

Дано

$l_1 = 0{,}5$ м
$T_1 = (200 + 273)$ К $= 473$ К
$T_2 = (10 + 273)$ К $= 283$ К
$\alpha = 1{,}7 \cdot 10^{-5}$ К$^{-1}$
$T_0 = 273$ К

l_2 — ?

Решение

Линейное расширение трубки происходит по законам:

$$l_1 = l_0(1 + \alpha\Delta T_1)\ \textbf{(1)};\quad l_2 = l_0(1 + \alpha\Delta T_2)\ \textbf{(2)},$$

где $\Delta T_1 = T_1 - T_0$; $\Delta T_2 = T_2 - T_0$; l_0 — длина трубки при температуре $T_0 = 273$ К, т.е. при $t = 0$ °С.

Разделив почленно формулу (2) на формулу (1), получим $\frac{l_2}{l_1} = \frac{1 + \alpha\Delta T_2}{1 + \alpha\Delta T_1}$ (3)

Из уравнения (3) определяем l_2: $l_2 = l_1 \frac{1 + \alpha\Delta T_2}{1 + \alpha\Delta T_1}$.

Вычисления: $l_2 = 0{,}5\ \text{м}\ \frac{1 + 1{,}7 \cdot 10^{-5}\ \text{К}^{-1} \cdot 10\ \text{К}}{1 + 17 \cdot 10^{-6}\ \text{К}^{-1} \cdot 200\ \text{К}} = 0{,}495$ м.

***Ответ*:** $l_2 = 0{,}495$ м.

3. Алюминиевая проволока, площадь поперечного сечения которой $S = 6$ мм^2 под действием внешней силы F удлинилась настолько, насколько она удлиняется при нагревании от $t_1 = 0$ °C до $t_2 = 40$ °C. Определите эту силу.

Дано	***Решение***
$S = 6\ \text{мм}^2 = 6 \cdot 10^{-6}\ \text{м}^2$ $T_1 = (0 + 273)\ \text{К} = 273\ \text{К}$ $T_2 = (40 + 273)\ \text{К} = 313\ \text{К}$ $E = 7 \cdot 10^{10}$ Па $\alpha = 2{,}4 \cdot 10^{-5}\ \text{К}^{-1}$	Согласно закону Гука, $\varepsilon = k\sigma_\text{п}$, но, так как $\varepsilon = \frac{\Delta l}{l_0}$; $k = \frac{1}{E}$; $\sigma_\text{п} = \frac{F}{S}$, имеем $\frac{\Delta l}{l_0} = \frac{1}{E}\frac{F}{S}$ (1).
F — ?	Из формулы (1) определим Δl — изменение длины проволоки под действием внешней силы F: $\Delta l = \frac{l_0}{E}\frac{F}{S}$ (2).

При тепловом линейном расширении длина проволоки изменяется по закону: $l = l_0(1 + \alpha\Delta T)$, где $\Delta T = T_2 - T_1$.

Изменение длины $\Delta l = l - l_0 = l_0(1 + \alpha\Delta T) - l_0 = \alpha l_0 \Delta T$ (3).

Приравняв правые части уравнений (2) и (3), получим

$$\frac{l_0}{E}\frac{F}{S} = \alpha l_0 \Delta T \quad \text{(4), откуда } F = \alpha E S \Delta T, \text{ или } F = \alpha E S(T_2 - T_1).$$

Вычисления: $F = 24 \cdot 10^{-6}\ \text{К}^{-1} \cdot 7 \cdot 10^{10}\ \text{Па} \cdot 6 \cdot 10^{-6}\ \text{м}^2 \cdot 40\ \text{К} \approx 403$ Н; 1 Па $= 1\frac{\text{Н}}{\text{м}^2}$.

***Ответ*:** $F = 403$ Н.

Плавление и кристаллизация

1. Определите теплоту Q, которую необходимо затратить на плавление алюминиевой болванки массой 200 кг, находящейся при температуре $t = 20$ °C.

Дано	***Решение***
$m = 200$ кг $c = 880$ Дж/(кг · К) $\lambda = 3{,}9 \cdot 10^5$ Дж/кг $T_1 = (20 + 273)\ \text{К} = 293\ \text{К}$ $T_\text{пл} = (660 + 273)\ \text{К} = 933\ \text{К}$	На нагревание алюминия массой m от T_1 до $T_\text{пл}$ — температуры плавления требуется теплота $Q_1 = cm(T_\text{пл} - T_1)$, а для его плавления необходима теплота $Q_2 = \lambda m$. Отсюда
Q — ?	$Q = Q_1 + Q_2 = cm(T_\text{пл} - T_1) + \lambda m$.

Вычисления:

$$Q = 880\ \text{Дж/(кг} \cdot \text{К)} \cdot 200\ \text{кг}\ (933 - 293)\ \text{К} + 3{,}9 \cdot 10^5\ \text{Дж/кг} \cdot 200\ \text{кг} = 19 \cdot 10^7\ \text{Дж} =$$
$$= 190\ \text{МДж}.$$

Ответ: $Q = 190$ МДж.

2 Определите минимальную скорость v, которой должна обладать льдинка, имеющая температуру $t_1 = -13\ ^\circ\text{C}$, чтобы при ударе о преграду она растаяла и полученная вода превратилась в пар.

Дано

$T_1 = (-13 + 273)\ \text{K} = 260\ \text{K}$
$T_0 = 273\ \text{K}$
$T_2 = 373\ \text{K}$
$c_л = 2{,}1 \cdot 10^3$ Дж/(кг · К)
$\lambda = 3{,}35 \cdot 10^5$ Дж/кг
$r = 2{,}25 \cdot 10^5$ Дж/кг
$c_в = 4{,}19 \cdot 10^3$ Дж/(кг · К)

v — ?

Решение

Будем считать, что при ударе $E_к$ — кинетическая энергия льдинки $E_к = \frac{mv^2}{2}$ полностью превращается в теплоту Q, т. е. $\frac{mv^2}{2} = Q$ **(1)**.

Теплота Q расходуется на:

- Q_1 — нагревание льдинки от температуры T_1 до температуры плавления T_0 ($t_2 = 0\ ^\circ\text{C}$);
- Q_2 — плавление льда:
$$Q_2 = \lambda m;$$
- Q_3 — нагревание воды, полученной при таянии льда, от температуры T_0 до температуры кипения T_2 ($t = 100\ ^\circ\text{C}$):
$$Q_3 = c_в m(T_2 - T_0);$$
- Q_4 — превращение воды в пар при температуре T_2:
$$Q_4 = rm.$$

Таким образом, $\frac{m_л v^2}{2} = c_л m_л (T_0 - T_1) + \lambda m_л + c_в m_л (T_2 - T_0) + r m_л$ **(2)**.

Из уравнения (2) определяем минимальную скорость льдинки:

$$v = \sqrt{2[c_л(T_0 - T_1) + \lambda + c_в(T_2 - T_0) + r]}.$$

Вычисления:

$$v = \sqrt{2\left[\begin{array}{l} 2{,}1 \cdot 10^3\ \text{Дж/(кг} \cdot \text{К)} \cdot (273\text{К} - 260\ \text{К}) + 3{,}35 \cdot 10^5\ \text{Дж/кг} + \\ + 4{,}19 \cdot 10^3\ \text{Дж/(кг} \cdot \text{К)} \cdot (373\text{К} - 273\text{К}) + 2{,}25 \cdot 10^5\ \text{Дж/кг} \end{array}\right]} = 1\,415\ \text{м/с}.$$

Ответ: $v = 1\,415$ м/с.

РАЗДЕЛ

III ОСНОВЫ ЭЛЕКТРОДИНАМИКИ

Глава 9

ЭЛЕКТРИЧЕСКОЕ ПОЛЕ

Электрические заряды. Закон сохранения заряда

1. Чему равен общий заряд Q электронов, которые находятся в слитке золота (Au) массой m = 200 г?

Дано	*Решение*
m = 200 г = 0,2 кг Z = 79 $M = 197 \cdot 10^{-3}$ кг/моль $N_A = 6{,}02 \cdot 10^{23}$ моль$^{-1}$ $e = 1{,}6 \cdot 10^{-19}$ Кл	Число электронов в одном атоме золота равно порядковому номеру Z элемента в Периодической системе Д. И. Менделеева. Число атомов N золота в массе m равно $N = \frac{m}{M} N_A$, где N_A — постоянная Авогадро. Следовательно,
Q — ?	

$$Q = eZN = eZ\frac{m}{M}N_A\text{, где } e \text{ — заряд электрона.}$$

Вычисления:

$$Q = 1{,}6 \cdot 10^{-19}\ \text{Кл} \cdot 79\ \frac{0{,}2\ \text{кг}}{197 \cdot 10^{-3}\ \text{кг/моль}}\ 6{,}02 \cdot 10^{23}\ \text{моль}^{-1} = 7{,}7\ \text{мКл}.$$

***Ответ*:** Q = 7,7 мКл.

2. Два одинаковых маленьких шарика массой $m = 1 \cdot 10^{-4}$ кг подвешены в воздухе на непроводящих нитях длиной l = 0,3 м к одному крючку. После того как шарикам сообщили одинаковые заряды, угол расхождения нитей составил $\alpha = 60°$. Определите заряды шариков Q.

Дано	*Решение*
l = 0,3 м $\alpha = 60°$ $m = 1 \cdot 10^{-4}$ кг $\varepsilon_0 = 8{,}85 \cdot 10^{-12}$ Ф/м $\varepsilon = 1$ $g = 9{,}8$ м/с^2	На каждый из шариков действуют силы: • $\vec{T}$ — сила натяжения нити; • $m\bar{g}$ — сила тяжести; • $\vec{F}$ — сила взаимодействия электрических зарядов. Из условия равновесия шариков следует:
Q — ?	$m\bar{g} + \bar{T} + \bar{F} = 0.$

В проекциях на оси OX и OY (рис. 9.1):

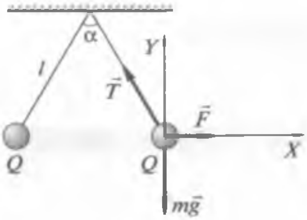


Рис. 9.1

$$\begin{cases} F - T\sin\dfrac{\alpha}{2} = 0; \\ T\cos\dfrac{\alpha}{2} - mg = 0. \end{cases}$$

Учитывая, что $F = \dfrac{Q^2}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0 r^2}$, $r = l$; $\alpha = 60°$, получим

$$T\sin\frac{\alpha}{2} = \frac{Q^2}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0 l^2} \quad \textbf{(1)};$$

$$T\cos\frac{\alpha}{2} = mg \quad \textbf{(2)}.$$

Разделив почленно уравнение (1) на уравнение (2), получим

$$\operatorname{tg}\frac{\alpha}{2} = \frac{Q^2}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0 l^2 mg} \quad \Rightarrow \quad Q = 2l\sqrt{\pi\varepsilon\varepsilon_0 mg\operatorname{tg}\frac{\alpha}{2}}.$$

Вычисления:

$$Q = 2\cdot 0{,}3\ \text{м}\sqrt{3{,}14\cdot 1\cdot 8{,}85\cdot 10^{-12}\ \text{Ф/м}\cdot 1\cdot 10^{-4}\ \text{кг}\cdot 9{,}8\ \text{м/с}^2\cdot 0{,}58} = 7{,}5\cdot 10^{-8}\ \text{Кл}.$$

Ответ: $Q = 7{,}5\cdot 10^{-8}$ Кл.

Закон Кулона

1. Два одинаковых маленьких металлических шарика, имеющих заряды $Q_1 = 2\cdot 10^{-6}$ Кл и $Q_2 = -5\cdot 10^{-6}$ Кл, сближают в воздухе до соприкосновения, после чего разъединяют. Найдите силу взаимодействия F между шариками после удаления их на расстояние $r = 0{,}3$ м друг от друга.

Дано	*Решение*
$Q_1 = 2\cdot 10^{-6}$ Кл $Q_2 = -5\cdot 10^{-6}$ Кл $\varepsilon = 1$ $r = 0{,}3$ м $\varepsilon_0 = 8{,}85\cdot 10^{-12}$ Ф/м	Шарики образуют замкнутую систему, поэтому можно применить закон сохранения заряда $Q = Q_1 + Q_2$.
F — ?	

После разъединения шариков каждый из них будет иметь заряд $Q_1' = Q_2' = \dfrac{Q_1 + Q_2}{2}$.

Сила взаимодействия между шариками определяется по закону Кулона: $F = \dfrac{|Q_1'||Q_2'|}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0 r^2}$, где ε — диэлектрическая проницаемость среды; ε_0 — электрическая постоянная.

Вычисления:

$$Q_1' = Q_2' = \frac{2\cdot 10^{-6}\ \text{Кл} - 5\cdot 10^{-6}\ \text{Кл}}{2} = -1{,}5\cdot 10^{-6}\ \text{Кл}.$$

Шарики заряжаются отрицательно, при взаимодействии отталкиваются друг от друга с силой

$$F = \frac{(-1,5\cdot 10^{-6}\ \text{Кл})\cdot(-1,5\cdot 10^{-6}\ \text{Кл})}{4\cdot 3,14\cdot 1\cdot 8,85\cdot 10^{-12}\ \text{Ф/м}\cdot 0,09\ \text{м}^2} = 0,2\ \text{Н}.$$

Ответ: $F = 0,2$ Н.

Электрическое поле. Напряженность электрического поля

1. Два одинаковых шарика зарядом $Q_1 = Q_2 = 10^{-7}$ Кл находятся в воздухе на расстоянии $2r = 8$ см друг от друга (рис. 9.2). Определите напряженность E поля в точке O, находящейся на середине отрезка, соединяющего заряды, и в точке A, расположенной на расстоянии $r_1 = 5$ см от зарядов.

Дано	***Решение***
$Q_1 = Q_2 = 10^{-7}$ Кл $\varepsilon = 1$ $2r = 8$ см $= 0,08$ м $r_1 = 5$ см $= 0,05$ м	Согласно принципу суперпозиции, результирующая напряженность $\vec{E}$ поля, создаваемого зарядами Q_1 и Q_2, равна векторной сумме напряженностей $\vec{E}_1$ и $\vec{E}_2$, создаваемых каждым зарядом в данной точке поля: $\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2$ (**1**).
$E_O,\ E_A$ — ?	

В точке O векторы $\vec{E}_{10}$ и $\vec{E}_{20}$ направлены от точки O в стороны от зарядов, создающих поле.

Кроме того, заряды Q_1 и Q_2 равны и расположены на равном расстоянии от точки O. Поэтому с учетом направления векторов из формулы (1) получаем: $E_O = E_{10} - E_{20}$; $E_{10} = E_{20}$, следовательно, $E_O = 0$.

В точке A результирующий вектор напряженности $\vec{E}_A$ является диагональю параллелограмма, образованного $\vec{E}_1$ и $\vec{E}_2$; следовательно, $E_A = 2E_1\cos\alpha$, так как $E_1 = E_2$.

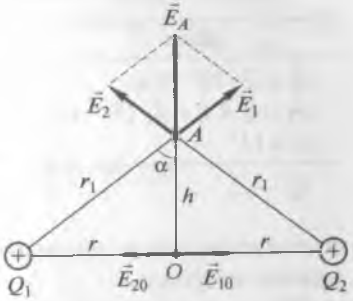


Рис. 9.2

Поскольку $\cos\alpha = \dfrac{h}{r_1}$, а $h = \sqrt{r_1^2 - r^2} = 0,03\,\text{м}$, напряженность поля в точке A:

$$E_A = 2\frac{Q_1 h}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon r_1^3}.$$

Вычисления: $E_A = \dfrac{2\cdot 10^{-7}\ \text{Кл}\cdot 0,03\,\text{м}}{4\cdot 3,14\cdot 8,85\cdot 10^{-12}\ \text{Ф/м}\cdot 0,05^3\ \text{м}^3} = 4,32\cdot 10^5$ В/м.

Ответ: $E_O = 0$; $E_A = 4,32\cdot 10^5$ В/м.

2. Заряд $Q = 4,8\cdot 10^{-19}$ Кл находится в поле равномерно заряженной плоскости напротив ее середины. Поверхностная плотность заряда плоскости $\sigma = 5\cdot 10^{-12}$ Кл/м^2. Определите силу F, действующую на заряд. Среда — керосин.

Дано

$Q = 4{,}8 \cdot 10^{-19}$ Кл
$\sigma = 5 \cdot 10^{-12}$ Кл/м^2
$\varepsilon_0 = 8{,}85 \cdot 10^{-12}$ Ф/м
$\varepsilon = 2$

F — ?

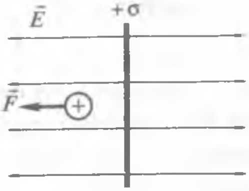


Рис. 9.3

Решение

Электрическое поле бесконечной равномерно заряженной плоскости является однородным, т.е.

$$\vec{E} = \text{const} = \frac{\sigma}{2\varepsilon\varepsilon_0}.$$

На положительный заряд Q действует сила $\vec{F} = Q\vec{E}$. Векторы $\vec{F}$ и $\vec{E}$ совпадают по направлению (рис. 9.3).

Модуль силы равен $F = \dfrac{Q\sigma}{2\varepsilon\varepsilon_0}$.

Вычисления:

$$F = \frac{4{,}8 \cdot 10^{-19}\ \text{Кл} \cdot 5 \cdot 10^{-12}\ \text{Кл/м}^2}{2 \cdot 2 \cdot 8{,}85 \cdot 10^{-12}\ \text{Ф/м}} = 6{,}8 \cdot 10^{-20}\ \text{Н}.$$

Ответ: $F = 6{,}8 \cdot 10^{-20}$ Н.

3 В однородном электрическом поле напряженностью $E = 2 \cdot 10^4$ В/м, направленной горизонтально, на невесомой нерастяжимой нити висит шарик массой $m = 0{,}4$ г. Шарику сообщили заряд Q, в результате чего нить с шариком отклонилась на угол $\alpha = 11°$. Определите заряд, полученный шариком. Среда — воздух.

Дано

$E = 2 \cdot 10^4$ В/м
$m = 0{,}4$ г $= 4 \cdot 10^{-4}$ кг
$\alpha = 11°$

Q — ?

Решение

На шарик действуют силы (рис. 9.4):

- $m\vec{g}$ — сила тяжести;
- $\vec{F} = Q\vec{E}$ — электрическая сила;
- $\vec{T}$ — сила натяжения нити.

При выбранном направлении оси OX вектор $\vec{E}$ положительный и одноименно заряженные шарики отклоняются в противоположные стороны.

Угол отклонения не зависит от знака заряда, а зависит от его абсолютного значения.

Из условия равновесия шарика следует:

$$m\vec{g} + \vec{T} + \vec{F} = 0.$$

В проекциях на выбранное направление осей OX и OY:

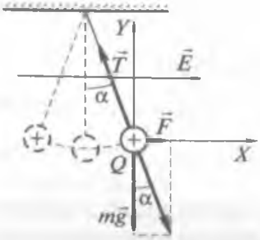


Рис. 9.4

$$\begin{cases} F - T\sin\alpha = 0, \quad \text{или } T = \dfrac{F}{\sin\alpha} \quad (1); \\ T\cos\alpha - mg = 0, \text{ или } T = \dfrac{mg}{\cos\alpha} \quad (2). \end{cases}$$

Приравняв формулы (1) и (2), получим

$$\frac{F}{\sin\alpha} = \frac{mg}{\cos\alpha}.$$

Шарик будет находиться в равновесии, если $F = mg\,\text{tg}\,\alpha$, но $F = QE$.

Получаем $QE = mg\,\mathrm{tg}\,\alpha$, откуда $Q = \dfrac{mg\,\mathrm{tg}\,\alpha}{E}$.

Вычисления: $Q = \dfrac{4 \cdot 10^{-4}\ \text{кг} \cdot 10\ \text{м/с}^2 \cdot 0{,}2}{2 \cdot 10^4\ \text{В/м}} = 4 \cdot 10^{-8}\ \text{Кл}.$

Ответ: $Q = 4 \cdot 10^{-8}$ Кл.

Работа сил электростатического поля

1. Определите работу A, которую необходимо совершить, чтобы переместить электрон на расстояние $r = 1$ см вдоль линии напряженности электростатического поля, создаваемого бесконечной плоскостью, заряженной с постоянной поверхностной плотностью $\sigma = 10$ мкКл/м^2.

Дано	***Решение***
$r = 1\ \text{см} = 10^{-2}\ \text{м}$ $e = 1{,}6 \cdot 10^{-19}\ \text{Кл}$ $\sigma = 10\ \text{мкКл/м}^2 = 10^{-5}\ \text{Кл/м}^2$ $\varepsilon_0 = 8{,}85 \cdot 10^{-12}\ \text{Ф/м}$	Работу определяют по формуле: $A = e\,(\varphi_1 - \varphi_2)$ **(1)**. Электростатическое поле, создаваемое бесконечной плоскостью, является однородным напряженностью $E = \dfrac{\sigma}{2\varepsilon_0}$ **(2)**.
A — ?	Для однородного поля выполняется соотношение

$$E = \frac{\varphi_1 - \varphi_2}{r} \Rightarrow \varphi_1 - \varphi_2 = Er, \text{ или } \varphi_1 - \varphi_2 = \frac{\sigma r}{2\varepsilon_0} \ \mathbf{(3)}.$$

Таким образом, $A = \dfrac{e\sigma r}{2\varepsilon_0}$.

Вычисления: $A = \dfrac{1{,}6 \cdot 10^{-19}\ \text{Кл} \cdot 10^{-5}\ \text{Кл/м}^2 \cdot 10^{-2}\ \text{м}}{2 \cdot 8{,}85 \cdot 10^{-12}\ \text{Ф/м}} = 9 \cdot 10^{-16}\ \text{Дж}.$

Ответ: $A = 9 \cdot 10^{-16}$ Дж.

2. Три заряда $Q_1 = Q_2 = Q_3 = Q = 10^{-9}$ Кл находятся в вершинах равнобедренного прямоугольного треугольника с катетами $r = 10$ см (рис. 9.5). Какую минимальную работу A необходимо совершить, чтобы расположить заряды вдоль одной прямой в порядке Q_1, Q_2, Q_3 на расстоянии r между соседними зарядами?

Дано	***Решение***
$Q_1 = Q_2 = Q_3 = Q = 10^{-9}\ \text{Кл}$ $r = 10\ \text{см} = 0{,}1\ \text{м}$	Потенциальная энергия системы зарядов П равна сумме взаимных потенциальных энергий:
A — ?	$\text{П} = \text{П}_{12} + \text{П}_{13} + \text{П}_{23}.$

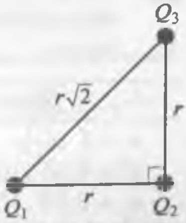


Рис. 9.5

В начальном состоянии

$$\text{П}_1 = \frac{Q_1 Q_2}{4\pi\varepsilon_0 r} + \frac{Q_1 Q_3}{4\pi\varepsilon_0 r\sqrt{2}} + \frac{Q_2 Q_3}{4\pi\varepsilon_0 r} = \frac{Q^2}{4\pi\varepsilon_0 r}\left(2 + \frac{1}{\sqrt{2}}\right).$$

В конечном состоянии

$$\Pi_2 = \frac{Q_1Q_2}{4\pi\varepsilon_0 r} + \frac{Q_1Q_3}{4\pi\varepsilon_0 \cdot 2r} + \frac{Q_2Q_3}{4\pi\varepsilon_0 r} = \frac{5Q^2}{4\pi\varepsilon_0 \cdot 2r} = \frac{5Q^2}{8\pi\varepsilon_0 r}.$$

Работу, которую нужно совершить для перевода системы из начального (Π_1) в конечное (Π_2) состояние, находим по формуле

$$A = \Pi_1 - \Pi_2 = \frac{Q^2}{4\pi\varepsilon_0 r}\left(2 + \frac{1}{\sqrt{2}}\right) - \frac{5Q^2}{8\pi\varepsilon_0 r} = \frac{Q^2}{4\pi\varepsilon_0 r}\left(2 + \frac{1}{\sqrt{2}} - \frac{5}{2}\right) =$$

$$= \frac{Q^2}{4\pi\varepsilon_0 r}\left(\frac{1}{\sqrt{2}} - \frac{1}{2}\right) = \frac{Q^2(2-\sqrt{2})}{8\pi\varepsilon_0 r\sqrt{2}}.$$

Вычисления: $A = \dfrac{10^{-18}\ \text{Кл}^2(2-\sqrt{2})}{8 \cdot 3{,}14 \cdot 8{,}85 \cdot 10^{-12}\ \text{Ф/м} \cdot 0{,}1\ \text{м} \cdot \sqrt{2}} = 1{,}9 \cdot 10^{-8}$ Дж.

Ответ: $A = 1{,}9 \cdot 10^{-8}$ Дж.

Потенциал. Разность потенциалов. Эквипотенциальные поверхности

1. Определите разность потенциалов $\Delta\varphi$ между точками электростатического поля, находящимися в вакууме на расстоянии $r_1 = 0{,}25$ и $r_2 = 0{,}50$ м от точечного заряда $Q = 4 \cdot 10^{-9}$ Кл.

Дано	*Решение*
$r_1 = 0{,}25$ м $r_2 = 0{,}50$ м $Q = 4 \cdot 10^{-9}$ Кл $\varepsilon_0 = 8{,}85 \cdot 10^{-12}$ Ф/м $\varepsilon = 1$	Разность потенциалов двух точек электростатического поля, созданного точечным зарядом Q, определяется по формуле $\Delta\varphi = \varphi_1 - \varphi_2 = \dfrac{Q}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0 r_1} - \dfrac{Q}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0 r_2}$ **(1).**
$\Delta\varphi = (\varphi_1 - \varphi_2)$ — ?	

Из формулы (1) следует $\Delta\varphi = \dfrac{Q}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0}\left(\dfrac{1}{r_1} - \dfrac{1}{r_2}\right)$.

Вычисления: $\Delta\varphi = \dfrac{4 \cdot 10^{-9}\ \text{Кл}}{4 \cdot 3{,}14 \cdot 1 \cdot 8{,}85 \cdot 10^{-12}\ \text{Ф/м}}\left(\dfrac{1}{0{,}25\ \text{м}} - \dfrac{1}{0{,}5\ \text{м}}\right) \approx 72$ В.

Ответ: $\Delta\varphi \approx 72$ В.

2. На расстоянии $r = 1$ м от центра незаряженного металлического шара находится точечный заряд $Q = 8{,}85 \cdot 10^{-11}$ Кл. Определите потенциал φ шара.

Дано	*Решение*
$r = 1$ м $Q = 8{,}85 \cdot 10^{-11}$ Кл $\varepsilon_0 = 8{,}85 \cdot 10^{-12}$ Ф/м	Потенциал φ всех точек внутри шара одинаков и равен потенциалу точек, лежащих на его поверхности, так как напряженность поля внутри шара равна нулю $E = 0$. Исходя из условия задачи можно и дос-
φ — ?	

таточно определить потенциал поля в любой точке внутри шара, целесообразнее в его центре.

Так как металлический шар не заряжен, $\varphi = \varphi_1 = \dfrac{Q}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0 r}$.

Вычисления: $\varphi = \dfrac{8{,}85 \cdot 10^{-11}\ \text{Кл}}{4 \cdot 3{,}14 \cdot 8{,}85 \cdot 10^{-12}\ \text{Ф/м} \cdot 1\ \text{м}} = 0{,}8\ \text{В}$.

Ответ: $\varphi = 0{,}8$ В.

3. Электрон, пролетев поле с разностью потенциалов $U = 10$ кВ, попадает в плоский конденсатор длиной $l = 10$ см и движется параллельно пластинам на равном расстоянии от них. К пластинам конденсатора, расстояние между которыми $d = 2$ см, приложена разность потенциалов $U_1 = 300$ В. Определите вертикальное смещение электрона S при вылете из конденсатора. Поле конденсатора однородно (рис. 9.6).

Дано	***Решение***
$U = 10$ кВ $= 10^4$ В $l = 10$ см $= 0{,}1$ м $d = 2$ см $= 0{,}02$ м $U_1 = 300$ В S — ?	По закону сохранения энергии приобретенная электроном в поле кинетическая энергия равна работе электрических сил поля, т. е. $eU = \dfrac{mv^2}{2}$, где e — заряд электрона; m и v — его масса и скорость; U — ускоряющая разность потенциалов. Из этого равенства определяем скорость, с которой электрон влетает в конденсатор:

$$v = \sqrt{\frac{2eU}{m}} \quad \textbf{(1)}.$$

В поле конденсатора электрон участвует одновременно в двух движениях:

- ***в горизонтальном направлении*** — вдоль пластин конденсатора. При этом электрон движется по инерции прямолинейно и равномерно и пролетает путь l (длина пластин) за время, равное $t_1 = \dfrac{l}{v}$, где v — скорость электрона;
- ***в вертикальном направлении.*** При этом электрон движется равноускоренно под действием силы электрического поля (силой тяжести электрона можно пренебречь) и получает смещение, равное $S = \dfrac{at_2^2}{2}$ **(2)**, где t_2 — время движения электрона в вертикальном направлении; a — ускорение, которое, согласно второму закону Ньютона, равно $a = \dfrac{F_{\text{эл}}}{m}$ **(3)**, где $F_{\text{эл}}$ — сила, действующая на электрон в поле конденсатора.

Время движения электрона в вертикальном и горизонтальном направлениях одинаково, поэтому $t_1 = t_2 = \dfrac{l}{v}$.

Сила, действующая на электрон, равна произведению заряда на напряженность поля конденсатора, т. е. $F_{\text{эл}} = eE$ **(4)**, а напряженность выражается через градиент потенциала по формуле

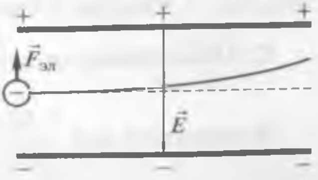


Рис. 9.6

$$E = \frac{U_1}{d} \ (5),$$

где U_1 — разность потенциалов между пластинами; d — расстояние между ними. После подстановки выражений (4) и (5) в формулу (3) получим: $a = \frac{eU_1}{md}$.

Тогда $S = \frac{eU_1}{2md} \frac{l^2}{v^2}$.

Учитывая выражение (1), имеем искомое смещение:

$$S = \frac{U_1 l^2}{2d \cdot 2U}.$$

Вычисления: $S = \frac{300 \text{ В} \cdot 0{,}01 \text{ м}^2}{2 \cdot 0{,}02 \text{ м} \cdot 2 \cdot 10^4 \text{ В}} = 3{,}75 \cdot 10^{-3} \text{ м} = 3{,}75 \text{ мм}.$

Ответ: $S = 3{,}75$ мм.

Конденсаторы

1 Два шарика радиусами $R_1 = 1$ см и $R_2 = 1{,}5$ см и потенциалами соответственно $\varphi_1 = 80$ В и $\varphi_2 = 100$ В соединяют проводником. Определите потенциал φ шаров после их соединения.

Дано	*Решение*
$R_1 = 1 \text{ см} = 1 \cdot 10^{-2}$ м $R_2 = 1{,}5 \text{ см} = 1{,}5 \cdot 10^{-2}$ м $\varphi_1 = 80$ В $\varphi_2 = 100$ В	После соединения шаров проводником произойдет перераспределение зарядов между шарами таким образом, что их потенциалы будут одинаковы и равны φ.
φ — ?	

До соединения на первом шаре был заряд Q_1, а на втором — Q_2, которые можно определить из соотношения $C = \frac{Q}{\varphi}$, следовательно, $Q_1 = C_1\varphi_1$; $Q_2 = C_2\varphi_2$, где C — емкость шара ($C = 4\pi\varepsilon_0 R$); $C_1 = 4\pi\varepsilon_0 R_1$; $C_2 = 4\pi\varepsilon_0 R_2$.

Тогда заряды на шарах до соединения соответственно равны: $Q_1 = 4\pi\varepsilon_0 R_1\varphi_1$; $Q_2 = 4\pi\varepsilon_0 R_2\varphi_2$; после соединения шаров проводником их потенциал равен φ; тогда заряды $Q_1' = 4\pi\varepsilon_0 R_1\varphi$; $Q_2' = 4\pi\varepsilon_0 R_2\varphi$.

Согласно закону сохранения электрического заряда, $Q_1 + Q_2 = Q_1' + Q_2'$, или $4\pi\varepsilon_0 R_1\varphi_1 + 4\pi\varepsilon_0 R_2\varphi_2 = 4\pi\varepsilon_0 R_1\varphi + 4\pi\varepsilon_0 R_2\varphi$, откуда $R_1\varphi_1 + R_2\varphi_2 = \varphi\,(R_1 + R_2)$.

Следовательно, $\varphi = \frac{R_1\varphi_1 + R_2\varphi_2}{R_1 + R_2}$.

Вычисления: $\varphi = \frac{1 \cdot 10^{-2} \text{ м} \cdot 80 \text{ В} + 1{,}5 \cdot 10^{-2} \text{ м} \cdot 100 \text{ В}}{1 \cdot 10^{-2} \text{ м} + 1{,}5 \cdot 10^{-2} \text{ м}} = 92 \text{ В}.$

Ответ: $\varphi = 92$ В.

2. Воздушный конденсатор площадью обкладок $S = 40$ см^2 и расстоянием между ними $d = 2$ мм заряжен до разности потенциалов $\varphi_1 - \varphi_2 = U = 250$ В. Определите поверхностную плотность заряда σ на обкладках конденсатора.

Дано

$S = 40$ см^2 $= 4 \cdot 10^{-3}$ м^2
$d = 2$ мм $= 2 \cdot 10^{-3}$ м
$U = 250$ В
$\varepsilon = 1$

σ — ?

Решение

I способ. Поверхностная плотность заряда $\sigma = \dfrac{Q}{S}$ **(1)**, где Q — заряд на обкладках конденсатора.

Емкость конденсатора: $C = \dfrac{Q}{U}$ **(2)**.

Емкость плоского конденсатора: $C = \dfrac{\varepsilon\varepsilon_0 S}{d}$ **(3)**.

Приравняв правые части выражений (2) и (3), получим: $\dfrac{Q}{U} = \dfrac{\varepsilon\varepsilon_0 S}{d}$, откуда $Q = \dfrac{\varepsilon\varepsilon_0 SU}{d}$ **(4)**.

Подставив формулу (4) в формулу (1), получим: $\sigma = \dfrac{\varepsilon\varepsilon_0 U}{d}$ **(5)**.

Вычисления: $\sigma = \dfrac{1 \cdot 8{,}85 \cdot 10^{-12}\ \text{Ф/м} \cdot 250\ \text{В}}{2 \cdot 10^{-3}\ \text{м}} = 1{,}1 \cdot 10^{-6}$ Кл/м^2.

II способ. Электрическое поле плоского конденсатора является однородным напряженностью $E = \dfrac{U}{d}$, или $E = \dfrac{\sigma}{\varepsilon\varepsilon_0}$, следовательно, $\dfrac{\sigma}{\varepsilon\varepsilon_0} = \dfrac{U}{d}$, откуда $\sigma = \dfrac{\varepsilon\varepsilon_0 U}{d}$.

Ответ: $\sigma = 1{,}1 \cdot 10^{-6}$ Кл/м^2.

3. Площадь каждой обкладки плоского конденсатора $S = 30$ см^2, ее заряд $Q = 1$ нКл. Определите расстояние d между обкладками конденсатора, если разность потенциалов между ними $U = 90$ В. Пространство между обкладками заполнено слюдой ($\varepsilon = 7$).

Дано

$S = 30$ см^2 $= 3 \cdot 10^{-3}$ м^2
$Q = 1$ нКл $= 1 \cdot 10^{-9}$ Кл
$U = 90$ В
$\varepsilon = 7$
$\varepsilon_0 = 8{,}85 \cdot 10^{-12}$ Ф/м

d — ?

Решение

Емкость плоского конденсатора: $C = \dfrac{\varepsilon\varepsilon_0 S}{d}$ или $C = \dfrac{Q}{U}$, откуда $\dfrac{\varepsilon\varepsilon_0 S}{d} = \dfrac{Q}{U}$ **(1)**.

Из формулы (1) определяем: $d = \dfrac{\varepsilon\varepsilon_0 US}{Q}$.

Вычисления: $d = \dfrac{7 \cdot 8{,}85 \cdot 10^{-12}\ \text{Ф/м} \cdot 90\ \text{В} \cdot 3 \cdot 10^{-3}\ \text{м}^2}{1 \cdot 10^{-9}\ \text{Кл}} = 1{,}7 \cdot 10^{-2}$ м.

Ответ: $d = 1{,}7 \cdot 10^{-2}$ м.

4 Плоский конденсатор, между обкладками которого находится диэлектрик (ε_1), заряжен до разности потенциалов $U_1 = 500$ В и отключен от источника напряжения. При удалении диэлектрика из конденсатора разность потенциалов между его обкладками возрастает в два раза. Определите диэлектрическую проницаемость ε_1 вещества диэлектрика.

Дано	*Решение*
$U_1 = 500$ В $u = 2U_1 = 1\,000$ В $\varepsilon = 1$	По условию задачи конденсатор отключен от источника напряжения, следовательно: $Q_1 = Q$, или $U_1C_1 = UC$.
ε_1 — ?	Конденсатор плоский, поэтому $C_1 = \dfrac{\varepsilon_1\varepsilon_0 S}{d}$; $C = \dfrac{\varepsilon\varepsilon_0 S}{d}$.

Тогда $\dfrac{U_1\varepsilon_1\varepsilon_0 S}{d} = \dfrac{U\varepsilon\varepsilon_0 S}{d} \Rightarrow U_1\varepsilon_1 = U\varepsilon$. Следовательно: $\varepsilon_1 = \dfrac{U}{U_1}\varepsilon$.

Вычисления: $\varepsilon_1 = \dfrac{2U_1}{U_1}\cdot 1 = 2$.

Ответ: $\varepsilon_1 = 2$.

5 Два одинаковых плоских воздушных конденсатора соединены последовательно (рис. 9.7). Напряженность поля, при которой в воздухе происходит электрический пробой, $E = 3\cdot10^6$ В/м. Какое наибольшее напряжение U можно подать на эту батарею конденсаторов, если расстояние между пластинами конденсатора $d = 3$ мм?

Дано	*Решение*
$E = 3\cdot10^6$ В/м $d = 3$ мм $= 3\cdot10^{-3}$ м $C_1 = C_2 = C$	При последовательном соединении конденсаторов разность потенциалов на концах цепочки U будет равна сумме разностей потенциалов на каждом конденсаторе: $U = U_1 + U_2$.

Каждый из конденсаторов — воздушный, поэтому $U_1 = U_2 = Ed$, следовательно, $U = 2Ed$.

Вычисления: $U = 2\cdot3\cdot10^6$ В/м $\cdot\,3\cdot10^{-3}$ м $= 1{,}8\cdot10^4$ В.

Ответ: $U = 1{,}8\cdot10^4$ В.

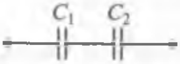


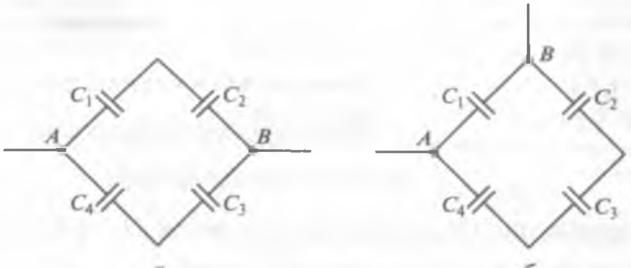
Рис. 9.7

6 Определите емкость системы конденсаторов, соединенных по схеме (рис. 9.8, *а*, *б*). Емкость каждого конденсатора $C = 3$ мкФ.

Дано	*Решение*
$C_1 = C_2 = C_3 = C_4 =$ $= 3$ мкФ $= 3\cdot10^{-6}$ Ф	Схемы соединения конденсаторов (см. рис. 9.8, *а*, *б*) можно изобразить иначе (рис. 9.9, *а*, *б*). Конденсаторы C_1 и C_2; C_3 и C_4 соединены последовательно (см. рис. 9.9, *а*).
$C_а$ — ? $C_б$ — ?	

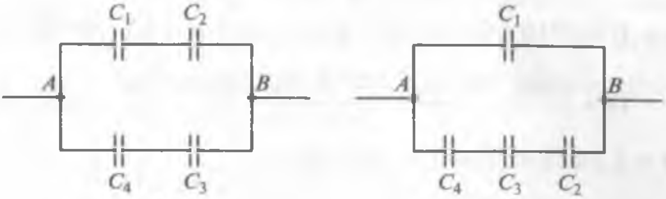
Емкость последовательно соединенных конденсаторов определяется по формуле $\dfrac{1}{C_{12}} = \dfrac{1}{C_1} + \dfrac{1}{C_2} = \dfrac{C_2 + C_1}{C_1C_2} \Rightarrow C_{12} = \dfrac{C_1C_2}{C_1 + C_2}$.

Соответственно: $C_{34} = \dfrac{C_3C_4}{C_3 + C_4}$.



а *б*

Рис. 9.8



а *б*

Рис. 9.9

Конденсаторы C_{12} и C_{34} соединены параллельно, поэтому $C_a = C_{12} + C_{34}$.

Учитывая, что $C_1 = C_2 = C_3 = C_4 = C$, получим $C_a = \dfrac{CC}{2C} + \dfrac{CC}{2C} = C$.

Конденсаторы C_2, C_3, C_4 соединены последовательно (см. рис. 9.9, *б*), поэтому:

$$\frac{1}{C_{2-4}} = \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3} + \frac{1}{C_4} = \frac{C_3C_4 + C_2C_4 + C_2C_3}{C_2C_3C_4} \Rightarrow C_{2-4} = \frac{C_2C_3C_4}{C_3C_4 + C_2C_4 + C_2C_3}.$$

Учитывая, что $C_2 = C_3 = C_4 = C$, получим

$$C_{2-4} = \frac{CCC}{CC + CC + CC} = \frac{C}{3}.$$

Конденсаторы $C_1 = C$ и $C_{2-4} = \dfrac{C}{3}$ соединены параллельно, поэтому

$$C_б = C_1 + C_{2-4} = C + \frac{C}{3} = \frac{4}{3}C.$$

Вычисления: $C_a = 3$ мкФ; $C_б = \dfrac{4 \cdot 3 \cdot 10^{-6}\ \text{Ф}}{3} = 4$ мкФ.

Ответ: $C_a = 3$ мкФ; $C_б = 4$ мкФ.

7. Определите заряд Q пластины и энергию П плоского конденсатора емкостью $C = 20$ нФ, если напряженность поля в конденсаторе $E = 3{,}2 \cdot 10^4$ В/м, а расстояние между пластинами $d = 5$ мм.

Дано	*Решение*
$C = 20$ нФ $= 2 \cdot 10^{-8}$ Ф $E = 3{,}2 \cdot 10^4$ В/м $d = 5$ мм $= 5 \cdot 10^{-3}$ м	Емкость конденсатора $C = \frac{Q}{U} \Rightarrow Q = CU$ (**1**). Напряженность однородного поля между обкладками конденсатора $E = \frac{U}{d} \Rightarrow U = Ed$ (**2**).
Q — ? П — ?	

Подставив выражение (2) в формулу (1), имеем $Q = CEd$ (**3**).

Энергия плоского конденсатора $П = \frac{CU^2}{2}$ (**4**).

Подставив формулу (2) в формулу (4), получим: $П = \frac{CE^2d^2}{2}$ (**5**).

Вычисления: $Q = 2 \cdot 10^{-8}$ Ф $\cdot 3{,}2 \cdot 10^4$ В/м $\cdot 5 \cdot 10^{-3}$ м $= 3{,}2 \cdot 10^{-6}$ Кл $= 3{,}2$ мкКл;

$$П = \frac{2 \cdot 10^{-8}\ \text{Ф} \cdot 3{,}2^2 \cdot 10^8\ \text{В}^2/\text{м}^2 \cdot 25 \cdot 10^{-6}\ \text{м}^2}{2} = 2{,}6 \cdot 10^{-4}\ \text{Дж}.$$

Ответ: $Q = 3{,}2$ мкКл; $П = 2{,}6 \cdot 10^{-4}$ Дж.

Энергия заряженного конденсатора

1. Электроемкость плоского воздушного конденсатора $C = 1$ нФ, расстояние между обкладками $d = 4$ мм. На помещенный между обкладками конденсатора заряд $Q = 4{,}9$ нКл действует сила $F = 98$ мкН. Площадь обкладок $S = 100$ см^2. Определите напряженность E поля, разность потенциалов U между обкладками, энергию поля W конденсаторов и объемную плотность ω энергии.

Дано	*Решение*
$F = 98$ мкН $= 9{,}8 \cdot 10^{-5}$ Н $Q = 4{,}9$ нКл $= 4{,}9 \cdot 10^{-9}$ Кл $C = 1$ нФ $= 1 \cdot 10^{-9}$ Ф $S = 100$ см^2 $= 1 \cdot 10^{-2}$ м^2 $d = 4$ мм $= 4 \cdot 10^{-3}$ м $\varepsilon = 1$ $\varepsilon_0 = 8{,}85 \cdot 10^{-12}$ Ф/м	Поле между обкладками конденсатора считаем однородным. Напряженность поля конденсатора найдем по формуле: $E = \frac{F}{Q}$, где F — сила, с которой поле действует на заряд Q, помещенный между обкладками конденсатора. Разность потенциалов между обкладками: $U = Ed$.
E, U, W, ω — ?	Энергия конденсатора: $W = \frac{CU^2}{2} = \frac{\varepsilon\varepsilon_0 SU^2}{2d}$.

Плотность энергии: $\omega = \frac{W}{V} = \frac{W}{Sd}$, где $V = Sd$ — объем поля конденсатора.

Вычисления: $E = 9{,}8 \cdot 10^{-5}$ Н$/4{,}9 \cdot 10^{-9}$ Кл $= 2 \cdot 10^4$ В/м $= 20$ кВ/м;

$U = 2 \cdot 10^4$ В/м $\cdot 4 \cdot 10^{-3}$ м $= 80$ В;

$$W = \frac{1 \cdot 8{,}85 \cdot 10^{-12}\ \text{Ф/м} \cdot 10^{-2}\ \text{м}^2 \cdot 80^2\ \text{В}^2}{2 \cdot 4 \cdot 10^{-3}\ \text{м}} = 7{,}08 \cdot 10^{-8}\ \text{Дж} = 70{,}8\ \text{нДж};$$

$$\omega = \frac{7{,}08 \cdot 10^{-8}\ \text{Дж}}{10^{-2}\ \text{м}^2 \cdot 4 \cdot 10^{-3}\ \text{м}} = 1{,}77 \cdot 10^{-3}\ \text{Дж/м}^3.$$

Ответ: $E = 20$ кВ/м; $U = 80$ В; $W = 70{,}8$ нДж; $\omega = 1{,}77 \cdot 10^{-3}$ Дж/м^3.

2. Найдите, как изменяются электроемкость ΔC и энергия ΔW плоского воздушного конденсатора, если параллельно его обкладкам внести металлическую пластину толщиной $d_0 = 1$ мм. Площадь обкладки конденсатора и пластины $S = 150$ см^2, расстояние между обкладками $d = 6$ мм. Конденсатор заряжен до $U = 400$ В и отключен от батареи.

Дано

$\varepsilon = 1$ (см. прил. 9.13)
$d_0 = 1$ мм $= 10^{-3}$ м
$S = 150$ см$^2 = 15 \cdot 10^{-3}$ м^2
$d = 6$ мм $= 6 \cdot 10^{-3}$ м
$U = 400$ В
$\varepsilon_0 = 8{,}85 \cdot 10^{-12}$ Ф/м

ΔC, ΔW — ?

Решение

Емкость и энергия конденсатора при внесени в него металлической пластины изменяются. Эт вызвано тем, что в результате уменьшается расстояние между пластинами от d до $(d - d_0$ (рис. 9.10). Используя формулу электроемкост плоского конденсатора: $C = \dfrac{\varepsilon\varepsilon_0 S}{d}$ **(1)**, где S — площадь обкладки; d — расстояние между обкладками, получим

$$\Delta C = C_2 - C_1 = \frac{\varepsilon\varepsilon_0 S}{d - d_0} - \frac{\varepsilon\varepsilon_0 S}{d} = \frac{\varepsilon\varepsilon_0 S d_0}{d(d - d_0)}.$$

Так как электрическое поле в плоском конденсаторе однородно, плотност энергии во всех его точках одинакова и равна $\omega = \dfrac{1}{2}\varepsilon\varepsilon_0 E^2$ **(2)**, где E — напряженность поля между обкладками конденсатора. При внесении металлической пластины параллельно обкладкам напряженность поля осталась неизменной, а объем электрического поля уменьшился на $\Delta V = S(d - d_0) - Sd = -Sd_0$. Следовательно, изменение энергии (конечное значение ее меньше начального) произошло вследствие уменьшения объема поля конденсатора: $\Delta W = \omega\Delta V = -\dfrac{1}{2}\varepsilon\varepsilon_0 E^2 Sd$ **(3)**.

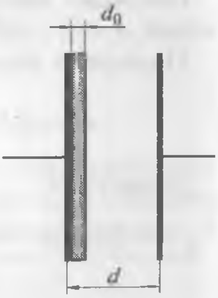


Рис. 9.10

Напряженность поля $E = \dfrac{U}{d}$ **(4)**, где U — разность потенциалов; d — расстояние между обкладками. Формула (3) с учетом формулы (4) принимает вид: $\Delta W = \dfrac{\varepsilon\varepsilon_0 U^2}{2d^2} Sd_0$.

Вычисления:

$$\Delta C = \frac{1 \cdot 8{,}85 \cdot 10^{-12}\ \text{Ф/м} \cdot 15 \cdot 10^{-3}\ \text{м}^2 \cdot 10^{-3}\ \text{м}}{6 \cdot 10^{-3}\ \text{м} \cdot (6 \cdot 10^{-3}\ \text{м} - 1 \cdot 10^{-3}\ \text{м})} = 4{,}42 \cdot 10^{-12}\ \text{Ф} = 4{,}42\ \text{пФ};$$

$$\Delta W = -\frac{1 \cdot 8{,}85 \cdot 10^{-12}\ \text{Ф/м} \cdot 400^2\ \text{В}^2}{2 \cdot 6^2 \cdot 10^{-6}\ \text{м}^2} \cdot 15 \cdot 10^{-3}\ \text{м}^2 \cdot 10^{-3}\ \text{м} = -2{,}95 \cdot 10^{-7}\ \text{Дж} = -295\ \text{нДж}$$

Ответ: $\Delta C = 4{,}42$ пФ; $\Delta W = -295$ нДж.

3. Пластины плоского воздушного конденсатора площадью $S = 10$ см^2 присоединили к батарее, ЭДС которой $\mathscr{E} = 10$ В. Определите механическую работ A, совершаемую электрическим полем при сближении пластин конденсатора с расстояния $d_1 = 5$ мм до расстояния $d_2 = 1$ мм между ними.

Дано

$S = 10$ см$^2 = 10^{-3}$ м^2
$\mathscr{E} = 10$ В
$d_1 = 5$ мм $= 5 \cdot 10^{-3}$ м
$d_2 = 1$ мм $= 1 \cdot 10^{-3}$ м
$\varepsilon = 1$
$\varepsilon_0 = 8{,}85 \cdot 10^{-12}$ Ф/м

A — ?

Решение

При перемещении пластин конденсатора изменяется его емкость C и заряд Q на его обкладках: $C_1 = \dfrac{\varepsilon\varepsilon_0 S}{d_1}$; $C_2 = \dfrac{\varepsilon\varepsilon_0 S}{d_2}$.

$$C_1 = \frac{Q_1}{\mathscr{E}} \Rightarrow Q_1 = C_1\mathscr{E} = \frac{\varepsilon\varepsilon_0 S\mathscr{E}}{d_1};$$

$$C_2 = \frac{Q_2}{\mathscr{E}} \Rightarrow Q_2 = C_2\mathscr{E} = \frac{\varepsilon\varepsilon_0 S\mathscr{E}}{d_2}.$$

Изменение заряда $\Delta Q = Q_2 - Q_1 = \varepsilon\varepsilon_0 S\left(\dfrac{1}{d_2} - \dfrac{1}{d_1}\right)\mathscr{E}$ — заряд на обкладках конденсатора увеличивается.

При этом батарея совершает работу: $A_1 = \Delta Q\mathscr{E} = \varepsilon\varepsilon_0 S\left(\dfrac{1}{d_2} - \dfrac{1}{d_1}\right)\mathscr{E}^2$ **(1)**.

При сближении пластин энергия конденсатора увеличивается на $\Delta\Pi = \Pi_2 - \Pi_1$, где $\Pi_1 = \dfrac{Q_1\mathscr{E}}{2}$; $\Pi_2 = \dfrac{Q_2\mathscr{E}}{2}$:

$$\Delta\Pi = \frac{Q_2\mathscr{E}}{2} - \frac{Q_1\mathscr{E}}{2} = \frac{\varepsilon\varepsilon_0 S}{2}\left(\frac{1}{d_2} - \frac{1}{d_1}\right)\mathscr{E}^2 \;\textbf{(2)}.$$

Согласно закону сохранения энергии, $A_1 = A + \Delta\Pi$, откуда механическая работа $A = A_1 - \Delta\Pi$ **(3)**.

Подставив формулы (1) и (2) в выражение (3), получим

$$A = \varepsilon\varepsilon_0 S\mathscr{E}^2\left(\frac{1}{d_2} - \frac{1}{d_1}\right) - \frac{\varepsilon\varepsilon_0 S\mathscr{E}^2}{2}\left(\frac{1}{d_2} - \frac{1}{d_1}\right) = \frac{\varepsilon\varepsilon_0 S}{2}\left(\frac{1}{d_2} - \frac{1}{d_1}\right)\mathscr{E}^2.$$

Вычисления:

$$A = \frac{1 \cdot 8{,}85 \cdot 10^{-12}\text{ Ф/м} \cdot 1 \cdot 10^{-3}\text{ м}^2}{2}\left(\frac{1}{1 \cdot 10^{-3}\text{ м}} - \frac{1}{5 \cdot 10^{-3}\text{ м}}\right) \cdot 10^2\text{ В}^2 = 3{,}5 \cdot 10^{-10}\text{ Дж} =$$

$$= 0{,}35\text{ нДж}.$$

Ответ: $A = 0{,}35$ нДж.

Глава 10

ЗАКОНЫ ПОСТОЯННОГО ТОКА

Сила тока и плотность тока

1. Определите число n электронов, которые проходят через поперечное сечение проводника площадью $S = 1$ мм^2 за $t = 2$ мин, если плотность тока в проводнике $j = 150$ А/см^2.

Дано	*Решение*
$S = 1$ мм$^2 = 10^{-6}$ м^2 $t = 2$ мин $= 120$ с $j = 150$ А/см$^2 = 1{,}5 \cdot 10^2$ А/м^2	Число электронов, проходящих через поперечное сечение проводника, равно отношению электрического заряда, прошедшего через данное поперечное сечение, к заряду электрона: $n = Q/e$ **(1)**.
n — ?	

За время t через сечение проводника при токе $I = jS$ проходит заряд $Q = jSt$ **(2)**.

Подставив формулу (2) в формулу (1), имеем: $n = \dfrac{jSt}{e}$.

Вычисления: $n = \dfrac{1{,}5 \cdot 10^2\ \text{А/м}^2 \cdot 10^{-6}\ \text{м}^2 \cdot 120\ \text{с}}{1{,}6 \cdot 10^{-19}\ \text{Кл}} = 1{,}2 \cdot 10^{21}$.

Ответ: $n = 1{,}2 \cdot 10^{21}$.

2. Средняя скорость упорядоченного движения электронов в медном проводнике, предполагая, что на каждый атом меди приходится один свободный электрон, составляет $\langle v \rangle = 10$ мкм/с. Площадь сечения проводника $S = 0{,}6$ мм^2. Определите ток I, текущий по проводнику.

Дано	*Решение*
$\langle v \rangle = 10$ мкм/с $= 1 \cdot 10^{-5}$ м/с $S = 0{,}6$ мм$^2 = 6 \cdot 10^{-7}$ м^2 $\rho = 8{,}9 \cdot 10^3$ кг/м^3 $M = 6{,}4 \cdot 10^{-2}$ кг/моль $e = 1{,}6 \cdot 10^{-19}$ Кл $N_А = 6{,}02 \cdot 10^{23}$ моль$^{-1}$	Ток, текущий по проводнику: $I = jS$; плотность тока $j = en\langle v \rangle$. Концентрация зарядов равна концентрации атомов, так как на один атом меди приходится один свободный электрон: $n = \dfrac{\rho}{M} N_А$. Следовательно, $I = \dfrac{e\rho N_А \langle v \rangle S}{M}$.
I — ?	

Вычисления:

$$I = \frac{1{,}6 \cdot 10^{-19}\ \text{Кл} \cdot 8{,}9 \cdot 10^3\ \text{кг/м}^3 \cdot 6{,}02 \cdot 10^{23}\ \text{моль}^{-1} \cdot 1 \cdot 10^{-5}\ \text{м/с} \cdot 6 \cdot 10^{-7}\ \text{м}^2}{6{,}4 \cdot 10^{-2}\ \text{кг/моль}} = 8 \cdot 10^{-2}\ \text{А}.$$

Ответ: $I = 8 \cdot 10^{-2}$ А.

Закон Ома для участка цепи без ЭДС

1. Миллиамперметр внутренним сопротивлением $R_1 = 9{,}9$ Ом может измерять силу тока не более $I_1 = 10$ мА. Что нужно сделать, чтобы этот прибор мог измерять силу тока в $n = 100$ раз бóльшую?

Дано

$R_1 = 9{,}9$ Ом

$I_1 = 10 \text{ мА} = 10^{-2}$ А

$I_2 = nI_1$

$n = 100$

$R_ш$ — ?

Решение

Амперметр включают в сеть последовательно. Чтобы прибор измерял силу тока бóльшую, чем та, на которую он рассчитан, необходимо параллельно ему соединить резистор сопротивлением $R_ш$. Этот резистор называют *шунтом* (рис. 10.1).

Сопротивление шунта выбирают таким образом, чтобы через прибор проходил ток I_1.

Определим сопротивление шунта. Из условия, что шунт и миллиамперметр соединены параллельно, имеем:

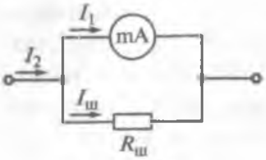


Рис. 10.1

$$I = I_1 + I_ш \ (1);$$

$$I_1R_1 = I_шR_ш \ (2).$$

Из уравнения (2) следует, что $R_ш = \dfrac{I_1R_1}{I_ш}$ (3).

Силу тока, идущего через шунт, определяем из уравнения (1): $I_ш = I_2 - I_1$ (4). Подставив формулу (4) в формулу (3), найдем сопротивление шунта:

$$R_ш = \frac{I_1R_1}{I_2 - I_1}.$$

Вычисления: $R_ш = \dfrac{10^{-2}\text{ А} \cdot 9{,}9\text{ Ом}}{100 \cdot 10^{-2}\text{ А} - 10^{-2}\text{ А}} = 0{,}1$ Ом.

Ответ: $R_ш = 0{,}1$ Ом.

2. Электрическая цепь, состоящая из резисторов $R_1 = 100$ Ом, $R_2 = 200$ Ом, $R_3 = 300$ Ом, подключена к двум источникам постоянного напряжения U_1 и $U_2 = 100$ В (рис. 10.2). При каком напряжении U_1 сила тока I_1 через резистор R_1 будет равна нулю?

Дано

$R_1 = 100$ Ом

$R_2 = 200$ Ом

$R_3 = 300$ Ом

$U_2 = 100$ В

$I_1 = 0$

U_1 — ?

Решение

Если через резистор R_1 ток не идет, т. е. $I_1 = 0$, а следовательно, $I_1R_1 = 0$, то напряжение U_3 на резисторе R_3 должно быть равно U_1, т. е. $U_3 = U_1 = IR_3$ (1).

В этом случае резисторы R_2 и R_3 включены последовательно. При последовательном соединении проводников сила тока во всех частях цепи одинакова: $I_2 = I_3 = I$.

Падение напряжения $U_2 = IR_2 + IR_3$, откуда следует, что $I = \dfrac{U_2}{R_2 + R_3}$ (2).

Учитывая, что $IR_3 = U_3 = U_1$, имеем

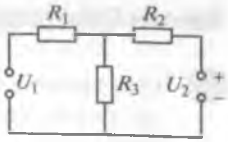


Рис. 10.2

$$U_2 = \frac{U_2 R_2}{R_2 + R_3} + U_1,$$

или

$$U_1 = U_2 - \frac{U_2 R_2}{R_2 + R_3} = U_2\left(1 - \frac{R_2}{R_2 + R_3}\right).$$

После преобразований получим

$$U_1 = \frac{R_3}{R_2 + R_3} U_2.$$

Вычисления: $U_1 = \frac{300\ \text{Ом}}{200\ \text{Ом} + 300\ \text{Ом}} \cdot 100\ \text{В} = 60\ \text{В}.$

Ответ: $U_1 = 60$ В.

Зависимость электрического сопротивления от материала, длины и площади поперечного сечения проводника

1. Сопротивление стального проводника при температуре $t_1 = 20\,°\text{C}$ равно $R_1 = 100$ Ом. Определите его сопротивление при температуре $t_2 = 40\,°\text{C}$.

Дано	*Решение*
$T_1 = (20 + 273)\ \text{K} = 293\ \text{K}$ $R_1 = 100$ Ом $T_2 = (40 + 273)\ \text{K} = 313\ \text{K}$ $\alpha = 1{,}1 \cdot 10^{-5}\ \text{K}^{-1}$ $T_0 = 273\ \text{K}$ R_2 — ?	Учитывая зависимость удельного сопротивления проводника от температуры $\rho = \rho_0(1 + \alpha\Delta T)$ и формулу $R = \rho\frac{l}{S}$, получим $R = \rho_0\frac{l}{S}(1 + \alpha\Delta T)$. Так как $\rho_0\frac{l}{S} = R_0$, т. е. сопротивлению при $T_0 = 273$ K, то $R = R_0(1 + \alpha\Delta T)$.

При температуре T_1: $R_1 = R_0[1 + \alpha(T_1 - T_0)]$ **(1)**.

При температуре T_2: $R_2 = R_0[1 + \alpha(T_2 - T_0)]$ **(2)**.

I способ. Разделим почленно уравнение (2) на уравнение (1) и получим

$$\frac{R_2}{R_1} = \frac{R_0[1 + \alpha\Delta T_2]}{R_0[1 + \alpha\Delta T_1]}, \text{ откуда } R_2 = R_1\frac{1 + \alpha\Delta T_2}{1 + \alpha\Delta T_1}.$$

II способ. Выразим R_0 из уравнения (1) и подставим в уравнение (2): $R_2 = \frac{R_1(1 + \alpha\Delta T_2)}{1 + \alpha\Delta T_1}$.

Вычисления: $R_2 = 100\ \text{Ом}\,\frac{1 + 1{,}1 \cdot 10^{-5}\ \text{K}^{-1}(313\ \text{K} - 273\ \text{K})}{1 + 1{,}1 \cdot 10^{-5}\ \text{K}^{-1}(293\ \text{K} - 273\ \text{K})} \approx 100\ \text{Ом}.$

Ответ: $R_2 \approx 100$ Ом.

Закон Ома для полной цепи

1. Определите показания амперметра, включенного в цепь, изображенную на схеме, если $\mathscr{E} = 10$ В, $r = 0{,}1$ Ом, $R_1 = R_2 = R_3 = 10$ Ом, $R_4 = 15$ Ом (рис. 10.3).

Дано	*Решение*
$\mathscr{E} = 10$ В $r = 0{,}1$ Ом $R_1 = R_2 = R_3 = 10$ Ом $R_4 = 15$ Ом	Согласно закону Ома для замкнутой цепи: $I = \dfrac{\mathscr{E}}{r + R}$. Для вычисления R — сопротивления внешнего участка цепи, целесообразно схему представить в другом виде (рис. 10.4).
I — ?	

Сопротивления R_2 и R_3 соединены параллельно, поэтому $\dfrac{1}{R_1'} = \dfrac{1}{R_2} + \dfrac{1}{R_3}$, или $R_1' = \dfrac{R_3 R_2}{R_3 + R_2}$.

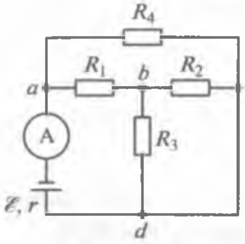


Рис. 10.3

Сопротивления R_1 и R_1' соединены последовательно, поэтому

$$R_2' = R_1 + R_1' = R_1 + \frac{R_3 R_2}{R_3 + R_2} = \frac{R_1(R_3 + R_2) + R_3 R_2}{R_3 + R_2}.$$

Сопротивления R_2' и R_4 соединены параллельно, поэтому

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_4} + \frac{1}{R_2'}, \text{ или } \frac{1}{R} = \frac{1}{R_4} + \frac{R_3 + R_2}{R_1 R_3 + R_1 R_2 + R_3 R_2}.$$

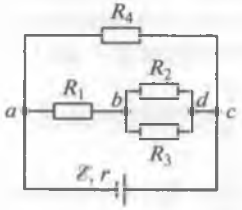


Рис. 10.4

Вычисления:

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{15\text{ Ом}} + \frac{2 \cdot 10\text{ Ом}}{3 \cdot 100\text{ Ом}^2} = \frac{2}{15\text{ Ом}}; \quad R = 7{,}5\text{ Ом};$$

$$I = \frac{10\text{ В}}{0{,}1\text{ Ом} + 7{,}5\text{ Ом}} = 1{,}3\text{ А}.$$

Ответ: $I = 1{,}3$ А.

2. Определите силу тока короткого замыкания $I_{\text{кз}}$ батареи, ЭДС которой $\mathscr{E} = 15$ В, если при подключении к ней резистора сопротивлением $R = 3$ Ом сила тока в цепи составляет $I = 4$ А.

Дано	*Решение*
$\mathscr{E} = 15$ В $R = 3$ Ом $I = 4$ А	Силу тока короткого замыкания определяем по формуле: $I_{\text{кз}} = \dfrac{\mathscr{E}}{r}$ **(1)**, где r — внутреннее сопротивление батареи. Согласно закону Ома для полной цепи:
$I_{\text{кз}}$ — ?	

$$I = \frac{\mathscr{E} - IR}{r}, \text{ откуда } r = \frac{\mathscr{E} - IR}{I} \quad \textbf{(2)}.$$

Подставив формулу (2) в формулу (1), получим $I_{\text{кз}} = \frac{\mathscr{E}}{r} = \frac{\mathscr{E}I}{\mathscr{E} - IR}$.

Вычисления: $I_{\text{кз}} = \frac{15\text{ В} \cdot 4\text{ А}}{15\text{ В} - 4\text{ А} \cdot 3\text{ Ом}} = 20$ А.

Ответ: $I_{\text{кз}} = 20$ А.

3. Определите разность потенциалов U между обкладками конденсатора при подсоединении его к источнику тока с ЭДС $\mathscr{E} = 3{,}6$ В, внутренним сопротивлением $r = 1$ Ом (рис. 10.5). Сопротивления резисторов $R_1 = 5$ Ом, $R_2 = 6$ Ом, $R_3 = 4$ Ом.

Дано	***Решение***
$\mathscr{E} = 3{,}6$ В $r = 1$ Ом $R_1 = 5$ Ом $R_2 = 6$ Ом $R_3 = 4$ Ом	Источник тока заряжает конденсатор до определенного напряжения U, после чего ток в участке цепи «конденсатор C — резистор R_2» прекращается. На конденсаторе будет напряжение U, равное напряжению U_3 на сопротивлении R_3, т.е. $U = U_3$. Согласно закону Ома для полной цепи:
U — ?	

$$I = \frac{\mathscr{E}}{r + R_1 + R_3};\ U_3 = IR_3 = \frac{\mathscr{E}R_3}{r + R_1 + R_3},$$

следовательно,

$$U = \frac{\mathscr{E}R_3}{r + R_1 + R_3}.$$

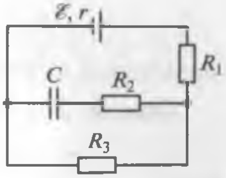


Рис. 10.5

Вычисления: $U = \frac{3{,}6\text{ В} \cdot 4\text{ Ом}}{1\text{ Ом} + 5\text{ Ом} + 4\text{ Ом}} = 1{,}4$ В.

Ответ: $U = 1{,}4$ В.

Соединение проводников

1. К сети напряжением $U = 220$ В присоединены два резистора. При их последовательном соединении $I_1 = 4{,}4$ А, а при параллельном — $I_2 = 27{,}5$ А. Определите сопротивления R_1 и R_2 резисторов.

Дано	***Решение***
$U = 220$ В $I_1 = 4{,}4$ А $I_2 = 27{,}5$ А	*Последовательное соединение* (рис. 10.6). При последовательном соединении резисторов сопротивление участка цепи: $R_{\text{посл}} = R_1 + R_2$ **(1)**. Согласно закону Ома для участка цепи:
R_1 — ? R_2 — ?	

$$I_1 = \frac{U}{R_{\text{посл}}},\text{ откуда } R_{\text{посл}} = \frac{U}{I_1}.$$

Вычисления: $R_{\text{носл}} = \frac{220\text{ В}}{4{,}4\text{ А}} = 50$ Ом.

Подставив полученное значение в выражение (1), получаем $R_1 + R_2 = 50$ **(2)**.

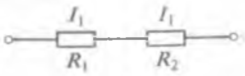


Рис. 10.6

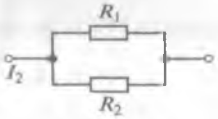


Рис. 10.7

Параллельное соединение (рис. 10.7). При параллельном соединении резисторов сопротивление участка цепи: $\frac{1}{R_{пар}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}$, или $R_{пар} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$ (3).

Согласно по закону Ома для участка цепи: $I_2 = \frac{U}{R_{пар}}$, откуда $R_{пар} = \frac{U}{I_2}$.

Вычисления: $R_{пар} = \frac{220\ В}{27{,}5\ А} = 8$ Ом.

Подставив полученное значение в выражение (3), получаем: $\frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} = 8$ **(4)**.

С учетом формулы (2) имеем: $R_1 R_2 = 400$ **(5)**.

Решив систему уравнений (2) и (5),

$$\begin{cases} R_1 + R_2 = 50; \\ R_1 R_2 = 400, \end{cases}$$

получим $R_1 = 10$ Ом; $R_2 = 40$ м.

Ответ: $R_1 = 10$ Ом; $R_2 = 40$ Ом.

Работа и мощность электрического тока

1. ЭДС батареи $\mathscr{E} = 20$ В, КПД батареи $\eta = 0{,}8$ при силе тока $I = 4$ А. Чему равно внутреннее сопротивление r батареи?

Дано	*Решение*
$\mathscr{E} = 20$ В $\eta = 0{,}8$ $I = 4$ А r — ?	КПД источника тока равен отношению падения напряжения во внешней цепи к его ЭДС: $\eta = \frac{RI}{\mathscr{E}}$ **(1)**, откуда $R = \frac{\eta\mathscr{E}}{I}$ **(2)**.

Используя закон Ома для замкнутой цепи: $I = \frac{\mathscr{E}}{r + R}$, получаем $\eta = \frac{R}{R + r}$ **(3)**.

Подставив формулу (2) в формулу (3) и выполнив преобразование, находим:

$$r = \frac{\mathscr{E}(1 - \eta)}{I}.$$

Вычисления: $r = \frac{20\ В(1 - 0{,}8)}{4\ А} = 1$ Ом.

Ответ: $r = 1$ Ом.

2. Внутреннее сопротивление аккумулятора $r = 2$ Ом. При замыкании его одним резистором сила тока $I_1 = 4$ А, при замыкании другим $I_2 = 2$ А. Во внешней цепи в обоих случаях выделяется одинаковая мощность. Определите внешние сопротивления R_1, R_2 и ЭДС $\mathscr{E}$ аккумулятора.

Дано	*Решение*
$r = 2$ Ом $I_1 = 4$ А $I_2 = 2$ А $N_1 = N_2$ R_1, R_2, $\mathscr{E}$ — ?	Закон Ома для замкнутой цепи имеет вид: $I_1 = \frac{\mathscr{E}}{R_1 + r}$; $I_2 = \frac{\mathscr{E}}{R_2 + r}$ **(1)**, где r — внутреннее сопротивление источника тока; $\mathscr{E}$ — ЭДС аккумулятора; R_1 и R_2 — внешние сопротивления цепей.

Уравнения (1) представим в виде $\mathscr{E} = I_1(R_1 + r)$; $\mathscr{E} = I_2(R_2 + r)$ **(2)**.

Из равенств (2) следует: $I_1(R_1 + r) = I_2(R_2 + r)$ **(3)**.

Мощность, выделяемая во внешней цепи в первом и втором случаях: $N_1 = I_1^2 R_1$; $N_2 = I_2^2 R_2$. Из условия равенства мощностей следует: $I_1^2 R_1 = I_2^2 R_2$ **(4)**.

Решив совместно уравнения (3) и (4), получаем $R_1 = \frac{I_2 r}{I_1}$; $R_2 = \frac{I_1 r}{I_2}$ **(5)**.

Подставив формулы (5) в формулы (2), получим $\mathscr{E} = I_1 r\left(\frac{I_2}{I_1} + 1\right)$.

Вычисления:

$$R_1 = \frac{2\ А \cdot 2\ Ом}{4\ А} = 1\ Ом;\ R_2 = \frac{4\ А \cdot 2\ Ом}{2\ А} = 4\ Ом;\ \mathscr{E} = 4\ А \cdot 2\ Ом \cdot \left(\frac{2\ А}{4\ А} + 1\right) = 12\ В.$$

Ответ: $R_1 = 1$ Ом; $R_2 = 4$ Ом; $\mathscr{E} = 12$ В.

3. Определите время t, необходимое для нагревания на электрической плитке мощностью $N = 1\,200$ Вт при КПД $\eta = 75\,\%$ $m = 2$ кг льда, взятого при температуре $t_1 = -16$ °С, превращения его в воду и нагревания полученной воды до температуры $t_2 = 100$ °С, т. е. до кипения.

Дано	*Решение*
$N = 1\,200$ Вт $\eta = 0{,}75$ $m = 2$ кг $T_1 = (-16 + 273)$ К $= 257$ К $T_2 = (100 + 273)$ К $= 373$ К $c_л = 2{,}1 \cdot 10^3$ Дж/(кг · К) $\lambda = 3{,}35 \cdot 10^5$ Дж/кг $c_в = 4{,}19 \cdot 10^3$ Дж/(кг · К) t — ?	Электрическая энергия $Q = \eta N t$ расходуется на нагревание льда от температуры 257 К до температуры плавления $T_0 = 273$ К(Q_1), на плавление льда (Q_2) и на нагревание полученной изо льда воды от температуры 273 К до температуры 373 К (Q_3): $Q_1 = c_л m \Delta T_1$, где $\Delta T_1 = (T_0 - T_1)$; $Q_2 = \lambda m$; $Q_3 = c_в m \Delta T_2$, где $\Delta T_2 = (T_2 - T_0)$.

Уравнение теплового баланса:

$$\eta N t = c_л m(T_0 - T_1) + \lambda m + c_в m(T_2 - T_0),$$

откуда

$$t = \frac{c_л m(T_0 - T_1) + \lambda m + c_в m(T_2 - T_0)}{\eta N}.$$

Вычисления: $t = \dfrac{2{,}1 \cdot 10^3\ Дж/(кг \cdot К) \cdot 2\,кг \cdot 16\ К + 3{,}35 \cdot 10^5\ Дж/кг \cdot 2\ кг}{0{,}75 \cdot 1\,200\ Вт} +$

$$+ \frac{4{,}19 \cdot 10^3\ Дж/(кг \cdot К) \cdot 2\,кг \cdot 100\ К}{0{,}75 \cdot 1\,200\ Вт} = 1\,740\ с = 29\ мин.$$

Ответ: $t = 29$ мин.

Глава 11

ЭЛЕКТРИЧЕСКИЙ ТОК В ПОЛУПРОВОДНИКАХ

1. Кремний (Si) является полупроводником. Какие примесные атомы галлия (Ga) или сурьмы (Sb) следует ввести в кристаллическую решетку кремния, чтобы превратить его в полупроводник *n*-типа?

Решение

Проводимость, обусловленная движением свободных электронов, называют электронной, или проводимостью *n*-типа. Проводимость *n*-типа возникает при введении в кристаллическую решетку кремния (Si) донорных примесей, т.е. атомов, у которых число валентных электронов больше, чем у кремния.

Используя Периодическую систему элементов Д. И. Менделеева, определяем:

1) кремний — (Si), порядковый номер $Z = 14$, число валентных электронов — 4;

2) галлий — (Ga), порядковый номер $Z = 31$, число валентных электронов — 3;

3) сурьма — (Sb), порядковый номер $Z = 51$, число валентных электронов — 5.

Следовательно, чтобы превратить кремний в полупроводник *n*-типа, в его кристаллическую решетку нужно ввести атомы сурьмы.

***Ответ*:** сурьма — (Sb).

2. На рис. 11.1, *а* показана схема включения в электрическую цепь полупроводникового диода. Включите в эту цепь между точками *A* и *B* источник тока (рис. 11.1, *б*) таким образом, чтобы лампочка горела.

Решение

Полупроводниковый диод проводит ток в одном направлении, этот ток называется прямым. На корпусах диодов стрелкой указывают направление тока. Для того чтобы лампочка горела, т.е. чтобы через нее протекал ток, необходимо *p*-часть (точка *A*) соединить с положительным полюсом источника тока, а *n*-часть (точка *B*) — с отрицательным полюсом источника тока. Схема соединения приведена на рис. 11.2.

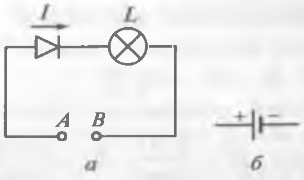


Рис. 11.1

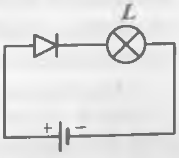


Рис. 11.2

Глава 12

МАГНИТНОЕ ПОЛЕ

Вектор индукции магнитного поля

1 В однородное магнитное поле индукцией $B = 0{,}5$ Тл помещена квадратная рамка, по которой течет ток $I = 1$ А. Нормаль к плоскости рамки составляет с направлением вектора магнитной индукции угол $\alpha = 90°$. Определите модуль максимального вращающего момента $M_{\max}$, действующего на рамку, если ее сторона $a = 5$ см.

Дано	*Решение*
$B = 0{,}5$ Тл $I = 1$ А $\alpha = 90°$ $a = 5$ см $= 5 \cdot 10^{-2}$ м	При угле $\alpha = 90°$ между нормалью к плоскости рамки и вектором магнитной индукции на рамку будет действовать максимальный вращающий момент, модуль которого равен: $M_{\max} = Bp_m$, где p_m — модуль магнитного момента рамки; $p_m = IS$ ($S = a^2$ — площадь рамки).
$M_{\max}$ — ?	

Таким образом, $M_{\max} = BIa^2$.

Вычисления: $M_{\max} = 0{,}5$ Тл $\cdot$ 1 А $\cdot\, 5^2 \cdot 10^{-4}$ м^2 $= 1{,}25$ Н $\cdot$ м.

Ответ: $M_{\max} = 1{,}25$ Н $\cdot$ м.

2 По двум бесконечно длинным прямолинейным проводникам, находящимся на расстоянии $d = 10$ см друг от друга, текут токи силой $I = 5$ А в каждом. Определите индукцию магнитного поля B, создаваемого токами в точке, лежащей посередине между проводниками в случаях: 1) проводники параллельны и токи текут в одном направлении (рис. 12.1, *а*); 2) проводники перпендикулярны, направления токов показаны на рис. 12.1, *б*.

Дано	*Решение*
$d = 10$ см $= 0{,}1$ м $I_1 = I_2 = I = 5$ А	Результирующая индукция магнитного поля в данной точке равна векторной сумме индукций полей, создаваемых каждым током в отдельности: $\vec{B} = \vec{B}_1 + \vec{B}_2$ **(1)**,
1) $B_{\parallel}$ — ? 2) $B_{\perp}$ — ?	

где $\vec{B}_1$ и $\vec{B}_2$ — индукции полей, создаваемых соответственно токами I_1 и I_2. Если токи текут по параллельным проводникам в одном направлении (от нас), то, применив правило правого винта, определяем направления $\vec{B}_1$ и $\vec{B}_2$. Как видно из рис. 12.1, *а*, $\vec{B}_1$ и $\vec{B}_2$ направлены в противоположные стороны, поэтому векторная сумма (1) в данном случае может быть заменена алгебраической: $B_{\parallel} = |B_1 - B_2|$ **(2)**.

Индукции полей, создаваемых бесконечно длинными проводниками, находим по формулам: $B_1 = \dfrac{\mu_0 I_1}{2\pi r_1}$; $B_2 = \dfrac{\mu_0 I_2}{2\pi r_2}$ **(3)**, где r_1 и r_2 — соответственно расстояния от проводника до точки, где определяется индукция магнитного поля.

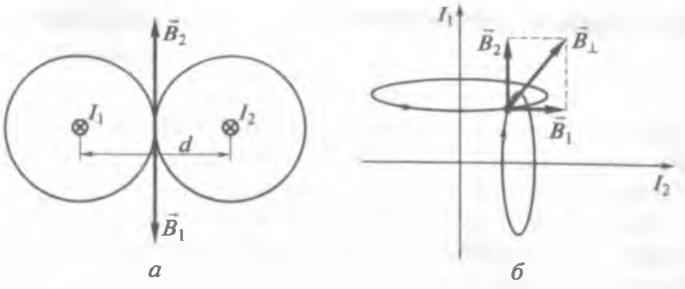


Рис. 12.1

Согласно условию задачи, $r_1 = r_2 = r$ и тогда $B = \left|\frac{\mu_0 I}{2\pi r} - \frac{\mu_0 I}{2\pi r}\right| = 0.$

В случае когда проводники перпендикулярны (см. рис. 12.1, *б*), результирующая индукция в точке, лежащей посередине между проводниками, равна $B_\perp = \sqrt{B_1^2 + B_2^2}$ или (с учетом формул (3)) $B_\perp = \sqrt{\left(\frac{\mu_0 I}{2\pi r}\right)^2 + \left(\frac{\mu_0 I}{2\pi r}\right)^2} = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}\sqrt{2}.$

Вычисления: $B_\perp = \frac{12{,}56 \cdot 10^{-7}\ \text{Гн/м} \cdot 5\ \text{А}\sqrt{2}}{2 \cdot 3{,}14 \cdot 5 \cdot 10^{-2}\ \text{м}} = 27{,}6 \cdot 10^{-6}\ \text{Тл} = 27{,}6\ \text{мкТл}.$

Ответ: 1) $B_\parallel = 0$; 2) $B_\perp = 27{,}6$ мкТл.

3. По двум длинным параллельным проводникам текут в противоположных направлениях токи $I_1 = 90$ и $I_2 = 70$ А. Определите индукцию B магнитного поля, создаваемого токами в точке M, находящейся на расстоянии $R_1 = 12$ см от первого и $R_2 = 14$ см от второго проводов, если расстояние между проводами $d = 10$ см.

Дано

$I_1 = 90$ А
$I_2 = 70$ А
$R_1 = 12$ см $= 0{,}12$ м
$R_2 = 14$ см $= 0{,}14$ м
$d = 10$ см $= 0{,}1$ м
$\mu = 1$
$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}\ \frac{\text{Гн}}{\text{м}}$

B — ?

Решение

Предположим, что проводники направлены перпендикулярно плоскости чертежа (рис. 12.2). Ток I_1 идет от нас, он обозначен крестиком. Ток I_2 идет на нас, он обозначен точкой. Каждый ток создает в точке M индукцию $B_1 = \frac{\mu_0 I_1}{2\pi R_1}$; $B_2 = \frac{\mu_0 I_2}{2\pi R_2}$, $(\mu = 1)$, причем B_1 направлена перпендикулярно R_1 по часовой стрелке (буравчик ввинчивается), а B_2 — перпендикулярно R_2 против часовой стрелки (буравчик вывинчивается). Индукция поля $\vec{B}$ в точке M равна геометрической сумме $\vec{B}_1$ и $\vec{B}_2$. Модуль B равен:

$$B = \sqrt{B_1^2 + B_2^2 - 2B_1 B_2 \cos\beta}.$$

Из теоремы косинусов определим $\cos\alpha$ (поскольку $\alpha = \beta$, как углы со взаимно-перпендикулярными сторонами, $\cos\beta = \cos\alpha$): $\cos\alpha = \frac{R_1^2 + R_2^2 - d^2}{2R_1 R_2}$.

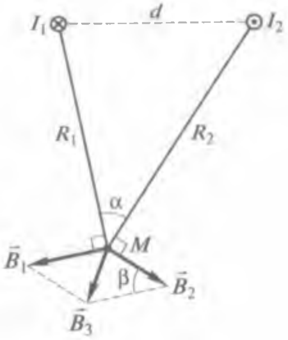


Рис. 12.2

Вычисления:

$$B_1 = \frac{4\pi \cdot 10^{-7}\ \frac{\text{Гн}}{\text{м}} \cdot 90\ \text{А}}{2\pi \cdot 0{,}12\ \text{м}} \approx 1{,}5 \cdot 10^{-4}\ \text{Тл};$$

$$B_2 = \frac{4\pi \cdot 10^{-7}\ \frac{\text{Гн}}{\text{м}} \cdot 70\ \text{А}}{2\pi \cdot 0{,}14\ \text{м}} \approx 1{,}0 \cdot 10^{-4}\ \text{Тл};$$

$$\cos\alpha = \frac{(144 + 196 - 100)\ \text{см}^2}{2 \cdot 12 \cdot 14\ \text{см}^2} = \frac{5}{7} \approx 0{,}7;$$

$$B = \left(\sqrt{\left(1{,}5 \cdot 10^{-4}\right)^2 + \left(1{,}0 \cdot 10^{-4}\right)^2 - 2 \cdot 1{,}5 \cdot 10^{-4} \cdot 1{,}0 \cdot 10^{-4} \cdot 0{,}7}\right) \text{Тл} \approx 1{,}1 \cdot 10^{-4}\ \text{Тл}.$$

Ответ: $B \approx 1{,}1 \cdot 10^{-4}$ Тл.

4. Определите силу тока I и индукцию магнитного поля B в центре кругового витка с магнитным моментом $p_m = 0{,}785\ \text{А} \cdot \text{м}^2$, если радиус витка $R = 10$ см. Виток расположен в воздухе ($\mu = 1$).

Дано	*Решение*
$p_m = 0{,}785\ \text{А} \cdot \text{м}^2$ $R = 10\ \text{см} = 0{,}1\ \text{м}$ $\mu = 1$ $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ Гн/м	Магнитный момент витка с током $p_m = IS$, откуда $I = \frac{p_m}{S}$.
I — ? B — ?	Виток круговой, следовательно, $S = \pi R^2$.

Таким образом,

$$I = \frac{p_m}{\pi R^2}\ \ (1).$$

Индукция поля в центре кругового витка с током:

$$B = \frac{\mu\mu_0 I}{2R},$$

или с учетом формулы (1) $B = \frac{\mu\mu_0 p_m}{2\pi R^3}$.

Вычисления: $I = \frac{0{,}785\ \text{А} \cdot \text{м}^2}{3{,}14 \cdot (0{,}1\ \text{м})^2} = 25$ А;

$$B = \frac{1 \cdot 4\pi \cdot 10^{-7}\ \text{Гн/м} \cdot 0{,}785\ \text{А} \cdot \text{м}^2}{2\pi(0{,}1\ \text{м})^3} = 1{,}57 \cdot 10^{-4}\ \text{Тл}.$$

Ответ: $I = 25$ А; $B = 1{,}57 \cdot 10^{-4}$ Тл.

Действие магнитного поля на прямолинейный проводник с током. Закон Ампера

1. По двум прямолинейным проводникам, находящимся на расстоянии $d = 5$ см друг от друга, протекают токи $I_1 = 10$ А и $I_2 = 5$ А в противоположных направлениях. Определите силу F_{12}, с которой первый проводник будет действовать на каждый метр длины ($l = 1$ м) второго проводника. Как изменится эта сила, если изменить направление тока в одном из проводников? Проводники расположены в воздухе ($\mu = 1$).

Дано	*Решение*
$d = 5\ \text{см} = 5 \cdot 10^{-2}$ м $I_1 = 10$ А $I_2 = 5$ А $l = 1$ м $\mu = 1$ $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ Гн/м	Модуль силы, действующей на единицу длины проводника, при взаимодействии двух прямолинейных проводников, по которым протекают токи I_1 и I_2, определяется по формуле $\frac{F}{l} = \frac{\mu\mu_0 I_1 I_2}{2\pi d}$, причем $\lvert F_{21} \rvert = \lvert F_{12} \rvert$, т. е. силы равны по модулю, но противоположны по направлению.
$\frac{F_{12}}{l}$ — ?	*Вычисления*:

$$\frac{F_{12}}{l} = \frac{1 \cdot 4\pi \cdot 10^{-7}\ \text{Гн/м} \cdot 10\ \text{А} \cdot 5\ \text{А}}{2\pi \cdot 5 \cdot 10^{-2}\ \text{м}} = 2 \cdot 10^{-4}\ \text{Н/м}.$$

Если токи текут в противоположных направлениях, то проводники отталкиваются. При изменении направления тока в одном из проводников проводники будут притягиваться. Модуль силы остается постоянным, а направление вектора силы изменяется на противоположное.

Ответ: $\frac{F_{12}}{l} = 2 \cdot 10^{-4}$ Н/м.

2. Определите наибольшее $F_{\max}$ и наименьшее $F_{\min}$ значения силы, действующей на проводник длиной $\Delta l = 0{,}1$ м, сила тока в котором $I = 5$ А при различных его положениях в однородном магнитном поле с индукцией $B = 2 \cdot 10^{-3}$ Тл.

Дано	*Решение*
$\Delta l = 0{,}1$ м $I = 5$ А $B = 2 \cdot 10^{-3}$ Тл	На проводник с током, помещенный в магнитное поле, действует сила Ампера $F_A = BI\Delta l \sin\alpha$.
$F_{\max}$, $F_{\min}$ — ?	Величины B, I, Δl не зависят от положения проводника в магнитном поле. Сила максимальна при

$\sin\alpha = \pm 1$, т. е. $F_{\max} = \lvert BI\Delta l \rvert$. Направление $\vec{F}_{\max}$ при $\sin\alpha = 1$ будет противоположно $\vec{F}_{\max}$ при $\sin\alpha = -1$. Проводник с током расположен перпендикулярно вектору $\vec{B}$.

Сила минимальна при $\sin\alpha = 0 \Rightarrow$ проводник с током расположен вдоль вектора $\vec{B}$.

Вычисления: $F_{\max} = 2 \cdot 10^{-3}\ \text{Тл} \cdot 5\ \text{А} \cdot 0{,}1\ \text{м} = 1 \cdot 10^{-3}$ Н; $F_{\min} = 0$.

Ответ: $F_{\max} = 1 \cdot 10^{-3}$ Н; $F_{\min} = 0$.

3. Проводник массой $m = 5$ г и длиной $\Delta l = 0{,}1$ м находится в равновесии в однородном магнитном поле индукцией $B = 0{,}3$ Тл. Определите силу тока I, текущего по проводнику. Вектор магнитной индукции направлен горизонтально, перпендикулярно проводнику.

Дано	*Решение*
$m = 5\text{ г} = 5 \cdot 10^{-3}$ кг $B = 0{,}3$ Тл $g = 9{,}8\text{ м/с}^2$ $\Delta l = 0{,}1$ м	Проводник с током может находиться в равновесии в магнитном поле в том случае, если сила тяжести $m\vec{g}$, направленная вниз, будет равна по модулю силе Ампера $F_A = BI\Delta l \sin\alpha$, направленной вверх (рис. 12.3). Так как вектор $\vec{B}$ направлен горизонтально и перпендикулярно l, то $\sin\alpha = 1 \Rightarrow mg = BI\Delta l$, откуда
I — ?	

$$I = \frac{mg}{B\Delta l}.$$

Вычисления: $I = \dfrac{5 \cdot 10^{-3}\text{ кг} \cdot 9{,}8\text{ м/с}^2}{0{,}3\text{ Тл} \cdot 0{,}1\text{ м}} = 1{,}6$ А.

Ответ: $I = 1{,}6$ А.

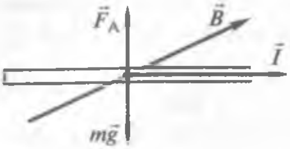


Рис. 12.3

4. Определите индукцию B магнитного поля (направлена вертикально вниз), под действием которого в нем с ускорением $a = 0{,}2\text{ м/с}^2$ движется прямолинейный алюминиевый проводник сечением $S = 1\text{ мм}^2$. Проводник расположен перпендикулярно вектору индукции поля, по нему течет ток $I = 5$ А.

Дано	*Решение*
$a = 0{,}2\text{ м/с}^2$ $S = 1\text{ мм}^2 = 1 \cdot 10^{-6}\text{ м}^2$ $I = 5$ А $\rho = 2{,}7 \cdot 10^3\text{ кг/м}^3$	На проводник с током действует сила Ампера $F_A = IBl$, которая сообщает проводнику ускорение a (рис. 12.4). Согласно второму закону Ньютона, $IBl = ma$, откуда $B = \dfrac{ma}{Il}$ **(1)**.
B — ?	

Масса проводника $m = \rho lS$ **(2)**, где ρ — плотность. Подставив в формулу (1) формулу (2), получим

$$B = \frac{\rho lSa}{Il} = \frac{\rho Sa}{I}.$$

Вычисления:

$$B = \frac{2{,}7 \cdot 10^3\text{ кг/м}^3 \cdot 1 \cdot 10^{-6}\text{ м}^2 \cdot 0{,}2\text{ м/с}^2}{5\text{ А}} = 1 \cdot 10^{-4}\text{ Тл}.$$

Ответ: $B = 1 \cdot 10^{-4}$ Тл.

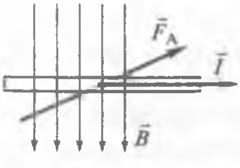


Рис. 12.4

Магнитный поток

1. Плоская рамка площадью $S = 80\text{ см}^2$, имеющая $N = 40$ витков, расположена в однородном магнитном поле индукцией $B = 0{,}1$ Тл. Определите магнитный поток Ф сквозь рамку, если нормаль к ней оставляет угол $\alpha = \frac{\pi}{6}$ с вектором магнитной индукции.

Дано	*Решение*
$S = 80$ см$^2 = 8 \cdot 10^{-3}$ м^2 $N = 40$ $B = 0{,}1$ Тл $\alpha = \frac{\pi}{6}$ Ф — ?	Магнитный поток через один виток $\Phi_1 = BS\cos\alpha$. Магнитный поток через рамку $\Phi = N\Phi_1 = NBS\cos\alpha$. *Вычисления*: $\Phi = 40 \cdot 0{,}1$ Тл $\cdot 8 \cdot 10^{-3}$ м$^2 \cdot 0{,}87 = 2{,}8 \cdot 10^{-2}$ Вб.

Ответ: $\Phi = 2{,}8 \cdot 10^{-2}$ Вб.

2 Контур площадью поперечного сечения $S = 50$ см^2, помещен в однородное магнитное поле с индукцией $B = 60$ мТл. Определите магнитный поток Ф, пронизывающий плоскость контура, если вектор индукции и нормаль к контуру: 1) сонаправлены; 2) противоположно направлены.

Дано	*Решение*
$S = 50$ см$^2 = 5 \cdot 10^{-3}$ м^2 $B = 60$ мТл $= 6 \cdot 10^{-2}$ Тл $\alpha_1 = 0$ $\alpha_2 = \pi$ 1) Φ_1 — ? 2) Φ_2 — ?	Магнитный поток через поверхность определяется по формуле $\Phi = BS\cos\alpha$, где α — угол между направлениями векторов магнитной индукции B и нормали n к плоскости контура. *Вычисления*: 1) $\Phi_1 = 6 \cdot 10^{-2}$ Тл $\cdot 5 \cdot 10^{-3}$ м$^2 \cdot \cos 0 = 3 \cdot 10^{-4}$ Вб; 2) $\Phi_2 = 6 \cdot 10^{-2}$ Тл $\cdot 5 \cdot 10^{-3}$ м$^2 \cdot \cos\pi = -3 \cdot 10^{-4}$ Вб.

Ответ: $\Phi_1 = 3 \cdot 10^{-4}$ Вб; $\Phi_2 = -3 \cdot 10^{-4}$ Вб.

Работа по перемещению проводника в магнитном поле

1. Определите работу A, которую нужно совершить для перемещения проводника с током $I = 2$А, если при перемещении проводник пересекает магнитный поток $\Delta\Phi = 0{,}8$ Вб.

Дано	*Решение*
$I = 2$А $\Delta\Phi = 0{,}8$ Вб A — ?	Работа, совершаемая при перемещении проводника с током $A = I\Delta\Phi$. *Вычисления*: $A = 2$А $\cdot 0{,}8$ Вб $= 1{,}6$ Дж.

Ответ: $A = 1{,}6$ Дж.

2. В однородном магнитном поле индукцией $B = 0{,}15$ Тл проводник, по которому течет ток силой $I = 1$ А, переместился перпендикулярно линиям магнитной индукции на $r = 5$ см. Определите работу A по перемещению проводника, если длина его активной части $\Delta l = 20$ см.

Дано	*Решение*
$B = 0{,}15$ Тл $I = 1$ А $r = 5$ см $= 5 \cdot 10^{-2}$ м $\alpha = 90° = \frac{\pi}{2}$	Работа по перемещению проводника с током в магнитном поле $A = F_A r = BI\Delta l r \sin\alpha$. Учитывая, что $\alpha = \frac{\pi}{2}, \sin\frac{\pi}{2} = 1$, получим $A = IB\Delta l r$. *Вычисления*: $A = 1$ А $\cdot\, 0{,}15$ Тл $\cdot\, 0{,}2$ м $\cdot\, 5 \cdot 10^{-2}$ м $= 1{,}5 \cdot 10^{-3}$ Дж.
A — ?	

Ответ: $A = 1{,}5 \cdot 10^{-3}$ Дж.

Действие магнитного поля на движущийся заряд. Сила Лоренца

1. Параллельно пластинам плоского конденсатора создано однородное магнитное поле индукцией $B = 4$ мТл. Между пластинами перпендикулярно направлению магнитного поля и параллельно пластинам движется электрон со скоростью $v = 5\,000$ км/с. Определите напряженность E электрического поля между пластинами.

Дано	*Решение*
$B = 4$ мТл $= 4 \cdot 10^{-3}$ Тл $v = 5\,000$ км/с $=$ $= 5 \cdot 10^{6}$ м/с	Направление вектора индукции магнитного поля принимается перпендикулярным плоскости и направленным от нас (рис. 12.5). На электрон, движущийся перпендикулярно полю, со стороны магнитного поля действует сила Лоренца $F_Л = Bve$, где $B = 4 \cdot 10^{-3}$ Тл — индукция магнитного поля; e — заряд электрона. Электрическое поле действует на электрон с силой $F_{эл} = eE$, где E — напряженность электрического поля. Электрон движется параллельно пластинам и перпендикулярно магнитному полю в том случае, если эти силы равны по модулю, но противоположны по направлению: $Bve = eE$. Отсюда $E = Bv.$
E — ?	

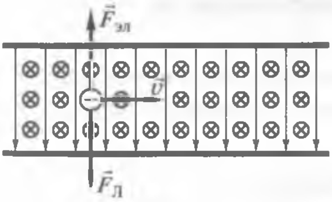


Рис. 12.5

Вычисления: $E = 4 \cdot 10^{-3}$ Тл $\cdot\, 5 \cdot 10^{6}$ м/с $= 2 \cdot 10^{4}$ В/м.
Ответ: $E = 2 \cdot 10^{4}$ В/м.

2. Заряженная частица с постоянной скоростью v влетает в однородное магнитное поле перпендикулярно линиям индукции. Индукция поля $B = 1$ Тл. В течение $t = 10^{-4}$ с параллельно магнитному полю действует электрическое поле напряженностью $E = 100$ В/м. Вычислите постоянный шаг x спиральной траектории заряда (рис. 12.6).

Дано	Решение
$B = 1$ Тл $t = 10^{-4}$ с $E = 100$ В/м x — ?	

Магнитная составляющая силы Лоренца действует нормально к направлению скорости. Направление силы может быть определено по правилу левой руки. При отсутствии электрического поля эта сила заставляет заряд двигаться по окружности. Магнитная составляющая силы Лоренца $F_{\text{Л}} = BQv\sin(\vec{v}, \vec{B})$ равна центростремительной силе: $BQv = \dfrac{mv^2}{r}$ (**1**), где B — индукция поля; Q — заряд частицы; v — скорость движения; m — масса частицы; r — радиус окружности, по которой движется частица. В рассматриваемом случае $\sin(\vec{v}, \vec{B}) = 1$. Радиус окружности находим из формулы (1): $r = \dfrac{mv}{BQ}$ (**2**).

С учетом формулы (2) период обращения частицы $T = \dfrac{2\pi r}{v} = \dfrac{2\pi m}{BQ}$ (**3**).

При кратковременном действии электрического поля возникает электрическая составляющая силы Лоренца, направленная параллельно полю, $F_{\text{эл}} = QE$, где E — напряженность электрического поля. За время t действия $F_{\text{эл}}$ составляющая скорости, направленная параллельно полю, возрастает от нуля до v_1. По импульсу силы $F_{\text{эл}}t = mv_1$ находим: $v_1 = \dfrac{F_{\text{эл}}t}{m} = \dfrac{QEt}{m}$ (**4**).

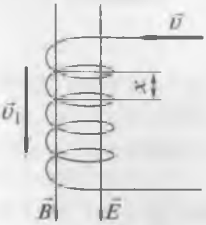


Рис. 12.6

Наличие составляющей скорости v означает, что частица движется по спирали. При установившемся движении шаг спирали x постоянен и определяется из условия, что за один оборот частицы (за период T) происходит ее смещение на расстояние шага $x = v_1 T$. Из формул (3) и (4) получим

$$x = Q\frac{Et}{m}\frac{2\pi m}{BQ} = \frac{E}{B}2\pi t.$$

Вычисления: $x = \dfrac{100 \text{ В/м} \cdot 2 \cdot 3{,}14 \cdot 10^{-4} \text{ с}}{1 \text{ Тл}} = 0{,}06$ м.

***Ответ*:** $x = 0{,}06$ м.

3. С какой скоростью вылетает α-частица из радиоактивного ядра, если, попадая в однородное магнитное поле с индукцией $B = 0{,}5$ Тл перпендикулярно его силовым линиям, она движется по дуге окружности радиуса $R = 0{,}3$ м?

Дано	Решение
$Q = +2p = 3{,}2 \cdot 10^{-19}$ Кл $B = 0{,}5$ Тл $R = 0{,}3$ м $M_{\text{He}} = 4 \cdot 10^{-3}$ кг/моль $N_{\text{A}} = 6{,}02 \cdot 10^{23}$ моль$^{-1}$ v — ?	α-Частица — это ядро атома гелия $\alpha = {}^4_2\text{He}$. Заряд ядра $Q = 2p$, где p — заряд протона. Масса α-частицы m_α равна массе атома гелия: $m_\alpha = \dfrac{M}{N_{\text{A}}} = \dfrac{4 \cdot 10^{-3} \text{ кг/моль}}{6{,}02 \cdot 10^{23} \text{ моль}^{-1}} = 6{,}64 \cdot 10^{-27}$ кг.

В однородном магнитном поле на α-частицу действует сила Лоренца $F_Л = QvB \sin\alpha$, которая искривляет траекторию движения α-частицы. По условию задачи $\alpha = 90°$, следовательно, $\sin\alpha = 1$ и траекторией движения является окружность, так как $\vec{F}_Л \perp \vec{v}$. Движение по окружности будет происходить лишь в том случае, если, согласно второму закону Ньютона,

$$QvB = \frac{mv^2}{R} \quad (1),$$

где $\frac{mv^2}{R}$ — центростремительная сила.

Из формулы (1) следует, что $v = \frac{QBR}{m}$. Учитывая, что $m = \frac{M}{N_A}$, получим $v = \frac{QBRN_A}{M}$.

Вычисления: $v = \frac{3{,}2 \cdot 10^{-19}\ Кл \cdot 0{,}5\ Тл \cdot 0{,}3\ м \cdot 6{,}02 \cdot 10^{23}\ моль^{-1}}{4 \cdot 10^{-3}\ кг/моль} = 7{,}2 \cdot 10^6$ м/с.

Ответ: $v = 7{,}2 \cdot 10^6$ м/с.

Глава 13

ЭЛЕКТРОМАГНИТНАЯ ИНДУКЦИЯ

Электромагнитная индукция

1. Катушка из N витков площадью витка $S = 20$ м^2 расположена в однородном магнитном поле индукцией $B = 0{,}25$ Тл перпендикулярно вектору $\vec{B}$. За время $\Delta t = 0{,}01$ с магнитный поток сквозь катушку убыл до нуля $\Phi_2 = 0$, при этом возникла ЭДС индукции $\mathscr{E}_{\text{инд}} = 0{,}2$ В. Сколько витков N содержит катушка?

Дано	*Решение*
$S = 20$ см$^2 = 2 \cdot 10^{-3}$ м^2 $B = 0{,}25$ Тл $\alpha = 0$ $\Delta t = 0{,}01$ с $\Phi_2 = 0$ $\mathscr{E}_{\text{инд}} = 0{,}2$ В	Согласно закону электромагнитной индукции, $\mathscr{E}_{\text{инд}} = \left\lvert -\dfrac{\Delta\Phi}{\Delta t} \right\rvert$ **(1)**. Начальный магнитный поток через катушку равен $\Phi_1 = NBS\cos\alpha$; так как $\cos\alpha = 1$, то $\Phi_1 = NBS$. Изменение магнитного потока, пронизывающего катушку, $\Delta\Phi = \Phi_2 - \Phi_1 = 0 - NBS = -NBS$ **(2)**.
N — ?	

Подставив формулу (2) в формулу (1), получим $\mathscr{E}_{\text{инд}} = \left| -\dfrac{NBS}{\Delta t} \right| = \dfrac{NBS}{\Delta t}$, откуда

$$N = \frac{\mathscr{E}_{\text{инд}}\Delta t}{BS}.$$

Вычисления: $N = \dfrac{0{,}2\ \text{В} \cdot 0{,}01\ \text{с}}{0{,}25\ \text{Тл} \cdot 2 \cdot 10^{-3}\ \text{м}^2} = 4.$

Ответ: $N = 4$.

2. Контур из медной проволоки площадью поперечного сечения $S = 1$ мм^2 в виде квадрата со стороной $a = 5$ см расположен перпендикулярно линиям однородного магнитного поля индукцией $B = 0{,}5$ Тл. Определите, какой заряд Q пройдет через поперечное сечение проводника при исчезновении поля.

Дано	*Решение*
$\rho_{\text{Cu}} = 1{,}7 \cdot 10^{-8}$ Ом · м $S = 1$ мм$^2 = 1 \cdot 10^{-6}$ м^2 $a = 5$ см $= 5 \cdot 10^{-2}$ м $B = 0{,}5$ Тл $\alpha = 0$	При исчезновении поля индукция будет изменяться от B до $B_1 = 0$, следовательно, магнитный поток, пронизывающий контур, $\Phi = BS\cos\alpha$ тоже будет изменяться в течение промежутка времени Δt от $\Phi = BS\cos\alpha$ до нуля. В контуре возникает ЭДС индукции: $\mathscr{E}_{\text{инд}} = \left\lvert -\dfrac{\Delta\Phi}{\Delta t} \right\rvert$.
Q — ?	

Учитывая, что $\cos\alpha = 1$, получим $\mathscr{E}_{\text{инд}} = \dfrac{BS}{\Delta t}$, где $S = a^2$ — площадь контура, т.е. квадрата.

По контуру потечет индукционный ток

$$I = \frac{\mathscr{E}_{\text{инд}}}{R};\ I = \frac{Ba^2}{R\Delta t}.$$

Сопротивление контура $R = \rho\dfrac{l}{S}$, где $l = 4a$ (периметр квадрата). Тогда

$$I = \frac{Ba^2S}{\Delta t\rho 4a} = \frac{BaS}{4\rho\Delta t}.$$

Через поперечное сечение проводника пройдет заряд $Q = I\Delta t$, или

$$Q = \frac{BaS\Delta t}{4\rho\Delta t} = \frac{BaS}{4\rho}.$$

Вычисления: $Q = \dfrac{0{,}5\ \text{Тл}\cdot 5\cdot 10^{-2}\ \text{м}\cdot 1\cdot 10^{-6}\ \text{м}^2}{4\cdot 1{,}7\cdot 10^{-8}\ \text{Ом}\cdot\text{м}} = 3{,}7\cdot 10^{-4}$ Кл.

Ответ: $Q = 3{,}7\cdot 10^{-4}$ Кл.

3. Медный проволочный виток радиусом $r = 10$ см и площадью поперечного сечения $S = 0{,}8$ мм^2 помещен в магнитное поле, индукция которого меняется от $B_1 = 10$ мТл до $B_2 = 20$ мТл за время $t_1 = 0{,}2$ с до $t_2 = 0{,}8$ с (рис. 13.1). Определите силу тока I в этом витке, если он расположен перпендикулярно линиям индукции.

Дано

$r = 10$ см $= 0{,}1$ м

$S = 0{,}8$ мм$^2 = 8\cdot 10^{-7}$ м^2

$B_1 = 10$ мТл $= 1\cdot 10^{-2}$ Тл

$t_1 = 0{,}2$ с

$B_2 = 20$ мТл $= 2\cdot 10^{-2}$ Тл

$t_2 = 0{,}8$ с

$\rho_{\text{Cu}} = 1{,}7\cdot 10^{-8}$ Ом · м

I — ?

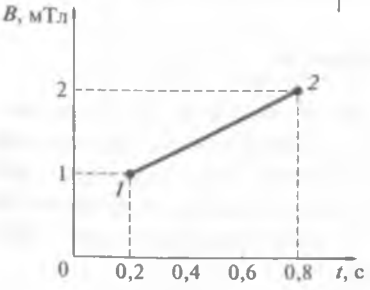


Рис. 13.1

Решение

В витке будет возникать ЭДС индукции:

$$\mathscr{E}_{\text{инд}} = -\frac{\Delta\Phi}{\Delta t},\ \text{или}\ |\mathscr{E}| = \frac{\Phi_2 - \Phi_1}{t_2 - t_1},$$

где Φ_1, Φ_2 — магнитные потоки, пронизывающие виток соответственно в моменты времени t_1 и t_2.

Магнитные потоки определяем по формулам

$$\Phi_2 = B_2S\cos\alpha;\ \Phi_1 = B_1S\cos\alpha.$$

По условию $\alpha = 0 \Rightarrow \cos\alpha = 1$, поэтому $\Delta\Phi = \Phi_2 - \Phi_1 = (B_2 - B_1)S$; S — площадь витка ($S = \pi r^2$). Таким образом, за время $\Delta t = t_2 - t_1$ магнитный поток изменился на $\Delta\Phi = (B_2 - B_1)\pi r^2$, следовательно:

$$\mathscr{E} = \frac{(B_2 - B_1)\pi r^2}{t_2 - t_1}\ \ \textbf{(1)}.$$

Сила тока в витке определим по закону Ома:

$$I = \frac{\mathscr{E}}{R}\ \ \textbf{(2)},$$

где R — сопротивление витка; $R = \rho\frac{l}{S}$ (l — длина витка, т.е. длина окружности $l = 2\pi r$), тогда $R = \rho\frac{2\pi r}{S}$ (3).

Подставив формулы (1) и (3) в формулу (2), получим $I = \frac{(B_2 - B_1)\pi r^2 S}{(t_2 - t_1)\rho \cdot 2\pi r}$, или

$$I = \frac{(B_2 - B_1)rS}{(t_2 - t_1)2\rho}.$$

Вычисления: $I = \frac{(2 \cdot 10^{-2}\text{ Тл} - 1 \cdot 10^{-2}\text{ Тл}) \cdot 0{,}1\text{ м} \cdot 8 \cdot 10^{-7}\text{ м}^2}{(0{,}8\text{ с} - 0{,}2\text{ с}) \cdot 2 \cdot 1{,}7 \cdot 10^{-8}\text{ Ом} \cdot \text{м}} = 4 \cdot 10^{-2}$ А.

Ответ: $I = 4 \cdot 10^{-2}$ А.

4. Прямолинейный проводник длиной $l = 0{,}5$ м движется в однородном магнитном поле индукцией $B = 5 \cdot 10^{-2}$ Тл под углом $\alpha = 30°$ к вектору магнитной индукции со скоростью $v = 10$ м/с. Определите ЭДС индукции $\mathcal{E}_{\text{инд}}$, возникающую в нем.

Дано	***Решение***
$l = 0{,}5$ м $B = 5 \cdot 10^{-2}$ Тл $\alpha = 30°$ $v = 10$ м/с	В проводнике длиной l, движущемся в магнитном поле индукцией B, возникает ЭДС индукции, потому что вместе с проводником движутся и составляющие его ионы и свободные электроны. На заряженные частицы действует сила Лоренца $F_{\text{Л}} = QvB\sin\alpha$, под действием которой происходит смещение электронов вдоль проводника длиной l и совершается работа $A = F_{\text{Л}}l = QvBl\sin\alpha$.
$\mathcal{E}_{\text{инд}}$ — ?	

По определению, $\mathcal{E} = \frac{A}{Q}$, таким образом, ЭДС индукции, возникающая в проводнике длиной l, движущемся со скоростью v в магнитном поле с индукцией B, определяется по формуле: $\mathcal{E}_{\text{инд}} = Blv\sin\alpha$, где α — угол между векторами $\vec{v}$ и $\vec{B}$.

Вычисления: $\mathcal{E}_{\text{инд}} = 5 \cdot 10^{-2}$ Тл $\cdot$ 0,5 м $\cdot$ 10 м/с $\cdot$ 0,5 = $12{,}5 \cdot 10^{-2}$ В = 125 мВ.

Ответ: $\mathcal{E}_{\text{инд}} = 125$ мВ.

5. Длинный соленоид индуктивностью $L = 2$ мГн имеет $N = 1 \cdot 10^3$ витков. Площадь поперечного сечения соленоида $S = 10$ см^2. По обмотке соленоида протекает ток $I = 5$ А. Определите магнитную индукцию поля B внутри соленоида.

Дано	***Решение***
$L = 2$ мГн $= 2 \cdot 10^{-3}$ Гн $N = 1 \cdot 10^3$ $S = 10$ см$^2 = 1 \cdot 10^{-3}$ м^2 $I = 5$ А	Магнитный поток, пронизывающий соленоид, можно определить по формулам: $\Phi = LI$ и $\Phi = NBS$. Приравняв правые части уравнений, получим $B = \frac{LI}{NS}$.
B — ?	

Вычисления: $B = \frac{2 \cdot 10^{-3}\text{ Гн} \cdot 5\text{ А}}{1 \cdot 10^3 \cdot 1 \cdot 10^{-3}\text{ м}^2} = 1 \cdot 10^{-2}$ Тл.

Ответ: $B = 1 \cdot 10^{-2}$ Тл.

6. Определите индуктивность L катушки, если ее длина $l = 50$ см, радиус $r = 2$ см и она содержит число витков $N = 500$.

Дано	*Решение*
$l = 50$ см $= 0{,}5$ м $r = 2$ см $= 2\cdot 10^{-2}$ м $N = 500 = 5\cdot 10^2$ $\mu_0 = 4\pi\cdot 10^{-7}$ Гн/м $\mu = 1$	Индуктивность катушки определяется по формуле: $L = \mu\mu_0 N^2 \dfrac{S}{l}$, где S — площадь сечения катушки ($S = \pi r^2$). Таким образом, $L = \dfrac{\mu\mu_0 N^2 \pi r^2}{l}$.
L — ?	

Вычисления:

$$L = \frac{1\cdot 4\cdot 3{,}14\cdot 10^{-7}\ \text{Гн/м}\cdot 25\cdot 10^{4}\cdot 3{,}14\cdot 4\cdot 10^{-4}\ \text{м}^2}{0{,}5\ \text{м}} = 7{,}9\cdot 10^{-4}\ \text{Гн}.$$

Ответ: $L = 7{,}9\cdot 10^{-4}$ Гн.

Самоиндукция

1 При равномерном изменении силы тока от $I_1 = 2$ А до $I_2 = 10$ А за время $\Delta t = 0{,}2$ с в катушке возникает ЭДС самоиндукции $\mathscr{E}_s = 4$ В. Определите индуктивность L катушки.

Дано	*Решение*
$I_1 = 2$ А $I_2 = 10$ А $\Delta t = 0{,}2$ с $\mathscr{E}_s = 4$ В	Модуль ЭДС самоиндукции определяется по формуле: $\lvert\mathscr{E}_s\rvert = L\dfrac{\Delta I}{\Delta t}$, где $\Delta I = I_2 - I_1$. Таким образом, $L = \dfrac{\lvert\mathscr{E}_s\rvert \Delta t}{I_2 - I_1}$.
L — ?	

Вычисления: $L = \dfrac{4\ \text{В}\cdot 0{,}2\ \text{с}}{10\ \text{А} - 2\ \text{А}} = 0{,}1$ Гн.

Ответ: $L = 0{,}1$ Гн.

2. Катушку индуктивностью $L = 0{,}3$ Гн присоединяют к источнику тока $\mathscr{E}_1 = 10$ В. Определите, через какой промежуток времени Δt сила тока в катушке будет $I = 5$ А. Сопротивлением катушки и внутренним сопротивлением источника тока пренебречь.

Дано	*Решение*
$L = 0{,}3$ Гн $\mathscr{E}_1 = 10$ В $I = 5$ А $R = r \to 0$	Согласно закону Ома для замкнутой цепи: $I = \dfrac{\mathscr{E}}{r + R}$, или $\mathscr{E} = I(r + R)$ **(1)**, где $\mathscr{E}$ — полная ЭДС цепи, равная сумме ЭДС источника тока $\mathscr{E}_1$ и ЭДС самоиндукции $\mathscr{E}_s$, возникающей после замыкания ключа K (рис. 13.2): $\mathscr{E} = \mathscr{E}_1 + \mathscr{E}_s$, где $\mathscr{E}_s = -L\dfrac{\Delta I}{\Delta t}$.
Δt — ?	

Согласно формуле (1) имеем $\mathscr{E}_1 - L\frac{\Delta I}{\Delta t} = I(r + R)$. Так как $R = r \to 0$, то $\mathscr{E}_1 = L\frac{\Delta I}{\Delta t}$, учитывая, что $\Delta I = I - 0 = I$, найдем $\Delta t = \frac{LI}{\mathscr{E}_1}$.

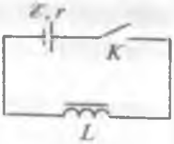


Рис. 13.2

Вычисления: $\Delta t = \frac{0{,}3\ \text{Гн} \cdot 5\ \text{А}}{10\ \text{В}} = 0{,}15$ с.

Ответ: $\Delta t = 0{,}15$ с.

Энергия магнитного поля

1 По обмотке соленоида без сердечника, содержащего $N = 1\,000$ витков, протекает ток силой $I = 2$ А. Поперечное сечение соленоида пронизывает магнитный поток $\Phi_1 = 100$ мкВб. Определите энергию магнитного поля $W_м$ в соленоиде.

Дано	*Решение*
$N = 1\,000 = 10^3$ $I = 2$ А $\Phi_1 = 100$ мкВб $= 1 \cdot 10^{-4}$ Вб	Магнитное поле внутри соленоида однородно, и его энергия равна $W_м = \frac{LI^2}{2}$ **(1)**. Магнитный поток, пронизывающий соленоид: $\Phi = N\Phi_1$ или $\Phi = LI$, откуда $LI = N\Phi_1$, или $L = \frac{N\Phi_1}{I}$ **(2)**.
$W_м$ — ?	

Подставив формулу (2) в формулу (1), получим

$$W_м = \frac{N\Phi_1 I}{2}.$$

Вычисления: $W_м = \frac{10^3 \cdot 1 \cdot 10^{-4}\ \text{Вб} \cdot 2\ \text{А}}{2} = 0{,}1$ Дж.

Ответ: $W_м = 0{,}1$ Дж.

2 Соленоид без сердечника с однослойной обмоткой из проволоки диаметром $d = 0{,}5$ мм имеет длину $l = 0{,}6$ м и площадь поперечного сечения $S = 0{,}006$ м^2. Определите силу тока, текущего по обмотке при напряжении $U = 10$ В, если за $t = 0{,}001$ с в обмотке выделяется количество теплоты Q, равное энергии магнитного поля $W_м$ внутри соленоида. Поле считать однородным.

Дано	*Решение*
$d = 0{,}5$ мм $= 5 \cdot 10^{-4}$ м $l = 0{,}6$ м $S = 0{,}006$ м^2 $U = 10$ В $t = 0{,}001$ с $\mu = 1$ $\mu_0 = 12{,}6 \cdot 10^{-7}$ Гн/м	При прохождении тока I при напряжении U в обмотке за время t выделится теплота $Q = IUt$ **(1)**. Энергия поля внутри соленоида $W_м = \frac{LI^2}{2}$ **(2)**; $L = \frac{\mu\mu_0 N^2 S}{l}$, где S — сечение соленоида; l — его
I — ?	длина ($l = Nd$); N — число витков; d — диаметр про-

волоки. Если витки плотно прилегают друг к другу, то $l = Nd$. Подставив в формулу (2) выражение для L и приравняв по условию правые части (1) и (2), получим $IUt = \frac{\mu\mu_0 I^2 Sl}{2d^2}$, откуда $I = \frac{2Utd^2}{\mu\mu_0 Sl}$.

Вычисления: $I = \frac{2 \cdot 10\ \text{В} \cdot 0{,}001\ \text{с} \cdot 25 \cdot 10^{-8}\ \text{м}^2}{1 \cdot 12{,}6 \cdot 10^{-7}\ \text{Гн/м} \cdot 0{,}006\ \text{м}^2 \cdot 0{,}6\ \text{м}} = 1{,}1\ \text{А}.$

Ответ: $I = 1{,}1$ А.

3. Определите объемную плотность энергии ω длинного соленоида без сердечника, по которому протекает ток силой $I = 2$ А, если на единицу длины соленоида приходится $n = 10^3\ \text{м}^{-1}$ витков.

Дано	***Решение***
$I = 2$ А $n = 10^3\ \text{м}^{-1}$ $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ Гн/м $\mu = 1$	Объемная плотность энергии — это энергия, сосредоточенная в единице объема магнитного поля внутри соленоида: $\omega = \frac{W_\text{м}}{V}$ **(1)**; $W_\text{м} = \frac{LI^2}{2}$ **(2)**, где L — индуктивность соленоида ($L = \mu\mu_0 n^2 lS$); V — объем магнитного поля соленоида ($V = lS$), здесь l — длина соленоида; S — площадь поперечного сечения.
ω — ?	

Подставив в формулу (1) выражения для L, V и формулу (2), получим

$$\omega = \frac{\mu\mu_0 n^2 I^2}{2}.$$

Вычисления: $\omega = \frac{1 \cdot 4\pi \cdot 10^{-7}\ \text{Гн/м} \cdot 10^6\ \text{м}^{-2} \cdot 4\ \text{А}^2}{2} = 2{,}5\ \text{Дж/м}^3.$

Ответ: $\omega = 2{,}5$ Дж/м^3.

РАЗДЕЛ IV КОЛЕБАНИЯ И ВОЛНЫ

Глава 14

МЕХАНИЧЕСКИЕ КОЛЕБАНИЯ

Гармонические колебания

1. Гармонические колебания величины x описываются уравнением $x = 0{,}2\sin 2\pi t$ [м]. Определите: амплитуду A колебаний; циклическую частоту ω_0; частоту колебаний ν; период колебаний T; x_t в момент времени $t = \frac{T}{2}$.

Дано	*Решение*
$x = 0{,}2\sin 2\pi t$ [м]	Сравнив уравнение гармонических колебаний $x = A\sin(\omega_0 t + \varphi_0)$ с данным в задаче, находим $A = 0{,}2$ м; $\omega_0 = 2\pi$ с$^{-1}$; $\nu = \frac{\omega_0}{2\pi}$, откуда $\nu = 1$ Гц; $T = \frac{1}{\nu}$, откуда $T = 1$ с.
A, ω_0, ν, T, x_t — ?	

Подставив значение $t = \frac{T}{2}$ в уравнение, данное в условии задачи, определяем x_t:

$$x_t = 0{,}2\sin\frac{2\pi}{2} = 0{,}2\sin\pi = 0 \text{ м}.$$

Ответ: $A = 0{,}2$ м; $\omega_0 = 2\pi$ с$^{-1}$; $\nu = 1$ Гц; $T = 1$ с; $x_t = 0$ м.

2. Напишите уравнение гармонических колебаний, если амплитуда колебаний $A = 2$ см, начальная фаза колебаний $\varphi_0 = 30°$ и за $t = 10$ с совершается $n = 20$ полных колебаний.

Дано	*Решение*
$A = 2$ см $= 2 \cdot 10^{-2}$ м $= 0{,}02$ м; $\varphi_0 = 30° = \frac{\pi}{6}$ рад; $t = 10$ с; $n = 20$	Уравнение гармонических колебаний имеет вид $x = A\sin(\omega_0 t + \varphi_0)$. Период колебаний T — время, в течение которого совершается одно колебание: $T = \frac{t}{n}$. Зная T, определяем циклическую частоту: $\omega_0 = \frac{2\pi}{T}$, или $\omega_0 = \frac{2\pi n}{t} = \frac{2\pi \cdot 20}{10\,\text{с}} = 4\pi$.
$x(t)$ — ?	

Уравнение данных гармонических колебаний будет иметь вид:

$$x = 0{,}02\sin\left(4\pi t + \frac{\pi}{6}\right)\,[\text{м}].$$

Ответ: $x = 0{,}02\sin\left(4\pi t + \frac{\pi}{6}\right)$ [м].

3. Материальная точка совершает гармонические колебания с амплитудой $A = 5$ см и частотой $\nu = 2$ Гц. Напишите уравнение гармонических колебаний, если материальная точка начинает свое движение из положения $x_0 = 5$ см при $t_0 = 0$.

Дано	***Решение***
$A = 5$ см $= 0{,}05$ м $\nu = 2$ Гц $= 2$ с$^{-1}$ $x_0 = 5$ см $= 0{,}05$ м $t_0 = 0$	Уравнение гармонических колебаний имеет вид $x = A\sin(\omega_0 t + \varphi_0)$. Циклическая частота $\omega_0 = 2\pi\nu$; $\omega_0 = 2\pi\cdot 2$ Гц $= 4\pi$ с$^{-1}$. По условию задачи при $t_0 = 0$ $x = x_0$, из уравнения $x = A\sin(\omega t + \varphi_0)$ следует $x_0 = A\sin\varphi_0$, откуда $\sin\varphi_0 = \frac{x_0}{A} = \frac{0{,}05\,\text{м}}{0{,}05\,\text{м}} = 1$, следовательно, $\varphi_0 = \frac{\pi}{2}$.
$x(t)$ — ?	

Уравнение данных гармонических колебаний будет иметь вид:

$$x = 0{,}05\sin\left(4\pi t + \frac{\pi}{2}\right)\,[\text{м}].$$

Ответ: $x = 0{,}05\sin\left(4\pi t + \frac{\pi}{2}\right)$ [м].

4. Материальная точка массой $m = 10$ г совершает гармонические колебания по закону $x = 2\sin\left(\pi t + \frac{\pi}{6}\right)$ [м]. Определите: частоту колебаний ν; начальное положение x_0 точки в момент времени $t_0 = 0$; максимальную скорость $v_{\max}$ точки; максимальную силу $F_{\max}$, действующую на колеблющуюся точку.

Дано	***Решение***
$m = 10$ г $= 1\cdot 10^{-2}$ кг $x = 2\sin\left(\pi t + \frac{\pi}{6}\right)$ [м] $t_0 = 0$	Сопоставив уравнения гармонических колебаний $x = A\sin(\omega_0 t + \varphi_0)$ и $x = 2\sin\left(\pi t + \frac{\pi}{6}\right)$ [м], определяем, что $\omega_0 = \pi$ с$^{-1}$, но $\omega_0 = 2\pi\nu \Rightarrow \nu = \frac{\omega_0}{2\pi} = \frac{\pi}{2\pi} = 0{,}5$ Гц.
ν, x_0, $v_{\max}$, $F_{\max}$ — ?	

Подставив в уравнение $x = 2\sin\left(\pi t + \frac{\pi}{6}\right)$ [м], $t = t_0 = 0$, определяем x_0: $x_0 = 2\sin\frac{\pi}{6}$ [м]; $x_0 = 1$ м, так как $\sin\frac{\pi}{6} = \frac{1}{2}$.

Максимальная скорость $v_{\max} = A\omega_0 = 2\pi = 2\cdot 3{,}14 = 6{,}28$ м/с.

По второму закону Ньютона: $F = ma$. Сила будет максимальна при максимальном ускорении: $a = -\omega_0^2 A = 2\pi^2 = 2\cdot(3{,}14)^2 = 19{,}7$ м/с^2.

Тогда $F_{\max} = ma_{\max} = 1\cdot 10^{-2}$ кг $\cdot$ 19,7 м/с^2 $\approx 0{,}2$ Н.

Ответ: $\nu = 0{,}5$ Гц; $x_0 = 1$ м; $v_{\max} = 6{,}28$ м/с; $F_{\max} \approx 0{,}2$ Н.

3. На рис. 14.1 изображен график зависимости координаты колеблющегося тела от времени $x(t)$. Определите максимальный импульс $p_{\max}$ и максимальную силу $F_{\max}$, действующую на тело, если его масса $m = 0{,}2$ кг.

Дано	*Решение*
$m = 0{,}2$ кг	
$p_{\max}$ — ? $F_{\max}$ — ?	

Согласно графику, тело совершает гармонические колебания, координата тела изменяется по закону $x = A \sin \omega_0 t$, начальная фаза $\varphi_0 = 0$. По графику определяем $A = 0{,}2$ м; $T = 2$ с. Циклическая частота $\omega_0 = \dfrac{2\pi}{T}$. Максимальный импульс $p_{\max} = mv_{\max}$. Максимальная скорость $v_{\max} = A\omega_0$, или $v_{\max} = \dfrac{2\pi A}{T}$.

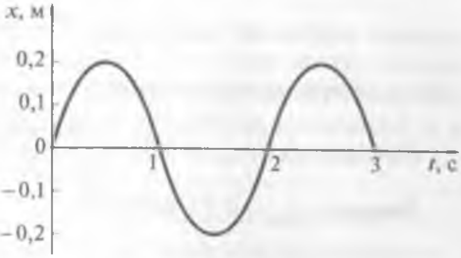


Рис. 14.1

Тогда $p_{\max} = \dfrac{2\pi A m}{T}$. Максимальная сила $F_{\max} = ma_{\max}$.

Максимальное ускорение $a_{\max} = A\omega_0^2$; тогда $F_{\max} = A\omega_0^2 m = \dfrac{4A\pi^2 m}{T^2}$.

Вычисления:

$$p_{\max} = \frac{2 \cdot 3{,}14 \cdot 0{,}2\,\text{м} \cdot 0{,}2\,\text{кг}}{2\,\text{с}} \approx 0{,}1\ (\text{кг} \cdot \text{м})/\text{с}; \quad F_{\max} = \frac{4 \cdot 0{,}2\,\text{м} \cdot (3{,}14)^2 \cdot 0{,}2\,\text{кг}}{(2\,\text{с})^2} \approx 0{,}4\ \text{Н}.$$

Ответ: $p_{\max} = 0{,}1$ (кг · м)/с; $F_{\max} = 0{,}4$ Н.

Линейные механические колебательные системы

1. Период колебаний математического маятника на Луне $T_Л = 10$ с. Определите период колебаний T этого маятника на Земле. Ускорение свободного падения на Луне $g_Л = 1{,}6$ м/с^2.

Дано	*Решение*
$T_Л = 10$ с $g_Л = 1{,}6$ м/с^2 $g = 9{,}8$ м/с^2	
T — ?	

Периоды колебания математического маятника на Луне $T_Л$ и Земле T: $T_Л = 2\pi\sqrt{\dfrac{l}{g_Л}}$ **(1)**; $T = 2\pi\sqrt{\dfrac{l}{g}}$ **(2)**. Разделив уравнение (2) на уравнение (1), получим

$$\frac{T}{T_Л} = \sqrt{\frac{g_Л}{g}}, \text{ откуда } T = T_Л\sqrt{\frac{g_Л}{g}}.$$

Вычисления: $T = 10\ \text{с}\sqrt{\dfrac{1{,}6\ \text{м/с}^2}{9{,}8\ \text{м/с}^2}} = 4$ с.

Ответ: $T = 4$ с.

2 Математический маятник, длина нити которого $l = 0{,}5$ м, совершает гармонические колебания с амплитудой $A = 5$ см. Определите максимальную скорость v_{max} колеблющейся материальной точки.

Дано	Решение
$l = 0{,}5$ м $A = 5$ см $= 0{,}05$ м v_{max} — ?	Математический маятник совершает гармонические колебания по уравнению $x = A\sin(\omega_0 t + \varphi_0)$, где ω_0 — собственная циклическая частота, $\omega_0 = \frac{2\pi}{T}$; T — период колебаний маятника, $T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$, следовательно, $\omega_0 = \sqrt{\frac{g}{l}}$. Максимальная скорость материальной точки $v_{max} = A\omega_0 = A\sqrt{\frac{g}{l}}$.

Вычисления: $v_{max} = 0{,}05\text{ м}\sqrt{\frac{9{,}8\text{ м/с}^2}{0{,}5\text{ м}}} = 0{,}22$ м/с.

Ответ: $v_{max} = 0{,}22$ м/с.

3 Математический маятник представляет собой шарик $m = 20$ г, подвешенный на легкой шелковой нити длиной $l = 20$ см. Шарик имеет положительный заряд $Q = 2 \cdot 10^{-5}$ Кл и находится в однородном электрическом поле $E = 2 \cdot 10^2$ В/м. Определите период малых колебаний шарика в двух случаях: 1) напряженность $\vec{E}$ направлена вертикально вниз (рис. 14.2, *а*); 2) напряженность $\vec{E}$ направлена вертикально вверх (рис. 14.2, *б*).

Дано	Решение
$m = 20$ г $l = 20$ см $= 0{,}2$ м $Q = 2 \cdot 10^{-5}$ Кл $E = 2 \cdot 10^2$ В/м $g = 9{,}8$ м/с^2 1) T_1 — ? 2) T_2 — ?	1) В любой момент времени на шарик будут действовать силы $m\vec{g}$ и $\vec{F}_{эл}$, направленные вертикально вниз. Электрическая сила (сила Кулона) $\vec{F}_{эл} = Q\vec{E}$ сообщает шарику ускорение $\vec{a} = \frac{\vec{F}_{эл}}{m}$. Оно направлено, как $\vec{g}$, вертикально вниз. По второму закону Ньютона: $QE = ma$, поэтому $a = \frac{QE}{m}$.

Период колебаний

$$T_1 = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g + a}} = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g + \frac{QE}{m}}}.$$

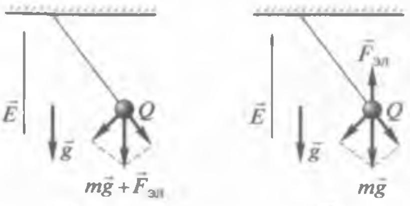


Рис. 14.2

2) Электрическое поле, действуя на заряд Q, в этом случае сообщает ему ускорение $a = \frac{QE}{m}$, направленное противоположно $\vec{g}$, т.е. вверх.

Период колебаний

$$T_2 = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g - a}} = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g - \frac{QE}{m}}}.$$

Вычисления: 1) $T_1 = 2\cdot 3{,}14\sqrt{\dfrac{0{,}2\ \text{м}}{9{,}8\ \text{м/с}^2 + \dfrac{2\cdot10^{-5}\ \text{Кл}\cdot 2\cdot 10^2\ \text{В/м}}{2\cdot10^{-2}\ \text{кг}}}} = 0{,}89$ с;

$$2)\ \ T_2 = 2\cdot 3{,}14\sqrt{\dfrac{0{,}2\ \text{м}}{9{,}8\ \text{м/с}^2 - \dfrac{2\cdot10^{-5}\ \text{Кл}\cdot 2\cdot 10^2\ \text{В/м}}{2\cdot10^{-2}\ \text{кг}}}} = 0{,}91\ \text{с}.$$

Ответ: 1) $T_1 = 0{,}89$ с; 2) $T_2 = 0{,}91$ с.

Под действием груза пружина растянулась на $\Delta x = 2$ см. Определите период колебаний T этого пружинного маятника. Напишите уравнение свободных гармонических колебаний маятника, если амплитуда колебаний $A = 5$ см, начальная фаза $\varphi_0 = 0$.

Дано	***Решение***
$\Delta x = 2$ см $= 2\cdot10^{-2}$ м $A = 5$ см $= 0{,}05$ м $\varphi_0 = 0$	
T — ? $x(t)$ — ?	

На пружину в состоянии равновесия действуют:

- сила тяжести $\vec{F} = m\vec{g}$, направленная вниз;
- сила упругости $\vec{F}_{\text{упр}} = -k\Delta x$, направленная вверх.

В состоянии равновесия модули этих сил равны $k\Delta x = mg$ (**1**). Из уравнения (1) определяем жесткость пружины: $k = \dfrac{mg}{\Delta x}$ (**2**). Период колебаний пружинного маятника $T = 2\pi\sqrt{\dfrac{m}{k}}$ (**3**). Подставив формулу (2) в уравнение (3), получим $T = 2\pi\sqrt{\dfrac{\Delta x}{g}}$ (**4**). Учитывая, что $T = \dfrac{2\pi}{\omega_0}$, имеем $\omega_0 = \sqrt{\dfrac{g}{\Delta x}}$ (**5**). Запишем уравнение свободных гармонических колебаний пружинного маятника $x = A\sin(\omega_0 t + \varphi_0)$, так как $\varphi_0 = 0 \Rightarrow x = A\sin\omega_0 t$ (**6**).

Вычисления: $T = 2\cdot 3{,}14\sqrt{\dfrac{2\cdot10^{-2}\ \text{м}}{9{,}8\ \text{м/с}^2}} = 0{,}28$ с; $\omega_0 = \sqrt{\dfrac{9{,}8\ \text{м/с}^2}{2\cdot10^{-2}\ \text{м}}} = 22{,}1\ \text{с}^{-1}$.

Подставив в формулу (6) полученные данные, имеем уравнение свободных колебаний груза $x = 0{,}05\sin 22{,}1t$ [м].

Ответ: $T = 0{,}28$ с; $x = 0{,}05\sin 22{,}1t$ [м].

Определите период T колебаний пружинного маятника, состоящего из двух одинаковых параллельно соединенных пружин, если жесткость каждой пружины $k_1 = k_2 = 100$ Н/м. Масса колеблющегося груза $m = 0{,}5$ кг.

Дано	***Решение***
$k_1 = k_2 = 100$ Н/м $m = 0{,}5$ кг	
T — ?	

Период колебаний пружинного маятника $T = 2\pi\sqrt{\dfrac{m}{k}}$, где k — жесткость пружины. Жесткость равна отношению силы F, вызывающей упругую деформацию Δx, к величине этой деформации $k = \dfrac{F}{\Delta x}$.

При параллельном соединении двух пружин на каждую из них действует сила $\frac{F}{2}$, поэтому для деформации каждой пружины на Δx необходима сила $F_1 = 2F$.

Жесткость при параллельном соединении двух пружин: $k_1 = \frac{F_1}{\Delta x} = \frac{2F}{\Delta x} = 2k$, $k_1 = 2k$.

Период колебаний маятника $T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{2k}}$.

Вычисления: $T = 2 \cdot 3{,}14\sqrt{\frac{0{,}5\text{ кг}}{2 \cdot 100\text{ Н/м}}} = 0{,}3$ с.

Ответ: $T = 0{,}3$ с.

Определите период колебаний пружинного маятника, состоящего из двух одинаковых последовательно соединенных пружин, если жесткость каждой пружины $k = 100$ Н/м. Масса колеблющегося груза $m = 0{,}5$ кг.

Дано	***Решение***
$k = 100$ Н/м $m = 0{,}5$ кг	Период колебаний пружинного маятника $T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$, где k — жесткость пружины; $k = \frac{F}{\Delta x}$.
T — ?	

При соединении двух одинаковых пружин последовательно сила F вызывает деформацию в каждой пружине Δx, поэтому деформация последовательно соединенных пружин будет $\Delta x_1 = 2\Delta x$.

Жесткость двух последовательно соединенных пружин $k_1 = \frac{F}{\Delta x_1} = \frac{F}{2\Delta x} = \frac{k}{2}$.
Период колебаний маятника

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{2m}{k}}.$$

Вычисления: $T = 2 \cdot 3{,}14\sqrt{\frac{2 \cdot 0{,}5\text{ кг}}{100\text{ Н/м}}} = 0{,}6$ с.

Ответ: $T = 0{,}6$ с.

Шарик массой $m = 2$ кг присоединен к двум пружинам так, как изображено на рис. 14.3. Жесткость одной пружины k_1 в три раза больше жесткости другой пружины $k = 50$ Н/м. Определите период T колебаний шарика.

Дано	***Решение***
$m = 2$ кг $k = 50$ Н/м $k_1 = 3k = 150$ Н/м	Считаем, что колебания шарика — гармонические, т.е. $x = A\sin(\omega_0 t + \varphi_0)$ (**1**), которые происходят под действием силы, определяемой по второму закону Ньютона: $ma = -kx - 3kx = -4kx$ (**2**), откуда следует,
T — ?	

что $a = -\frac{4kx}{m}$ (**3**). Определим из уравнения гармонических колебаний (1) $a = -\omega_0^2 x$ (**4**). Приравняв правые части формул (4) и (3), получим $-\omega_0^2 x = -\frac{4kx}{m}$, или $\omega_0^2 = \frac{4k}{m} \Rightarrow \omega_0 = 2\sqrt{\frac{k}{m}}$. Период колебаний T и собственная циклическая частота ω_0 связаны между собой зависимостью

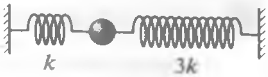


Рис. 14.3

$$T = \frac{2\pi}{\omega_0}, \text{ или } T = \pi\sqrt{\frac{m}{k}}.$$

Вычисления: $T = 3{,}14\sqrt{\frac{2\ \text{кг}}{50\ \text{Н/м}}} = 0{,}6$ с.

Ответ: $T = 0{,}6$ с.

Превращение энергии при колебательном движении

1 Математический маятник, длина нити которого $l = 1$ м, совершает гармонические колебания с амплитудой $A = 10$ см. На конце нити укреплен свинцовый шарик $m = 40$ г. Определите: максимальную скорость $v_{\max}$, максимальные кинетическую $E_{\text{к max}}$ и потенциальную $E_{\text{п max}}$ энергии шарика.

Дано	*Решение*
$l = 1$ м $A = 10$ см $= 0{,}1$ м $m = 40$ г $= 4 \cdot 10^{-2}$ кг $v_{\max}$, $E_{\text{к max}}$, $E_{\text{п max}}$ — ?	Уравнение гармонических колебаний математического маятника $x = A\sin(\omega_0 t + \varphi_0)$. Период колебаний маятника $T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$, собственная циклическая частота $\omega_0 = \frac{2\pi}{T} = \sqrt{\frac{g}{l}}$ **(1)**. Мгновенная скорость шарика

$v = A\omega_0\cos(\omega_0 t + \varphi_0)$ будет максимальна при $\cos(\omega_0 t + \varphi_0) = 1$; $v_{\max} = A\omega_0$ **(2)**.

Максимальная скорость будет у шарика в тот момент времени, когда он будет проходить положение равновесия и обладать максимальной кинетической энергией $E_{\text{к max}} = \frac{mv_{\max}^2}{2} = \frac{mA^2\omega_0^2}{2}$ **(3)**. Математический маятник — идеализированная система, поэтому $E_{\text{к max}} = E_{\text{п max}} = E$.

Подставив в формулы (2) и (3) формулу (1), получим:

$$v_{\max} = A\sqrt{\frac{g}{l}};\ E_{\text{к max}} = \frac{mA^2 g}{2l};\ E_{\text{п max}} = E_{\text{к max}}.$$

Вычисления: $v_{\max} = 0{,}1\ \text{м} \cdot \sqrt{\frac{9{,}8\ \text{м/с}^2}{1\ \text{м}}} = 0{,}31$ м/с;

$$E_{\text{к max}} = E_{\text{п max}} = \frac{4 \cdot 10^{-2}\ \text{кг} \cdot (0{,}1\ \text{м})^2 \cdot 9{,}8\ \text{м/с}^2}{2 \cdot 1\ \text{м}} \approx 2 \cdot 10^{-3}\ \text{Дж}.$$

Ответ: $v_{\max} = 0{,}31$ м/с; $E_{\text{к max}} \approx 2 \cdot 10^{-3}$ Дж; $E_{\text{п max}} \approx 2 \cdot 10^{-3}$ Дж.

2. Гармонические колебания груза массой $m = 1$ кг на пружине описываются уравнением $x = 0{,}1\sin\left(10\pi t + \frac{\pi}{2}\right)$ [м]. Определите жесткость пружины k и максимальную потенциальную энергию $E_{\text{п max}}$ колеблющегося груза.

Дано
$m = 1$ кг
$x = 0{,}1\sin\left(10\pi t + \frac{\pi}{2}\right)$ [м]
k — ? $E_{\text{п max}}$ — ?

Решение

Сопоставив уравнение гармонических колебаний $x = A\sin(\omega_0 t + \varphi_0)$ [м] с уравнением, данным в условии задачи $x = 0{,}1\sin\left(10\pi t + \frac{\pi}{2}\right)$ [м], определяем $A = 0{,}1$ м; $\omega_0 = 10\pi$ с$^{-1}$. Период колебаний пружинного маятника $T = \frac{2\pi}{\omega_0}$ (1) или $T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$ (2).

Приравняв правые части выражений (1) и (2), находим жесткость k пружины: $\frac{2\pi}{\omega_0} = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$, откуда $k = \omega_0^2 m$ (3).

Потенциальную энергию определяем по формуле: $E_{\text{п}} = \frac{k(\Delta x)^2}{2}$.

Максимальное значение $E_{\text{п max}}$ будет, когда $\Delta x = A$, следовательно, $E_{\text{п max}} = \frac{kA^2}{2}$, или, учитывая (3), $E_{\text{п max}} = \frac{\omega_0^2 m A^2}{2}$.

Вычисления: $k = (10\pi\ \text{с}^{-1})^2 \cdot 1\ \text{кг} \approx 986$ Н/м;

$$E_{\text{п max}} = \frac{(10\pi\ \text{с}^{-1})^2 \cdot 1\ \text{кг} \cdot (0{,}1\ \text{м})^2}{2} = 4{,}9\ \text{Дж}.$$

Ответ: $k = 986$ Н/м; $E_{\text{п max}} = 4{,}9$ Дж.

Глава 15

УПРУГИЕ ВОЛНЫ

1. Определите длину волны λ, если частота звуковых колебаний вибратора $\nu_1 = 16$ Гц, $\nu_2 = 2 \cdot 10^4$ Гц, скорость распространения волны $v = 340$ м/с (скорость звука в воздухе).

Дано	*Решение*
$\nu_1 = 16$ Гц $\nu_2 = 2 \cdot 10^4$ Гц $v = 340$ м/с	Длина волны λ, скорость ее распространения v и частота ν связаны между собой зависимостью: $\nu = \frac{v}{\lambda}$, откуда $\lambda = \frac{v}{\nu}$.
λ_1, λ_2 — ?	

Вычисления:

$$\lambda_1 = \frac{340 \text{ м/с}}{16 \text{ Гц}} = 21{,}25 \text{ м}; \quad \lambda_2 = \frac{340 \text{ м/с}}{2 \cdot 10^4 \text{ Гц}} = 1{,}7 \cdot 10^{-2} \text{ м}.$$

Ответ: $\lambda_1 = 21{,}25$ м; $\lambda_2 = 1{,}7 \cdot 10^{-2}$ м.

2. Две точки лежат на одной прямой и находятся от вибратора на расстоянии $x_1 = 2$ м и $x_2 = 3{,}5$ м. Определите разность фаз Δφ колебаний этих точек, если длина плоской волны $\lambda = 0{,}5$ м.

Дано	*Решение*
$x_1 = 2$ м $x_2 = 3{,}5$ м $\lambda = 0{,}5$ м	Запишем уравнение колебаний в точках, находящихся на расстоянии x_1 и x_2 от вибратора, т.е. уравнение плоской бегущей волны:
Δφ — ?	

$$S_{x_1} = A \sin 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x_1}{\lambda}\right), \text{ или } S_{x_1} = A \sin\left(\frac{2\pi t}{T} - \frac{2\pi x_1}{\lambda}\right) \quad (1);$$

$$S_{x_2} = A \sin 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x_2}{\lambda}\right), \text{ или } S_{x_2} = A \sin\left(\frac{2\pi t}{T} - \frac{2\pi x_2}{\lambda}\right) \quad (2).$$

Фаза колебания равна аргументу синуса в уравнении волны. Точке с координатой x_1 соответствует фаза $\varphi_1 = \frac{2\pi t}{T} - \frac{2\pi x_1}{\lambda}$; точке с координатой x_2 — фаза $\varphi_2 = \frac{2\pi t}{T} - \frac{2\pi x_2}{\lambda}$.

Разность фаз: $\Delta\varphi = \varphi_1 - \varphi_2 = \frac{2\pi}{\lambda}(x_2 - x_1)$.

Вычисления: $\Delta\varphi = \frac{2\pi}{0{,}5\ \text{м}}(3{,}5\ \text{м} - 2\ \text{м}) = 6\pi$.

Ответ: $\Delta\varphi = 6\pi$, точки колеблются в фазе.

3. Волна распространяется в упругой среде со скоростью $v = 300$ м/с. Определите частоту колебаний ν вибратора, если минимальное расстояние Δx между точками среды, для которых разность фаз колебаний $\Delta\varphi = \frac{\pi}{2}$, составляет 0,75 м.

Дано	***Решение***
$v = 300$ м/с $\Delta x = 0{,}75$ м $\Delta\varphi = \frac{\pi}{2}$	Частота колебаний определяется по формуле $\nu = \frac{v}{\lambda}$ **(1)**. Разность фаз колебаний двух точек: $\Delta\varphi = \frac{2\pi}{\lambda}\Delta x$ **(2) (см. задачу 2).**
ν — ?	

Из соотношения (2) следует $\lambda = \frac{2\pi}{\Delta\varphi}\Delta x$ (3).

Подставив формулу (3) в формулу (1), получим

$$\nu = \frac{v\Delta\varphi}{2\pi\Delta x}.$$

Вычисления: $\nu = \frac{300\ \text{м/с} \cdot \pi}{2\pi \cdot 2 \cdot 0{,}75\ \text{м}} = 100$ Гц.

Ответ: $\nu = 100$ Гц.

Глава 16

ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫЕ КОЛЕБАНИЯ И ВОЛНЫ

Свободные электромагнитные колебания

1. Максимальное значение разности потенциалов на пластинах конденсатора U_{max} = 100 В, емкость конденсатора C = 1 мкФ. Определите период колебаний T в колебательном контуре и максимальное значение силы тока I_{max}, если индуктивность катушки L = 1 Гн.

Дано	*Решение*
U_{max} = 100 В C = 1 мкФ = $1 \cdot 10^{-6}$ Ф L = 1 Гн	
T, I_{max} — ?	

Период незатухающих электромагнитных колебаний в колебательном контуре $T = 2\pi\sqrt{LC}$. Энергия W идеального колебательного контура может быть определена по формулам: $W = \frac{CU_{max}^2}{2}$ или $W = \frac{LI_{max}^2}{2}$, откуда $\frac{CU_{max}^2}{2} = \frac{LI_{max}}{2}$. Из этого равенства определяем $I_{max} = \frac{CU_{max}^2}{L}$.

Вычисления:

$$T = 2 \cdot 3{,}14\sqrt{1\ \text{Гн} \cdot 1 \cdot 10^{-6}\ \text{Ф}} = 6{,}28 \cdot 10^{-3}\ \text{с};\ I_{max} = \frac{1 \cdot 10^{-6}\ \text{Ф} \cdot (100\ \text{В})^2}{1\ \text{Гн}} = 1 \cdot 10^{-2}\ \text{А}.$$

Ответ: $T = 6{,}28 \cdot 10^{-3}$ с; $I_{max} = 1 \cdot 10^{-2}$ А.

2. Сила тока в колебательном контуре изменяется по гармоническому закону: $I = 0{,}1 \cos 200\pi t$ [А]. Максимальная энергия электромагнитного поля колебательного контура W = 0,5 мДж. Определите период колебаний T, частоту колебаний ν, индуктивность L, емкость C конденсатора и максимальное напряжение U_{max}.

Дано	*Решение*
$I = 0{,}1 \cos 200\pi t$ [А] W = 0,5 мДж = $= 5 \cdot 10^{-4}$ Дж	
T, ν, L, C, U_{max} — ?	

Сопоставив гармонический закон изменения тока $I = I_{max}\cos(\omega_0 t + \varphi_0)$ [А] с законом, данным в условии задачи $I = 0{,}1 \cos 200\pi t$ [А], определяем: I_{max} = 0,1 А; $\omega_0 = 200\pi$; $\varphi_0 = 0$. Связь периода колебаний T с циклической частотой ω_0 имеет вид $T = \frac{2\pi}{\omega_0}$. Частоту колебаний ν находим по формуле: $\nu = \frac{1}{T}$. Максимальная энергия W электромагнитного поля $W = \frac{LI_{max}^2}{2} \Rightarrow L = \frac{2W}{I_{max}^2}$.

Период колебаний T определяется по формуле Томсона: $T = 2\pi\sqrt{LC}$, откуда следует, что $C = \frac{T^2}{4\pi^2 L}$.

Максимальная энергия электромагнитного поля $W = \frac{CU^2_{\max}}{2} \Rightarrow U_{\max} = \sqrt{\frac{2W}{C}}$.

Вычисления: $T = \frac{2\pi}{200\pi} = 0{,}01\ \text{с} = 1\cdot10^{-2}\ \text{с}$; $\nu = \frac{1}{1\cdot10^{-2}\ \text{с}} = 100\ \text{Гц}$;

$$L = \frac{2\cdot5\cdot10^{-4}\ \text{Дж}}{(0{,}1\ \text{А})^2} = 1\cdot10^{-1}\ \text{Гн} = 0{,}1\ \text{Гн};\quad C = \frac{1\cdot10^{-4}\ \text{с}^2}{4(3{,}14)^2\cdot0{,}1\ \text{Гн}} = 2{,}53\cdot10^{-5}\ \text{Ф};$$

$$U_{\max} = \sqrt{\frac{2\cdot5\cdot10^{-4}\ \text{Дж}}{2{,}53\cdot10^{-5}\ \text{Ф}}} = 6{,}29\ \text{В}.$$

Ответ: $T = 1\cdot10^{-2}$ с; $\nu = 100$ Гц; $L = 0{,}1$ Гн; $C = 2{,}53\cdot10^{-5}$ Ф; $U_{\max} = 6{,}29$ В.

3. Два конденсатора емкостями $C_1 = 15$ мкФ и $C_2 = 35$ мкФ и катушка индуктивностью $L = 0{,}1$ Гн соединены так, как показано на рис. 16.1. Определите максимальный заряд $Q_{2\max}$ на втором конденсаторе, если максимальная сила тока в катушке $I_{\max} = 0{,}5$ А.

Дано	*Решение*
$C_1 = 15$ мкФ $= 15\cdot10^{-6}$ Ф $C_2 = 35$ мкФ $= 35\cdot10^{-6}$ Ф $L = 0{,}1$ Гн $I_{\max} = 0{,}5$ А	
$Q_{2\max}$ — ?	

Считаем, что соединенные параллельно конденсаторы и катушка индуктивности представляют собой идеальный колебательный контур. Для этого контура выполняется закон сохранения энергии, т.е. максимальная энергия электрического поля $E_{\text{п}\max} = \frac{CU^2}{2}$ равна максимальной энергии магнитного поля $W_{\max} = \frac{LI^2}{2}$; $\frac{LI^2_{\max}}{2} = \frac{CU^2_{\max}}{2}$ (**1**). Учитывая, что $U_{\max} = \frac{Q_{\max}}{C}$ (**2**), выражение (1) примет вид $\frac{LI^2_{\max}}{2} = \frac{Q^2_{\max}}{2C}$, или $LI^2_{\max} = \frac{Q^2_{\max}}{C}$ (**3**), где C — емкость параллельно соединенных конденсаторов: $C = C_1 + C_2$ (**4**) и $Q_{\max} = Q_{1\max} + Q_{2\max}$ (**5**), причем $\frac{C_1}{C_2} = \frac{Q_{1\max}}{Q_{2\max}}$, откуда $Q_{1\max} = \frac{C_1Q_{2\max}}{C_2}$ (**6**).

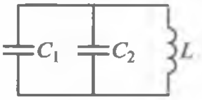


Рис. 16.1

Подставив формулу (6) в формулу (5), получим $Q_{\max} = \frac{C_1Q_{2\max}}{C_2} + Q_{2\max} = Q_{2\max}\left(\frac{C_1 + C_2}{C_2}\right)$ (7).

С учетом (4) и (7) выражение (3) примет вид

$$LI^2_{\max} = \frac{Q^2_{2\max}(C_1 + C_2)^2}{C_2{}^2(C_1 + C_2)}\ \text{или}\ Q^2_{2\max} = I^2_{\max}C_2^2\frac{L}{C_1 + C_2} \Rightarrow Q_{2\max} = I_{\max}C_2\sqrt{\frac{L}{C_1 + C_2}}.$$

Вычисления: $Q_{2\max} = 0{,}5\ \text{А}\cdot35\cdot10^{-6}\ \text{Ф}\sqrt{\frac{0{,}1\ \text{Гн}}{(15 + 35)\cdot10^{-6}\ \text{Ф}}} = 7{,}8\cdot10^{-4}\ \text{Кл}.$

Ответ: $Q_{2\max} = 7{,}8\cdot10^{-4}$ Кл.

4. Колебательный контур представляет собой электрическую цепь (рис. 16.2), состоящую из конденсатора емкостью $C = 30$ мкФ и двух катушек индуктивностями $L_1 = 0{,}1$ Гн и $L_2 = 0{,}4$ Гн. Максимальный заряд на конденсаторе $Q_{\max} = 2$ мКл. Определите максимальное значение силы тока $I_{\max}$ в катушках индуктивности и период T электромагнитных колебаний, возникающих в этом контуре.

Дано	*Решение*
$C = 30$ мкФ $= 3 \cdot 10^{-5}$ Ф $L_1 = 0{,}1$ Гн $L_2 = 0{,}4$ Гн $Q_{\max} = 2$ мКл $= 2 \cdot 10^{-3}$ Кл $I_{\max}$, T — ?	Катушки индуктивностями L_1 и L_2 соединены последовательно, следовательно, индуктивность $L = L_1 + L_2$. Закон сохранения энергии для колебательного контура имеет вид $\frac{LI^2_{\max}}{2} = \frac{CU^2_{\max}}{2}$ или, учитывая, что $U = \frac{Q}{C}$:

$$\frac{LI^2_{\max}}{2} = \frac{Q^2_{\max}}{2C}, \text{ откуда } I_{\max} = \frac{Q_{\max}}{\sqrt{LC}} = \frac{Q_{\max}}{\sqrt{(L_1 + L_2)C}}.$$

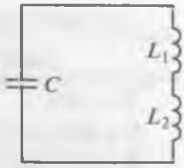


Рис. 16.2

Период колебаний определяем по формуле Томсона:

$$T = 2\pi\sqrt{LC} = 2\pi\sqrt{(L_1 + L_2)C}.$$

Вычисления: $$I_{\max} = \frac{2 \cdot 10^{-3} \text{ Кл}}{\sqrt{(0{,}1 \text{ Гн} + 0{,}4 \text{ Гн}) \cdot 3 \cdot 10^{-5} \text{ Ф}}} = 0{,}5 \text{ А};$$

$$T = 2\pi\sqrt{(0{,}1 \text{ Гн} + 0{,}4 \text{ Гн}) \cdot 3 \cdot 10^{-5} \text{ Ф}} = 2{,}4 \cdot 10^{-2} \text{ с}.$$

Ответ: $I_{\max} = 0{,}5$ А; $T = 2{,}4 \cdot 10^{-2}$ с.

5. В колебательном контуре емкость конденсатора $C = 2$ мкФ, индуктивность катушки $L = 20$ мГн, амплитудное значение заряда на конденсаторе $Q_0 = 10$ мкКл. В некоторый момент времени t мгновенное значение заряда на конденсаторе $Q_t = 6$ мкКл. Определите, чему равно мгновенное значение силы тока I в этот момент времени.

Дано	*Решение*
$C = 2$ мкФ $= 2 \cdot 10^{-6}$ Ф $L = 20$ мГн $= 2 \cdot 10^{-2}$ Гн $Q_0 = 10$ мкКл $= 1 \cdot 10^{-5}$ Кл $Q_t = 6$ мкКл $= 6 \cdot 10^{-6}$ Кл I — ?	Колебания заряда на обкладках конденсатора происходят по закону $Q = Q_0 \sin \omega_0 t$ [Кл] **(1)**. Сила тока в контуре $I = Q_0\omega_0 \cos \omega_0 t$ [А] **(2)**, где $\omega_0 = \frac{2\pi}{T}$, а $T = 2\pi\sqrt{LC}$. Следовательно,

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} = \frac{1}{\sqrt{2 \cdot 10^{-2} \text{ Гн} \cdot 2 \cdot 10^{-6} \text{ Ф}}} = 5 \cdot 10^3 \text{ с}^{-1}.$$

Подставив в уравнение (1) данные Q_0 и Q_t, определяем

$$\sin \omega_0 t = \frac{Q_t}{Q_0} = \frac{6 \cdot 10^{-6} \text{ Кл}}{1 \cdot 10^{-5} \text{ Кл}} = 0{,}6.$$

Чтобы по уравнению (2) определить I, нужно знать $\cos\omega_0 t$. Известно, что $\sin^2\omega_0 t + \cos^2\omega_0 t = 1$, следовательно,

$$\cos\omega_0 t = \sqrt{1-\sin^2\omega_0 t} = \sqrt{1-0{,}6^2} = 0{,}8.$$

Вычисления: $I = 1\cdot10^{-5}$ Кл $\cdot\, 5\cdot10^3$ рад/с $\cdot\, 0{,}8 = 4\cdot10^{-2}$ А.

Ответ: $I = 4\cdot10^{-2}$ А.

Переменный ток. Генератор переменного тока

1. Рамка площадью $S = 400$ см^2, содержащая $N = 100$ витков, вращается в однородном магнитном поле индукцией $B = 1{,}3\cdot10^{-3}$ Тл с постоянной угловой скоростью ω. Ось вращения лежит в плоскости рамки и перпендикулярна линиям индукции магнитного поля. Амплитудное значение ЭДС, возникающей в рамке, $\mathscr{E}_0 = 2{,}5$ В. Определите мгновенное значение ЭДС в момент времени $t = 0{,}01$ с.

Дано	*Решение*
$N = 100$ $S = 400$ см$^2 = 4\cdot10^{-2}$ м^2 $B = 1{,}3\cdot10^{-3}$ Тл $\omega = \text{const}$ $\mathscr{E}_0 = 2{,}5$ В $t = 0{,}01$ с	ЭДС индукции, возникающей в рамке, вращающейся в однородном магнитном поле, определяется по закону электромагнитной индукции: $\mathscr{E} = -\dfrac{\Delta\Phi}{\Delta t}$, где Φ — магнитный поток ($\Phi = NBS\cos\alpha$, $\alpha = \omega t$). Тогда $\mathscr{E} = NSB\omega\sin\omega t$ (**1**). Формулу (1) можно переписать в виде $\mathscr{E} = \mathscr{E}_0\sin\omega t$ (**2**).
$\mathscr{E}$ — ?	

Приравняв правые части формул (1) и (2), получим $\omega = \dfrac{\mathscr{E}_0}{NSB}$.

Вычисления: $\omega = \dfrac{2{,}5\ \text{В}}{1\cdot4\pi\cdot10^{-7}\ \text{Гн/м}\cdot10^2\cdot4\cdot10^{-2}\ \text{м}^2\cdot1\cdot10^4\ \text{А/м}} = 49{,}8$ рад/с.

Мгновенное значение $\mathscr{E}$ в момент времени $t = 0{,}01$ с вычисляем по формуле (2), учитывая, что $\omega t = 49{,}8$ рад/с $\cdot\, 0{,}01$ с $= 0{,}498$ рад $= 28°\,30'$; $\mathscr{E} = 2{,}5$ В $\cdot \sin 28°\,30' = 1{,}2$ В.

Ответ: $\mathscr{E} = 1{,}2$ В.

2. Изменение ЭДС со временем происходит по закону $\mathscr{E} = 50\sin400\pi t$ [В]. Определите амплитуду $\mathscr{E}_0$, частоту ν, период T колебаний, а также значение ЭДС $\mathscr{E}_\varphi$ для фазы $\varphi = \dfrac{\pi}{6}$ и $\mathscr{E}_t$ в момент времени $t = \dfrac{T}{4}$.

Дано	*Решение*
$\mathscr{E} = 50\sin400\pi t$ [В] $\varphi = \dfrac{\pi}{6}$ $t = \dfrac{T}{4}$	Сопоставив уравнение гармонических колебаний ЭДС $\mathscr{E} = \mathscr{E}_0\sin(\omega t + \varphi_0)$ с уравнением, данным в условии, определяем: $\mathscr{E}_0 = 50$ В; $\omega = 400\pi$; $\varphi_0 = 0$. Связь между циклической частотой ω и частотой ν имеет вид: $\omega = 2\pi\nu$, или $\nu = \dfrac{\omega}{2\pi} = \dfrac{400\pi}{2\pi} = 200$ Гц.
$\mathscr{E}_0$, ν, T, $\mathscr{E}_\varphi$, $\mathscr{E}_t$ — ?	

Период T и частота ν связаны между собой $T = \frac{1}{\nu}$; $T = = \frac{1}{200 \text{ Гц}} = 5 \cdot 10^{-3}$ с.

Мгновенное значение ЭДС для фазы $\varphi = \frac{\pi}{6}$: $\mathscr{E}_{\varphi} = 50 \sin \frac{\pi}{6}$ [В] $= 50 \cdot 0,5$ В $= 25$ В.

Мгновенное значение ЭДС в момент времени $t = \frac{T}{4}$: $\mathscr{E}_{t} = 50 \sin 400\pi \frac{5 \cdot 10^{-3}}{4} =$ $= 50 \sin 0,5\pi = 50 \sin \frac{\pi}{2} = 50$ В.

Ответ: $\mathscr{E}_0 = 50$ В; $\nu = 200$ Гц; $T = 5 \cdot 10^{-3}$ с; $\mathscr{E}_{\varphi} = 25$ В; $\mathscr{E}_t = 50$ В.

3. В сеть переменного тока частотой $\nu = 50$ Гц и напряжением $U = 220$ В включают конденсатор емкостью $C = 4$ мкФ. Найдите амплитудное I_0 и действующее $I_{эф}$ значения силы тока в цепи конденсатора.

Дано	***Решение***
$\nu = 50$ Гц $U = 220$ В $C = 4$ мкФ $= 4 \cdot 10^{-6}$ Ф	Реактивное емкостное сопротивление конденсатора $X_C = \frac{1}{\omega C}$, где ω — циклическая частота ($\omega =$ $= 2\pi\nu$), тогда $X_C = \frac{1}{2\pi\nu C}$.
I_0, $I_{эф}$ — ?	

По закону Ома для амплитудных значений, $I_0 = \frac{U_0}{X_C} = 2\pi\nu C U_0$.

Действующее, или эффективное, значение силы тока $I_{эф} = \frac{I_0}{\sqrt{2}}$, или $I_{эф} = \frac{2\pi\nu C U_0}{\sqrt{2}}$.

Вычисления: $I_0 = 2\pi \cdot 50$ Гц $\cdot 4 \cdot 10^{-6}$ Ф $\cdot 220$ В $= 0,3$ А; $I_{эф} = \frac{0,3 \text{ А}}{\sqrt{2}} = 0,2$ А.

Ответ: $I_0 = 0,3$ А; $I_{эф} = 0,2$ А.

4. В цепь переменного тока частотой $\nu = 50$ Гц и напряжением $U_0 = 220$ В включена катушка индуктивности. Сила тока в цепи катушки $I_0 = 1$ А. Определите индуктивность катушки L, если ее активным сопротивлением можно пренебречь.

Дано	***Решение***
$\nu = 50$ Гц $U_0 = 220$ В $I_0 = 1$ А $R = 0$	Реактивное индуктивное сопротивление катушки $X_L = \omega L$, учитывая, что $\omega = 2\pi\nu$, имеем $X_L = 2\pi\nu L$ (**1**). По закону Ома для амплитудных значений: $I_0 = \frac{U_0}{X_L}$ определяем $X_L = \frac{U_0}{I_0}$ (**2**). Приравняв правые части
L — ?	

формул (1) и (2), получим $2\pi\nu L = \frac{U_0}{I_0}$, откуда $L = \frac{U_0}{2\pi\nu I_0}$.

Вычисления: $L = \frac{220 \text{ В}}{2 \cdot 3,14 \cdot 50 \text{ Гц} \cdot 1 \text{ А}} = 0,7$ Гн.

Ответ: $L =$ 0,7 Гн.

5. На какое напряжение U_0 должны быть рассчитаны изоляторы линии электропередачи переменного тока напряжением $U_{эф} = 1$ МВ?

Дано	Решение
$U_{эф} = 1$ МВ $= 1 \cdot 10^6$ В	Изоляторы необходимо рассчитывать на амплитудное значение напряжения $U_0 = U_{эф}\sqrt{2}$.
U_0 — ?	*Вычисления*: $U_0 = 1 \cdot 10^6$ В $\cdot \sqrt{2} = 1{,}41 \cdot 10^6$ В.

Ответ: $U_0 = 1{,}41 \cdot 10^6$ В $= 1{,}41$ МВ.

6. Лампа накаливания мощностью $P = 200$ Вт включена в сеть переменного тока напряжением $U_{эф} = 220$ В. Определите действующее $I_{эф}$ и амплитудное I_0 значения силы тока в цепи.

Дано	Решение
$P = 200$ Вт $U_{эф} = 220$ В	Мощность переменного тока $P = U_{эф}I_{эф}$, откуда $I_{эф} = \dfrac{P}{U_{эф}}$.
$I_{эф}$ — ? I_0 — ?	

Амплитудное значение силы переменного тока $I_0 = I_{эф}\sqrt{2}$.

Вычисления: $I_{эф} = \dfrac{200 \text{ Вт}}{220 \text{ В}} = 0{,}9$ А; $\quad I_0 = 0{,}9$ А $\cdot \sqrt{2} = 1{,}3$ А.

Ответ: $I_{эф} = 0{,}9$ А; $I_0 = 1{,}3$ А.

7. Трансформатор повышает напряжение с $U_1 = 220$ В до $U_2 = 3\,000$ В. Во вторичной обмотке протекает ток $I_2 = 0{,}1$ А. Определите силу тока I_1 в первичной обмотке, если КПД трансформатора $\eta = 96\,\%$.

Дано	Решение
$U_1 = 220$ В $U_2 = 3\,000$ В $I_2 = 0{,}1$ А $\eta = 0{,}96$	КПД трансформатора: $\eta = \dfrac{P_2}{P_1} = \dfrac{I_2U_2}{I_1U_1}$,
I_1 — ?	откуда $I_1 = \dfrac{I_2U_2}{\eta U_1}$.

Вычисления: $I_1 = \dfrac{0{,}1 \text{ А} \cdot 3\,000 \text{ В}}{0{,}96 \cdot 220 \text{ В}} = 1{,}4$ А.

Ответ: $I_1 = 1{,}4$ А.

ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫЕ ВОЛНЫ

1. Колебательный контур радиопередатчика содержит конденсатор переменной емкости от $C_1 = 10$ нФ до $C_2 = 0{,}1$ нФ и катушку индуктивностью $L = 1$ мкГн. Определите, в каком диапазоне длин волн $(\lambda_1 - \lambda_2)$ работает радиопередатчик.

Дано	Решение
$C_1 = 10$ нФ $= 1 \cdot 10^{-8}$ Ф $C_2 = 0{,}1$ нФ $= 1 \cdot 10^{-10}$ Ф $L = 1$ мкГн $= 1 \cdot 10^{-6}$ Гн $c = 3 \cdot 10^8$ м/с	Радиоволны распространяются в воздухе со скоростью света c. Длина волны $\lambda = \dfrac{c}{\nu}$, или $\lambda = cT$, где T — период колебаний колебательного контура радиопередатчика $T = 2\pi\sqrt{LC}$.
$(\lambda_1 - \lambda_2)$ — ?	

Вычисления: 1) если $C_1 = 1 \cdot 10^{-8}$ Ф, то $T_1 = 2\pi\sqrt{1 \cdot 10^{-6} \text{ Гн} \cdot 1 \cdot 10^{-8} \text{ Ф}} = 2\pi \cdot 10^{-7}$ с $= 6{,}28 \cdot 10^{-7}$ с; $\lambda_1 = 3 \cdot 10^8$ м/с $\cdot\, 6{,}28 \cdot 10^{-7}$ с $= 188$ м;

2) если $C_2 = 1 \cdot 10^{-10}$ Ф, то $T_2 = 2\pi\sqrt{1 \cdot 10^{-6} \text{ Гн} \cdot 1 \cdot 10^{-10} \text{ Ф}} = 2\pi \cdot 10^{-8}$ с $= 6{,}28 \cdot 10^{-8}$ с; $\lambda_2 = 3 \cdot 10^8$ м/с $\cdot\, 6{,}28 \cdot 10^{-8}$ с $= 18{,}8$ м.

Ответ: $(\lambda_1 - \lambda_2) = (188 - 18{,}8)$ м.

2. Колебательный контур радиоприемника, содержащий катушку индуктивностью $L = 5$ мкГн, настроен на прием электромагнитных волн длиной $\lambda = 1$ м. Определите емкость C конденсатора, включенного в этот колебательный контур.

Дано	Решение
$L = 5$ мкГн $= 5 \cdot 10^{-6}$ Гн $\lambda = 1$ м $c = 3 \cdot 10^8$ м/с	Длина электромагнитной волны $\lambda = cT$, откуда $T = \dfrac{\lambda}{c}$, где c — скорость распространения электромагнитных волн. Чтобы приемник регистрировал электромагнитные волны, длина которых λ, его колебательный контур должен иметь
C — ?	

период колебаний $T = \dfrac{\lambda}{c}$ **(1)** или $T = 2\pi\sqrt{LC}$ **(2)**. Приравняв правые части формул (1) и (2) , получим: $2\pi\sqrt{LC} = \dfrac{\lambda}{c}$, откуда $C = \dfrac{\lambda^2}{4\pi^2Lc^2}$.

Вычисления: $C = \dfrac{1 \text{ м}^2}{4 \cdot (3{,}14)^2 \cdot 5 \cdot 10^{-6} \text{ Гн} \cdot (3 \cdot 10^8 \text{ м})^2} = 5{,}6 \cdot 10^{-14}$ Ф.

Ответ: $C = 5{,}6 \cdot 10^{-14}$ Ф.

3. Определите период T, частоту ν электромагнитных колебаний в колебательном контуре и длину электромагнитной волны λ в вакууме, на которую он настроен, если амплитуда силы тока $I_0 = 0{,}02$ А, а амплитуда электрического заряда на обкладках конденсатора $Q_0 = 40$ нКл.

Дано	*Решение*
$I_0 = 0{,}02$ А $= 2 \cdot 10^{-2}$ А $Q_0 = 40$ нКл $= 4 \cdot 10^{-8}$ Кл $c = 3 \cdot 10^8$ м/с	Заряд на обкладках конденсатора изменяется по закону $Q = Q_0 \sin \omega_0 t$ **(1)**. Сила тока в контуре $I = Q_0\omega_0 \cos \omega_0 t$ **(2)**.
T, ν, λ — ?	В уравнении (2) $I_0 = Q_0\omega_0$ **(3)**. Формула (3) выражает связь между амплитудой силы тока I_0 и амплитудой заряда Q_0.

Из формулы (3) определяем собственную циклическую частоту $\omega_0 = \dfrac{I_0}{Q_0}$ **(4)**.

Соотношение между периодом электромагнитных колебаний и циклической частотой имеет вид: $\omega_0 = \dfrac{2\pi}{T}$, или $T = \dfrac{2\pi}{\omega_0}$ **(5)**.

Подставив формулу (4) в формулу (5), получим $T = \dfrac{2\pi Q_0}{I_0}$.

Частота колебаний $\nu = \dfrac{1}{T}$, или $\nu = \dfrac{I_0}{2\pi Q_0}$. Длина электромагнитной волны λ, на которую настроен колебательный контур, $\lambda = cT$, или $\lambda = \dfrac{2\pi c Q_0}{I_0}$.

Вычисления: $T = \dfrac{2 \cdot 3{,}14 \cdot 4 \cdot 10^{-8}\text{ Кл}}{2 \cdot 10^{-2}\text{ А}} = 1{,}26 \cdot 10^{-5}$ с;

$\nu = \dfrac{2 \cdot 10^{-2}\text{ А}}{2 \cdot 3{,}14 \cdot 4 \cdot 10^{-8}\text{ Кл}} = 7{,}9 \cdot 10^4$ Гц; $\lambda = 3 \cdot 10^8$ м/с $\cdot\ 1{,}26 \cdot 10^{-5}$ с $= 3{,}8 \cdot 10^3$ м.

Ответ: $T = 1{,}26 \cdot 10^{-5}$ с; $\nu = 7{,}9 \cdot 10^4$ Гц; $\lambda = 3{,}8 \cdot 10^3$ м.

РАЗДЕЛ V ОПТИКА

Глава 18

ПРИРОДА СВЕТА

Скорость распространения света

1. Определите длину λ электромагнитных волн в вакууме, если их частота $\nu = 100$ МГц.

Дано	*Решение*
$\nu = 100$ МГц $=$ $= 1 \cdot 10^8$ Гц $c = 3 \cdot 10^8$ м/с	Связь между длиной волны λ и частотой ν имеет вид $\lambda = \dfrac{c}{\nu}$, где c — скорость света в вакууме.
λ — ?	*Вычисления*: $\lambda = \dfrac{3 \cdot 10^8\text{ м/с}}{1 \cdot 10^8\text{ Гц}} = 3$ м.

Ответ: $\lambda = 3$ м.

Законы отражения и преломления света

1. Луч света падает на плоское зеркало перпендикулярно. Определите, на какой угол β_2 повернется отраженный луч, если зеркало повернуть на $\alpha_2 = 60°$.

Дано	*Решение*
$\alpha_1 = 0$ $\beta_1 = 0$ $\alpha_2 = 60°$	При перпендикулярном падении на зеркало луча света угол падения $\alpha_1 = 0$, так как угол падения — это угол между падающим лучом и перпендикуляром, восстановленным к поверхности в точке падения.
β_2 — ?	Угол отражения $\beta_1 = \alpha_1 = 0$.

Если зеркало повернуть на угол 60°, то перпендикуляр тоже «повернется» на 60°, следовательно, $\beta_2 = \alpha_2 = 60°$.

Ответ: $\beta_2 = 60°$.

2. Определите угол α, под которым должен падать световой луч на границу раздела воздух — алмаз, чтобы отраженный луч был перпендикулярен преломленному лучу.

Дано

$n_в = 1$
$n_а = 2{,}42$
$\beta + \gamma = \dfrac{\pi}{2}$

α — ?

Решение

По закону преломления света $\dfrac{\sin\alpha}{\sin\gamma} = n_{21}$, где $n_{21} = \dfrac{n_а}{n_в} = n_а$. Угол падения α равен углу отражения β, т.е. $\alpha = \beta$. Из рис. 18.1 видно, что $\beta + \gamma = \dfrac{\pi}{2}$, следовательно, $\alpha + \gamma = \dfrac{\pi}{2}$. Из этого соотношения следует, что $\gamma = \dfrac{\pi}{2} - \alpha$. Закон преломления света можно переписать в виде: $\dfrac{\sin\alpha}{\sin\left(\dfrac{\pi}{2} - \alpha\right)} = n_а$; учитывая, что $\sin\left(\dfrac{\pi}{2} - \alpha\right) = \cos\alpha$, получим $\dfrac{\sin\alpha}{\cos\alpha} = n_а$, или $\operatorname{tg}\alpha = n_а$, откуда $\alpha = \operatorname{arctg} n_а$.

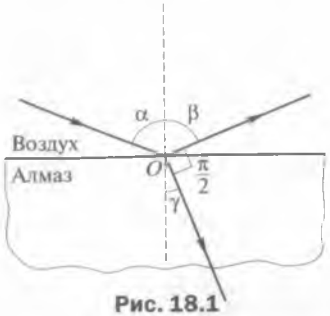


Рис. 18.1

Вычисления: $\alpha = \operatorname{arctg} 2{,}43 = 68°$.

Ответ: $\alpha = 68°$.

3. На горизонтально расположенном плоском зеркале лежит плоскопараллельная стеклянная пластинка толщиной $d = 10$ см. Определите расстояние l от точки вхождения светового луча в пластинку до точки выхода из нее, если луч падает под углом $\varphi = 60°$ к плоскости пластинки (рис. 18.2).

Дано

$d = 10$ см $= 0{,}1$ м
$\varphi = 60°$
$n = 1{,}5$
$n_1 = 1$
$n_{21} = n$

l — ?

Решение

Из рис. 18.2 видно, что $l = AC = AO + OC = 2AO$; ΔABO — прямоугольный: $OB = d$, $AO = OB \cdot \operatorname{tg}\beta$, следовательно, $l = 2d \operatorname{tg}\beta$ (**1**). Из закона преломления света: $\dfrac{\sin\alpha}{\sin\beta} = n$ определим $\sin\beta = \dfrac{\sin\alpha}{n}$. Из рис. 18.2 видно, что $\alpha = 90° - \varphi = 90° - 60° = 30°$. Зная $\sin\beta$, определим $\cos\beta$ из соотношения $\sin^2\beta + \cos^2\beta = 1$:

$$\cos\beta = \sqrt{1 - \sin^2\beta}, \text{ или } \cos\beta = \sqrt{1 - \frac{\sin^2\alpha}{n^2}},$$

тогда $\operatorname{tg}\beta = \dfrac{\sin\alpha}{n\sqrt{1 - \dfrac{\sin^2\alpha}{n^2}}} = \dfrac{\sin\alpha}{\sqrt{n^2 - \sin^2\alpha}}$ (**2**). Подставив формулу (2) в формулу (1), получим

$$l = \frac{2d\sin\alpha}{\sqrt{n^2 - \sin^2\alpha}}.$$

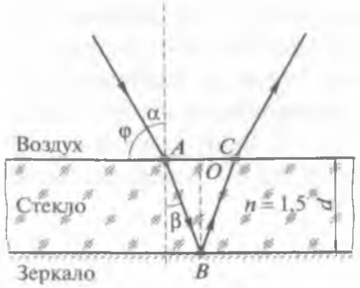


Рис. 18.2

Вычисления: $l = \dfrac{2 \cdot 0{,}1\text{ м} \cdot 0{,}5}{\sqrt{1{,}5^2 - (0{,}5)^2}} = 0{,}07$ м.

Ответ: $l = 0{,}07$ м.

4. Столб высотой $h = 3{,}5$ м вбит в дно пруда на глубину $h_1 = 1$ м таким образом, что $h_2 = 1$ м столба возвышается над водой (рис. 18.3). Определите длину тени столба на поверхности l_1 и на дне l_2 пруда, если высота Солнца над горизонтом 60°.

Дано

$h = 3{,}5$ м
$h_1 = 1$ м
$h_2 = 1$ м
$\varphi = 60°$
$n = 1{,}33$

l_1, l_2 — ?

Решение

Из рис. 18.3 видно, что глубина пруда $H = h - (h_1 + h_2) = 3{,}5$ м $- (1$ м $+ 1$ м$) = 1{,}5$ м. Угол падения α солнечных лучей равен $\alpha = 90° - \varphi = 90° - 60° = 30°$. Из прямоугольного треугольника ABC определяем $l_1 = CB = CA \cdot \operatorname{tg}\alpha = h_2 \operatorname{tg}\alpha$ (**1**); $l_2 = l_1 + FD$ (**2**). Из прямоугольного треугольника BDF определяем $FD = H\operatorname{tg}\beta$(**3**). Из закона преломления света: $\dfrac{\sin\alpha}{\sin\beta} = n$ следует, что $\sin\beta = \dfrac{\sin\alpha}{n}$; $\cos\beta = \sqrt{1 - \sin^2\beta}$, следовательно,

$$\operatorname{tg}\beta = \frac{\sin\beta}{\cos\beta} = \frac{\sin\alpha}{n\sqrt{1 - \dfrac{\sin^2\alpha}{n^2}}}, \text{ или } \operatorname{tg}\beta = \frac{\sin\alpha}{\sqrt{n^2 - \sin^2\alpha}} \ (\mathbf{4}).$$

Подставив (4) в (3), найдем $FD = \dfrac{H\sin\alpha}{\sqrt{n^2 - \sin^2\alpha}}$ (**5**); l_2 определяем по формуле (2) с учетом (1) и (5):

$$l_2 = h_2\operatorname{tg}\alpha + \frac{H\sin\alpha}{\sqrt{n^2 - \sin^2\alpha}}.$$

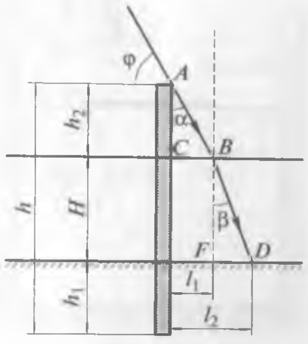


Рис. 18.3

Вычисления: $l_1 = 1\text{ м} \cdot \operatorname{tg} 30° = 0{,}58$ м;

$$l_2 = 1\text{ м} \cdot \operatorname{tg} 30° + \frac{1{,}5\text{ м} \cdot 0{,}5}{\sqrt{(1{,}33)^2 - (0{,}5)^2}} = 1{,}2\text{ м}.$$

Ответ: $l_1 = 0{,}58$ м; $l_2 = 1{,}2$ м.

5. Предельный угол полного отражения на границе алмаз — жидкость $\alpha_{пр} = 41°$ (рис. 18.4). Определите показатель преломления жидкости $n_ж$ и скорость распространения света $v_ж$ в ней.

Дано

$\alpha_{пр} = 41°$
$n_а = 2{,}42$
$c = 3 \cdot 10^8$ м/с

$n_ж$, $v_ж$ — ?

Решение

Полное отражение на границе алмаз — жидкость наступит, если угол падения α будет равен $\alpha_{пр}$ и выполняется условие $\sin\alpha_{пр} = \dfrac{n_ж}{n_а}$, откуда следует, что $n_ж = n_а \sin\alpha_{пр}$.

Скорость распространения света $v_ж$ в жидкости $v_ж = \dfrac{c}{n_ж}$; где c — скорость света в вакууме.

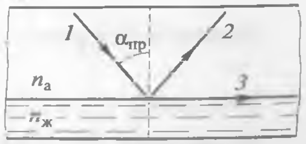


Рис. 18.4

Вычисления:

$n_ж = 2{,}42 \sin 41° = 1{,}59;\ v_ж = \frac{3\cdot 10^8\ м/с}{1.59} = 1{,}9\cdot 10^8\ м/с.$

Ответ: $n_ж = 1{,}59;\ v_ж = 1{,}9\cdot 10^8$ м/с.

6. На дне сосуда с водой находится точечный источник света. Над источником поместили круглый непрозрачный диск так, чтобы его центр находился над источником света. Определите, при какой максимальной высоте h столба жидкости в сосуде свет не выйдет из воды в воздух. Радиус диска $R = 2$ см.

Дано	*Решение*
$n = 1{,}33$ $R = 2\ см = 2\cdot 10^{-2}$ м	Если луч *1* (рис. 18.5) будет испытывать полное отражение на границе вода—воздух, то ни один луч не выйдет через поверхность воды в воздух. Наименьший угол падения $\alpha_{\text{пр}}$, при котором наблюдается полное отражение, находится из условия $\sin\alpha_{\text{пр}} = \frac{1}{n}$ **(1)**.
h — ?	

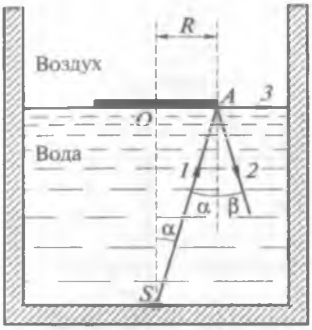


Рис. 18.5

Максимальную высоту столба жидкости, при которой наблюдается полное отражение, определяем из прямоугольного треугольника SOA, где $h = SO = R\,\text{tg}\,\alpha_{\text{пр}}$ **(2)**, но $\text{tg}\,\alpha_{\text{пр}} = \frac{\sin\alpha_{\text{пр}}}{\cos\alpha_{\text{пр}}}$.

Используя основное тригонометрическое тождество $\sin^2\alpha_{\text{пр}} + \cos^2\alpha_{\text{пр}} = 1$, находим

По формуле (2) определяем: $h = R\sqrt{n^2 - 1}$.

Вычисления: $h = 2\cdot 10^{-2}\ м\sqrt{(1{,}33)^2 - 1} = 1{,}75\cdot 10^{-2}\ м = 17{,}5$ мм.

Ответ: $h = 17{,}5$ мм.

Линзы

1. Тонкая собирающая линза дает изображение предмета, равное по размеру самому предмету. На каком расстоянии от линзы расположен данный предмет, если фокусное расстояние $F = 15$ см.

Дано	*Решение*
$Г = 1$ $F = 15\ см = 0{,}15$ м	По условию задачи размеры изображения предмета равны размерам самого предмета, т.е. $Г = \frac{f}{d} = 1$, отсюда $d = f$ **(1)**.
d— ?	

Запишем формулу линзы: $\frac{1}{F} = \frac{1}{d} + \frac{1}{f}$ **(2)**.

Подставив (1) в (2), получим $\frac{1}{F} = \frac{1}{d} + \frac{1}{d}$, или $\frac{1}{F} = \frac{2}{d}$, откуда $d = 2F$.

Вычисления: $d = 2\cdot 0{,}15\ м = 0{,}3$ м.

Ответ: $d = 0{,}3$ м.

2. На каком расстоянии ($f + d$) от предмета нужно поместить экран, чтобы двояковыпуклая линза с радиусами кривизны поверхностей $R = 0{,}2$ м и показателем преломления $n = 1{,}5$ давала действительное изображение предмета, увеличенное в два раза?

Дано	*Решение*
$R_1 = R_2 = 0{,}2$ м $n = 1{,}5$ $\Gamma = 2$ $(f + d)$ — ?	Изображение предмета действительное и увеличенное $\Rightarrow$ предмет AB помещен между главным фокусом F и двойным фокусным расстоянием $2F$. Учитывая это, построим чертеж и определим соотношение между d и f (рис. 18.6). Из подобия треугольников ABO и $A'B'O$ и условия задачи имеем: $f/d = 2$, откуда $f = 2d$ (**1**).

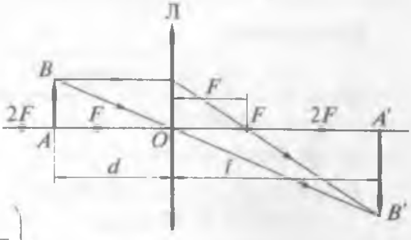


Рис. 18.6

Запишем формулу линзы с учетом (**1**):

$$\frac{1}{F} = \frac{1}{d} + \frac{1}{2d}.$$

Отсюда $d = 3F/2$ и с учетом (1) $d + f = 9F/2$.
Найдем фокусное расстояние:

$$\frac{1}{F} = (n-1)\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right) = (1{,}5-1)\left(\frac{1}{0{,}2\text{ м}} + \frac{1}{0{,}2\text{ м}}\right).$$

Отсюда $F = 0{,}2$ м.

Окончательно получаем: $(f + d) = \dfrac{9 \cdot 0{,}2\text{ м}}{2} = 0{,}9$ м.

Ответ: $(f + d) = 0{,}9$ м.

3. Двояковыпуклая линза из стекла ($n = 1{,}5$) имеет оптическую силу $\Phi_1 = 5\text{ м}^{-1}$. После погружения линзы в жидкость с показателем преломления $n_1 = 1{,}67$ она действует как рассеивающая. Определите оптическую силу Φ_2 и фокусное расстояние F_2 линзы в жидкости. Постройте изображение точки, находящейся на главной оптической оси на тройном фокусном расстоянии от линзы ($d_1 = 3F_1$).

Дано	*Решение*
$n = 1{,}5$ $n_1 = 1{,}67$ $\Phi_1 = 5\text{ м}^{-1}$ $d_1 = 3F_1$ Φ_2, F_2, f_1, f_2 — ?	**Случай 1.** Если линза находится в воздухе ($n_1 = 1$), то формула линзы принимает вид $\Phi_1 = \dfrac{1}{F_1} = (n-1)\left(\dfrac{1}{R_1} + \dfrac{1}{R_2}\right)$ (**1**), $\dfrac{1}{R_1} + \dfrac{1}{R_2} = \dfrac{\Phi_1}{n-1}$ (**2**). **Случай 2.** Если линза погружена в жидкость ($n_1 = 1{,}67$), то формула линзы имеет вид $\Phi_2 = \dfrac{1}{F_2} = \left(\dfrac{n}{n_1} - 1\right)\left(\dfrac{1}{R_1} + \dfrac{1}{R_2}\right)$ (**3**).

Подставив уравнение (2) и уравнение (3), получим:

$$\Phi_2 = \left(\frac{n}{n_2} - 1\right)\frac{\Phi_1}{n-1} = \Phi_1\frac{(n-n_2)}{n_2(n-1)};\ F_2 = \frac{1}{\Phi_2}.$$

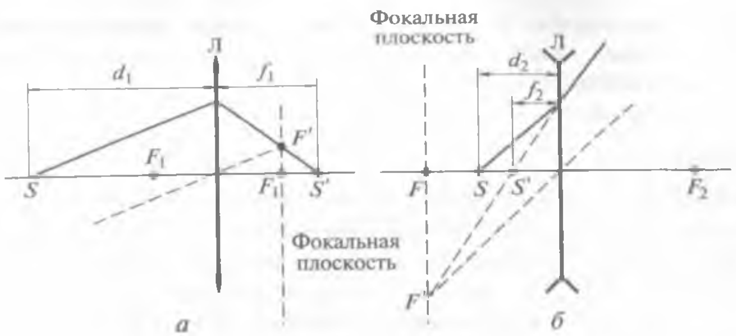


Рис. 18.7

Вычисления:

$$\Phi_2 = \frac{5\ \text{м}^{-1}(1,50-1,67)}{1,67\cdot 0,50} = -1,015\ \text{м}^{-1};$$

$$F_2 = \frac{1}{-1,015\ \text{м}^{-1}} = -0,99\ \text{м}.$$

Знак «минус» показывает, что линза, погруженная в жидкость, действует как рассеивающая.

Построим изображения точки S в собирающей (рис. 18.7, *а*) и рассеивающей (рис. 18.7, *б*) линзах.

В случае 1 изображение S' точки S действительное. По формуле линзы определим f_1 — расстояние от линзы до изображения:

$$f_1 = F_1 d_1/(d_1 - F_1),$$

где d_1 — расстояние от предмета до линзы.

Так как по условию задачи $d_1 = 3F_1$, то

$$f_1 = \frac{F_1\cdot 3F_1}{3F_1 - F} = 3F_1/2.$$

В случае 2 изображение S' точки S мнимое, поэтому в формуле линзы F_2 и f_2 возьмем со знаком «минус». Определим значение f_2:

$$f_2 = \frac{F_2 d_1}{F_2 + d_1} = \frac{3F_1F_2}{F_2 + 3F_1}.$$

Вычисления: $f_1 = 1,5\cdot 0,2\ \text{м} = 0,3\ \text{м};$

$$f_2 = \frac{3\cdot 0,2\cdot 0,99}{0,99+0,6} = 0,37\ \text{м}.$$

Ответ: $\Phi_2 = -1,015\ \text{м}^{-1}$; $F_2 = -0,99$ м; $f_1 = 0,3$ м; $f_2 = 0,37$ м.

Глава 19

ВОЛНОВЫЕ СВОЙСТВА СВЕТА

Интерференция света

1. Два параллельных световых луча, расстояние между которыми $d = 2$ см, падают перпендикулярно на прямоугольную стеклянную призму с преломляющим углом $\alpha = 30°$. Определите оптическую разность хода Δ этих лучей. Призма находится в воздухе (рис. 19.1).

Дано	*Решение*
$d = 2\ \text{см} = 2\cdot 10^{-2}\ \text{м}$ $\alpha = 30°$ $n = 1,5$	Оптическая разность хода лучей равна геометрической разности хода $(l_1 - l_2)$, умноженной на показатель преломления n среды:
Δ — ?	$\Delta = (l_1 - l_2)n$ **(1)**.

Из рис. 19.1 видно, что $l_1 = AB$; $l_2 = CD \Rightarrow l_1 - l_2 = AB - CD = FB$;

FB — катет прямоугольного треугольника FDB; $FB = DF\,\text{tg}\,\alpha = d\,\text{tg}\,\alpha$.

Таким образом, $(l_1 - l_2) = d\,\text{tg}\,\alpha$ **(2)**. Подставив формулу (2) в формулу (1), получим $\Delta = dn\,\text{tg}\,\alpha$.

Вычисления: $\Delta = 2\cdot 10^{-2}\ \text{м}\cdot 1,5\cdot \text{tg}\,30° = 1,74\cdot 10^{-2}$ м.

Ответ: $\Delta = 1,74\cdot 10^{-2}$ м.

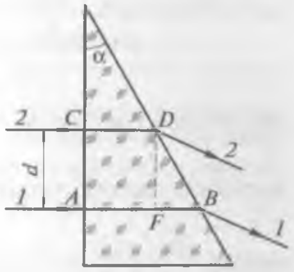


Рис. 19.1

2. Длина световой волны фиолетового цвета в вакууме $\lambda_0 = 0,38$ мкм. Определите длину волны λ этого цвета в стекле.

Дано	*Решение*
$\lambda_0 = 0,38\ \text{мкм} = 0,38\cdot 10^{-6}\ \text{м}$ $n = 1$ $c = 3\cdot 10^8\ \text{м/с}$	При переходе электромагнитных волн (света) из одной среды в другую частота ν световых колебаний не изменяется. Длина волны, скорость их распространения и частота связаны между собой соотношениями:
λ — ?	• в вакууме: $\lambda_0 = \frac{c}{\nu}$ **(1)**; • в среде: $\lambda = \frac{v}{\nu}$ **(2)**.

Из формул (1) и (2) следует: $\nu = \frac{c}{\lambda_0}$ и $\nu = \frac{v}{\lambda}$, или $\frac{c}{\lambda_0} = \frac{v}{\lambda}$ (3).

Формулу (3) можно переписать в виде $\frac{\lambda_0}{\lambda} = \frac{c}{v}$; $\frac{c}{v} = n$ — показатель преломления стекла; $\frac{\lambda_0}{\lambda} = n$, следовательно, $\lambda = \frac{\lambda_0}{n}$.

Вычисления: $\lambda = \frac{0{,}38 \cdot 10^{-6}\ \text{м}}{1{,}0} = 0{,}38 \cdot 10^{-6}\ \text{м} = 0{,}38$ мкм.

Ответ: $\lambda = 0{,}38$ мкм.

3. Когерентные источники света S_1 и S_2 находятся в воде. Геометрическая разность хода испускаемых ими лучей в точке *A*, где наблюдается второй интерференционный максимум $\Delta l = 0{,}5$ мкм. Определите частоту ν источника света.

Дано	*Решение*
$n = 1{,}33$ $\Delta l = 0{,}5$ мкм = $= 0{,}5 \cdot 10^{-6}$ м $k = 2$ ν — ?	Условие максимума при явлении интерференции $\Delta = 2k\frac{\lambda}{2}$ (**1**), где Δ — оптическая разность хода интерферирующих лучей, $\Delta = \Delta l n$ (**2**). Приравняв правые части формул (1) и (2), получим $\Delta l n = k\lambda$, откуда $\lambda = \frac{\Delta l n}{k}$ (**3**).

По формуле (3) определим длину волны в воде. Длина волны в вакууме $\lambda_0 = \lambda n$, или $\lambda_0 = \frac{\Delta l n^2}{k}$. Длина волны в вакууме λ_0 связана с частотой соотношением $\nu = \frac{c}{\lambda_0}$, откуда $\nu = \frac{ck}{\Delta l n^2}$, где *c* — скорость света в вакууме.

Вычисления: $\nu = \frac{3 \cdot 10^8\ \text{м/с} \cdot 2}{0{,}5 \cdot 10^{-6}\ \text{м} \cdot (1{,}33)^2} = 6{,}8 \cdot 10^{14}$ Гц.

Ответ: $\nu = 6{,}8 \cdot 10^{14}$ Гц.

4. На плоскопараллельную пленку под углом α = 30° падает параллельный пучок белого света. Определите, какую наименьшую толщину *d* должна иметь мыльная пленка, чтобы отраженные лучи имели красную окраску $\lambda = 0{,}63$ мкм.

Дано	*Решение*
$\alpha = 30°$ $\lambda = 0{,}63$ мкм = $= 6{,}3 \cdot 10^{-7}$ м $n = 1{,}33$ *d* — ?	На пленку падает белый свет, который является сложным и имеет семь составляющих. Лучи *1* и *2* (рис. 19.2) когерентны, так как образовались из одного луча *S*. При интерференции, согласно условию задачи, выполняется условие максимума только для лучей красного цвета: $\Delta = 2k\frac{\lambda}{2}$ (**1**), где $k = 0, 1, 2, \ldots$.

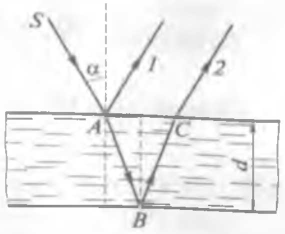


Рис. 19.2

Разность хода лучей *1* и *2* в пленке:

$$\Delta = 2d\sqrt{n^2 - \sin^2\alpha} + \frac{\lambda}{2}\ (\mathbf{2}).$$

Приравняв правые части формул (1) и (2), получим

$$2k\frac{\lambda}{2} = 2d\sqrt{n^2 - \sin^2\alpha} + \frac{\lambda}{2}.$$

Примем $k = 1$, так как толщина пленки должна быть наименьшая, и получим $d = \frac{\lambda}{4\sqrt{n^2 - \sin^2\alpha}}$.

Вычисления: $d = \frac{6{,}3 \cdot 10^{-7}\ \text{м}}{4\sqrt{(1{,}33)^2 - \sin^2 30°}} = 1{,}3 \cdot 10^{-7}\ \text{м} = 0{,}13$ мкм.

Ответ: $d = 0{,}13$ мкм.

Дифракция света

1. На непрозрачную пластинку с узкой щелью падает нормально параллельный пучок монохроматического света. Угол отклонения лучей, соответствующий первому дифракционному максимуму, φ = 30°. Определите ширину щели *d*, если длина волны падающего света $\lambda = 0{,}6$ мкм.

Дано	*Решение*
$k = 1$ (max) $\varphi = 30°$ $\lambda = 0{,}6$ мкм = $= 6 \cdot 10^{-7}$ м *d* — ?	Условие дифракционных максимумов при нормальном падении параллельных лучей монохроматического света на одну щель имеет вид: $d\sin\varphi = (2k+1)\frac{\lambda}{2}$, откуда $d = \frac{(2k+1)\lambda}{2\sin\varphi}$.

Вычисления: $d = \frac{(2 \cdot 1 + 1) \cdot 6 \cdot 10^{-7}\ \text{м}}{2 \cdot \sin 30°} = 1{,}8 \cdot 10^{-6}\ \text{м} = 1{,}8$ мкм.

Ответ: $d = 1{,}8$ мкм.

2. На узкую щель падает нормально параллельный пучок монохроматического света. Угол отклонения лучей, соответствующий третьему дифракционному минимуму, φ = 18°. Определите, сколько длин волн укладывается на ширине щели.

Дано	*Решение*
$\varphi = 18°$ $k = 3$ (min) $\frac{d}{\lambda}$ — ?	Условие дифракционных минимумов при нормальном падении параллельных лучей монохроматического света на одну щель имеет вид: $d\sin\varphi = 2k\frac{\lambda}{2}$, или $d\sin\varphi = k\lambda$. Откуда определяем $\frac{d}{\lambda} = \frac{k}{\sin\varphi}$.

Вычисления: $\frac{d}{\lambda} = \frac{3}{\sin 18^\circ} = \frac{3}{0{,}3} = 10.$

Ответ: $\frac{d}{\lambda} = 10,\ d = 10\lambda.$

3. Определите наибольшее значение числа $k_{\max}$ — номер дифракционного максимума для $\lambda = 589$ нм при нормальном падении лучей на щель шириной $d = 2$ мкм. Сколько всего N наблюдается максимумов?

Дано	*Решение*
$\lambda = 589$ нм $=$ $= 5{,}89 \cdot 10^{-7}$ м $d = 2$ мкм $= 2 \cdot 10^{-6}$ м	
$k_{\max},\ N$ — ?	

Условие максимумов при дифракции в параллельных лучах при нормальном падении их на щель имеет вид: $d \sin \varphi = (2k + 1)\frac{\lambda}{2}$ (1), $k = 0, 1, 2, \ldots, k$ принимает максимальное значение при максимальном угле отклонения $\varphi = \frac{\pi}{2}$. Уравнение (1) (при $k_{\max}\ \sin\frac{\pi}{2} = 1$) будет иметь вид: $d = (2k_{\max} + 1)\frac{\lambda}{2}$, откуда $k_{\max} = \frac{2d - \lambda}{2\lambda}$.

Вычисления: $k_{\max} = \frac{2 \cdot 2 \cdot 10^{-6}\ \text{м} - 5{,}89 \cdot 10^{-7}\ \text{м}}{2 \cdot 5{,}89 \cdot 10^{-7}\ \text{м}} = 2{,}89.$

Число k принимает значения ряда целых чисел, следовательно, $k_{\max} = 2$. Два максимума располагаются симметрично справа и слева относительно центрального (или нулевого) максимума, поэтому $N = 1 + 2 \cdot 2 = 5$.

Ответ: $k_{\max} = 2$; $N = 5$.

4. На узкую щель нормально падает параллельный пучок монохроматического света. Длина волны падающего света укладывается в ширине щели 20 раз, т. е. $d = 20\lambda$. Определите ширину l центрального (нулевого) дифракционного максимума на экране, расположенном параллельно щели на расстоянии $L = 1$ м от нее.

Дано	*Решение*
$d = 20\lambda$ $L = 1$ м	
l — ?	

Ширина центрального максимума — l — это расстояние между минимумами 1-го порядка. Как видно из рис. 19.3: $\frac{l}{2} = L \operatorname{tg} \varphi$, или $l = 2L \operatorname{tg} \varphi$. Угол φ определим из условия дифракционных минимумов, при $k = 1$: $d \sin \varphi = 2k\frac{\lambda}{2}$, или $d \sin \varphi = \lambda$, откуда $\sin \varphi = \frac{\lambda}{d}$ или, учитывая, что $d = 20\lambda$:

$$\sin \varphi = \frac{\lambda}{20\lambda} = \frac{1}{20} = 0{,}05,$$

откуда $\varphi = \arcsin 0{,}05 = 3^\circ$, $\operatorname{tg} 3^\circ = 0{,}052$.

При малых $\varphi < 10^\circ$ можно считать, что $\sin \varphi \approx \operatorname{tg} \varphi = 0{,}05$. Покажем это.

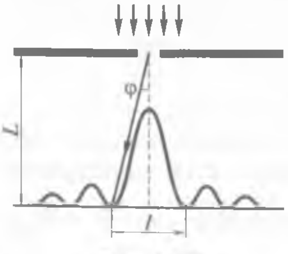


Рис. 19.3

$\mathrm{tg}\,\varphi = \dfrac{\sin\varphi}{\cos\varphi}$; учитывая, что $\cos\varphi = \sqrt{1-\sin^2\varphi}$, получим $\mathrm{tg}\,\varphi = \dfrac{\sin\varphi}{\sqrt{1-\sin^2\varphi}}$.

Вычисления: $\mathrm{tg}\,\varphi = \dfrac{0{,}05}{\sqrt{1-(0{,}05)^2}} \approx 0{,}05$; $l = 2\cdot 1\ \text{м}\cdot 0{,}05\ = 0{,}1$ м.

Ответ: $l = 0{,}1$ м.

5. На дифракционную решетку нормально падает монохроматический свет с длиной волны $\lambda = 600$ нм. Определите угол отклонения лучей φ, соответствующий максимуму второго порядка $k = 2$, если постоянная дифракционной решетки $c = 1\cdot 10^{-5}$ м.

Дано	***Решение***
$\lambda = 600$ нм $= 6\cdot 10^{-7}$ м $k_{\max} = 2$ $c = 1\cdot 10^{-5}$ м	Условие дифракционных максимумов при дифракции в параллельных лучах при нормальном падении их на дифракционную решетку имеет вид:
φ — ?	$c\sin\varphi = 2k\dfrac{\lambda}{2}$ **(1)**.

Из формулы (1) определяем $\sin\varphi = \dfrac{k\lambda}{c}$, откуда $\varphi = \arcsin\left(\dfrac{k\lambda}{c}\right)$.

Вычисления: $\varphi = \arcsin\left(\dfrac{2\cdot 6\cdot 10^{-7}\ \text{м}}{1\cdot 10^{-5}\ \text{м}}\right) = \arcsin 0{,}12 = 7°$.

Ответ: $\varphi = 7°$.

6. На дифракционную решетку нормально падает монохроматический свет длиной волны $\lambda = 0{,}5$ мкм. Угол отклонения лучей, соответствующий максимуму четвертого порядка, $\varphi = 30°$. Определите число штрихов N на 1 мм дифракционной решетки.

Дано	***Решение***
$\lambda = 0{,}5$ мкм $= 5\cdot 10^{-7}$ м $k_{\max} = 4$ $\varphi = 30°$	Число штрихов N, приходящихся на единицу длины, и постоянная дифракционной решетки связаны между собой соотношением
N — ?	$c = \dfrac{1}{N}$, или $N = \dfrac{1}{c}$ **(1)**.

Постоянную дифракционной решетки находим из условия дифракционных максимумов $c\sin\varphi = 2k\dfrac{\lambda}{2}$, откуда $c = \dfrac{k\lambda}{\sin\varphi}$ **(2)**.

Подставив формулу (2) в формулу (1), получим $N = \dfrac{\sin\varphi}{k\lambda}$.

Вычисления: $N = \dfrac{\sin 30°}{4\cdot 5\cdot 10^{-7}\ \text{м}} = 2{,}5\cdot 10^{5}\ \text{м}^{-1} = 250\ \text{мкм}^{-1}$.

Ответ: $N = 250\ \text{мкм}^{-1}$.

Поляризация света

1 Определите, под каким углом φ к горизонту должно находиться Солнце, чтобы лучи, отраженные от поверхности стекла, были максимально поляризованы.

Дано	*Решение*
$n_1 = 1$ $n_2 = 1{,}52$	Отраженные лучи будут максимально поляризованы, если для угла падения $\alpha_{Бр}$ выполняется условие Брюстера: $\operatorname{tg} i_{Бр} = \frac{n_2}{n_1}$ **(1)**, где n_1 и n_2 — показатели преломления воздуха и стекла соответственно.
φ — ?	

Из соотношения (1) определяем $\alpha_{Бр} = \operatorname{arctg}\frac{n_2}{n_1}$ **(2)**.

Солнце находится к горизонту под углом $\varphi = \frac{\pi}{2} - \alpha_{Бр}$, или

$$\varphi = 90^\circ - \operatorname{arctg}\frac{n_2}{n_1} \quad \mathbf{(3)}.$$

Вычисления: $\varphi = 90^\circ - \operatorname{arctg}\frac{1{,}52}{1} = 90^\circ - 56{,}7^\circ = 33{,}3^\circ$.

Ответ: $\varphi = 33{,}3^\circ$.

2. Луч света, проходя слой льда, падает на стеклянную пластинку, частично отражается, частично преломляется, при этом отраженный луч максимально поляризован. Определите γ — угол преломления луча в стекле.

Дано	*Решение*
$n_1 = 1{,}31$ $n_2 = 1{,}50$	Отраженный от стекла луч будет максимально поляризован, если для угла падения $\alpha_{Бр}$ выполняется условие Брюстера: $\operatorname{tg} i_{Бр} = \frac{n_2}{n_1}$ **(1)**, где n_1 и n_2 — показатели преломления льда и стекла соответственно.
γ — ?	

Из формулы (1) определяем $\alpha_{Бр} = \operatorname{arctg}\frac{n_2}{n_1}$ **(2)**.

При выполнении условия (1) отраженный и преломленный лучи будут перпендикулярны. Учитывая, что угол падения $\alpha_Б$ равен углу отражения β, т.е. $\alpha_{Бр} = \beta$, имеем $\alpha_{Бр} + \gamma = \frac{\pi}{2}$ **(3)**.

Из формулы (3) определяем:

$$\gamma = \frac{\pi}{2} - \alpha_{Бр} = 90^\circ - \operatorname{arctg}\frac{n_2}{n_1}.$$

Вычисления: $\gamma = 90^\circ - \operatorname{arctg}\frac{1{,}50}{1{,}31} = 90^\circ - 49{,}3^\circ = 40{,}7^\circ$.

Ответ: $\gamma = 40{,}7^\circ$.

Дисперсия света

1. Показатель преломления кварца для инфракрасных лучей ($\lambda_1 = 3{,}2$ мкм) равен $n_1 = 1{,}47$, а для ультрафиолетовых лучей ($\lambda_2 = 0{,}2$ мкм) — $n_2 = 1{,}65$. Определите скорость распространения в кварце инфракрасных лучей v_1 и ультрафиолетовых лучей v_2.

Дано	*Решение*
$\lambda_1 = 3{,}2$ мкм = $= 3{,}2 \cdot 10^{-6}$ м $n_1 = 1{,}47$ $\lambda_2 = 0{,}2$ мкм = $= 2 \cdot 10^{-5}$ м $n_2 = 1{,}65$	Скорость распространения инфракрасных и ультрафиолетовых лучей в кварце различна вследствие дисперсии света. В вакууме скорость распространения электромагнитных волн любой длины волны одна и та же и равна $c = 3 \cdot 10^8$ м/с. В веществе скорость зависит от длины волны и
v_1, v_2 — ?	

определяется по формуле $v = \frac{c}{n}$.

Вычисления: $v_1 = \frac{3 \cdot 10^8 \text{ м/с}}{1{,}47} = 2{,}04 \cdot 10^8$ м/с;

$$v_2 = \frac{3 \cdot 10^8 \text{ м/с}}{1{,}65} = 1{,}82 \cdot 10^8 \text{ м/с}.$$

Ответ: $v_1 = 2{,}04 \cdot 10^8$ м/с; $v_2 = 1{,}82 \cdot 10^8$ м/с.

РАЗДЕЛ VI ЭЛЕМЕНТЫ КВАНТОВОЙ ФИЗИКИ

Глава 20

КВАНТОВАЯ ОПТИКА

Квантовая гипотеза Планка. Фотоны

1. Определите длину волны λ, энергию ε, массу m и импульс p фотона, которому соответствует частота $\nu = 1{,}5 \cdot 10^{15}$ Гц.

Дано	*Решение*
$\nu = 1{,}5 \cdot 10^{15}$ Гц $c = 3 \cdot 10^8$ м/с $h = 6{,}63 \cdot 10^{-34}$ Дж · с	Длина волны λ и частота ν связаны между собой соотношением $\lambda = \frac{c}{\nu}$ **(1)**. Энергия фотона определяется по формуле: $\varepsilon = h\nu$ **(2)**, где h — постоянная Планка.
$\lambda, \varepsilon, m, p$ — ?	

Масса фотона может быть определена из формулы Эйнштейна: $\varepsilon = mc^2$, откуда $m = \frac{\varepsilon}{c^2}$ **(3)**.

Подставив в формулу (3) формулу (2), получаем $m = \frac{h\nu}{c^2}$ **(4)**.

Импульс фотона $p = mc$ **(5)**.

Подставив в формулу (5) формулу (4), определяем импульс:

$$p = \frac{h\nu}{c^2}c = \frac{h\nu}{c}.$$

Вычисления:

$$\lambda = \frac{3 \cdot 10^8\ \text{м/с}}{1{,}5 \cdot 10^{15}\ \text{Гц}} = 2 \cdot 10^{-7}\ \text{м};\ \varepsilon = 6{,}63 \cdot 10^{-34}\ \text{Дж} \cdot \text{с} \cdot 1{,}5 \cdot 10^{15}\ \text{Гц} = 9{,}9 \cdot 10^{-19}\ \text{Дж};$$

$$m = \frac{6{,}63 \cdot 10^{-34}\ \text{Дж} \cdot \text{с} \cdot 1{,}5 \cdot 10^{15}\ \text{Гц}}{(3 \cdot 10^8\ \text{м/с})^2} = 1{,}1 \cdot 10^{-35}\ \text{кг, или}$$

$$m = \frac{9{,}9 \cdot 10^{-19}\ \text{Дж}}{(3 \cdot 10^8\ \text{м/с})^2} = 1{,}1 \cdot 10^{-35}\ \text{кг};$$

$$p = \frac{6{,}63 \cdot 10^{-34}\ \text{Дж} \cdot \text{с} \cdot 1{,}5 \cdot 10^{15}\ \text{Гц}}{3 \cdot 10^8\ \text{м/с}} = 3{,}3 \cdot 10^{-27}\ (\text{кг} \cdot \text{м})/\text{с}.$$

***Ответ*:** $\lambda = 2 \cdot 10^{-7}$ м; $\varepsilon = 9{,}9 \cdot 10^{-19}$ Дж; $m = 1{,}1 \cdot 10^{-35}$ кг; $p = 3{,}3 \cdot 10^{-27}$ (кг · м)/с.

2. Свет распространяется в стекле, показатель преломления которого $n = 1{,}5$. Определите энергию фотона ε, если длина волны света в стекле $\lambda = 382$ нм.

Дано	*Решение*
$n = 1{,}5$ $\lambda = 382$ нм $= 3{,}82 \cdot 10^{-7}$ м $c = 3 \cdot 10^8$ м/с $h = 6{,}63 \cdot 10^{-34}$ Дж · с	При переходе света из вакуума или воздуха в среду с показателем преломления n длина волны света уменьшается в n раз, частота света остается неизменной: $\lambda = \frac{\lambda_0}{n}$ **(1)**, где λ_0 и λ — соответственно длина волны в вакууме (воздухе) и в среде.
ε — ?	

Энергия фотона: $\varepsilon = \frac{hc}{\lambda_0}$ **(2)**, или с учетом формулы (1) имеем: $\varepsilon = \frac{hc}{\lambda n}$, где h — постоянная Планка; c — скорость света в вакууме.

Вычисления: $\varepsilon = \frac{6{,}63 \cdot 10^{-34}\ \text{Дж} \cdot \text{с} \cdot 3 \cdot 10^8\ \text{м/с}}{3{,}82 \cdot 10^{-7}\ \text{м} \cdot 1{,}5} = 3{,}46 \cdot 10^{-19}$ Дж.

***Ответ*:** $\varepsilon = 3{,}46 \cdot 10^{-19}$ Дж.

3. Определите максимальную частоту $\nu_{\max}$ и минимальную длину $\lambda_{\min}$ волны в сплошном спектре рентгеновских лучей, если рентгеновская трубка работает под напряжением $U = 50$ кВ.

Дано	*Решение*
$U = 50$ кВ $= 5 \cdot 10^4$ В $h = 6{,}63 \cdot 10^{-34}$ Дж · с $c = 3 \cdot 10^8$ м/с $e = 1{,}6 \cdot 10^{-19}$ Кл	В результате торможения быстрых электронов возникает тормозное рентгеновское излучение, которое имеет сплошной непрерывный спектр. Максимальная энергия рентгеновского излучения ε не может превышать кинетическую энергию электрона, которую он получил в ускоряющем поле: $E_к = eU$, следовательно, $\varepsilon = eU$ **(1)**.
$\nu_{\max}, \lambda_{\min}$ — ?	

Согласно гипотезе Планка, $\varepsilon = h\nu_{\max}$ **(2)**.

Приравняв правые части формул (1) и (2), получим $h\nu_{\max} = eU$, откуда

$$\nu_{\max} = \frac{eU}{h}\ \textbf{(3)}.$$

Максимальной частоте излучения $\nu_{\max}$ соответствует минимальная длина волны $\lambda_{\min}$:

$$\lambda_{\min} = \frac{c}{\nu_{\max}}.$$

Вычисления:

$$\nu_{\max} = \frac{1{,}6 \cdot 10^{-19}\ \text{Кл} \cdot 5 \cdot 10^4\ \text{В}}{6{,}63 \cdot 10^{-34}\ \text{Дж} \cdot \text{с}} = 1{,}2 \cdot 10^{19}\ \text{Гц};\ \lambda_{\min} = \frac{3 \cdot 10^8\ \text{м/с}}{1{,}2 \cdot 10^{19}\ \text{Гц}} = 2{,}5 \cdot 10^{-11}\ \text{м} = 25\ \text{пм}.$$

***Ответ*:** $\nu_{\max} = 1{,}2 \cdot 10^{19}$ Гц; $\lambda_{\min} = 25$ пм.

4. При бомбардировке атомов ртути электронами атом ртути переходит в первое возбужденное состояние, если электроны передают ему энергию

$E = 4{,}9$ эВ. Определите λ — длину волны света, испускаемого атомом ртути при переходе из первого возбужденного состояния в основное.

Дано	*Решение*
$E = 4{,}9$ эВ = $= 7{,}84 \cdot 10^{-19}$ Дж* $h = 6{,}63 \cdot 10^{-34}$ Дж · с $c = 3 \cdot 10^{8}$ м/с	При переходе в основное состояние атом ртути испускает фотоны энергией: $\varepsilon = h\nu$, или $\varepsilon = \frac{hc}{\lambda}$ (**1**). Из уравнения (1) определяем λ — длину волны: $\lambda = \frac{hc}{\varepsilon}$ (**2**).
λ — ?	

Энергия испускаемого фотона ε равна энергии электрона E, т. е. $\varepsilon = E$ (**3**).

Подставив формулу (3) в формулу (2), получим: $\lambda = \frac{hc}{E}$ (**4**).

Вычисления: $\lambda = \frac{6{,}63 \cdot 10^{-34} \text{ Дж} \cdot \text{с} \cdot 3 \cdot 10^{8} \text{ м/с}}{7{,}84 \cdot 10^{-19} \text{ Дж}} \approx 2{,}5 \cdot 10^{-7}$ м.

Ответ: $\lambda \approx 2{,}5 \cdot 10^{-7}$ м.

Внешний и внутренний фотоэлектрический эффект

1. Определите красноволновую границу фотоэффекта $\lambda_{\text{кр}}$ для натрия, если работа выхода электрона из фотокатода $A = 2{,}3$ эВ.

Дано	*Решение*
$h = 6{,}63 \cdot 10^{-34}$ Дж · с $c = 3 \cdot 10^{8}$ м/с $A = 2{,}3$ эВ = $= 3{,}68 \cdot 10^{-19}$ Дж	Запишем уравнение для красной границы фотоэффекта и вычислим из него искомую длину волны: $h\nu_{\text{кр}} = A_{\text{вых}}$, или $\frac{hc}{\lambda_{\text{кр}}} = A_{\text{вых}}$, откуда $\lambda_{\text{кр}} = \frac{hc}{A_{\text{вых}}}$.
$\lambda_{\text{кр}}$ — ?	*Вычисления*:

$$\lambda_{\text{кр}} = \frac{6{,}63 \cdot 10^{-34} \text{ Дж} \cdot \text{с} \cdot 3 \cdot 10^{8} \text{ м/с}}{3{,}68 \cdot 10^{-19} \text{ Дж}} = 5{,}4 \cdot 10^{-7} \text{ м.}$$

Ответ: $\lambda_{\text{кр}} = 5{,}4 \cdot 10^{-7}$ м.

2. Определите максимальную скорость $v_{\max}$ электронов, вылетающих с поверхности цезия, если на цезий падает свет длиной волны $\lambda = 4 \cdot 10^{-7}$ м. Работа выхода электронов из цезия $A_{\text{вых}} = 1{,}8$ эВ.

Дано	*Решение*
$\lambda = 4 \cdot 10^{-7}$ м $A_{\text{вых}} = 1{,}8$ эВ = $= 2{,}88 \cdot 10^{-19}$ Дж $h = 6{,}63 \cdot 10^{-34}$ Дж · с $c = 3 \cdot 10^{8}$ м/с $m = 9{,}1 \cdot 10^{-31}$ кг	Уравнение Эйнштейна для фотоэффекта имеет вид $\frac{hc}{\lambda} = A_{\text{вых}} + \frac{mv_{\max}^2}{2}$, или $\frac{mv_{\max}^2}{2} = \frac{hc}{\lambda} - A_{\text{вых}}$, откуда $v_{\max} = \sqrt{\frac{2\left(\frac{hc}{\lambda} - A_{\text{вых}}\right)}{m}}$, где m — масса электрона.
$v_{\max}$ — ?	

---

* 1 эВ = $1{,}6 \cdot 10^{-19}$ Кл · 1В = $1{,}6 \cdot 10^{-19}$ Дж.

Вычисления:

$$v_{\max} = \sqrt{\frac{2\left(\frac{6{,}63 \cdot 10^{-34} \text{ Дж} \cdot \text{с} \cdot 3 \cdot 10^{8} \text{ м/с}}{4 \cdot 10^{-7} \text{ м}} - 2{,}88 \cdot 10^{-19} \text{ Дж}\right)}{9{,}1 \cdot 10^{-31} \text{ кг}}} \approx 6{,}6 \cdot 10^{5} \text{ м/с.}$$

Ответ: $v_{\max} \approx 6{,}6 \cdot 10^{5}$ м/с.

3. При облучении фотоэлемента светом частотой $\nu = 1{,}6 \cdot 10^{15}$ Гц фототок прекращается при задерживающем напряжении $U_з = 4{,}1$ В. Определите работу выхода $A_{\text{вых}}$ электрона с поверхности фотокатода и красную границу фотоэффекта $\lambda_{\text{кр}}$.

Дано	*Решение*
$\nu = 1{,}6 \cdot 10^{15}$ Гц $U_з = 4{,}1$ В $h = 6{,}63 \cdot 10^{-34}$ Дж · с $e = 1{,}6 \cdot 10^{-19}$ Кл	Электрон может пролететь через тормозящее поле, разность потенциалов которого U, если $eU \le \frac{mv^2}{2}$ (**1**),
$A_{\text{вых}}$ — ? $\lambda_{\text{кр}}$ — ?	где $\frac{mv^2}{2}$ — кинетическая энергия электронов.

Уравнение Эйнштейна для фотоэффекта в данном случае имеет вид: $h\nu = A_{\text{вых}} + eU_з$ (**2**), откуда $A = h\nu - eU_з$ (**3**).

Уравнение Эйнштейна для красной границы фотоэффекта имеет вид:

$$A_{\text{вых}} = \frac{hc}{\lambda_{\text{кр}}}, \text{ откуда } \lambda_{\text{кр}} = \frac{hc}{A_{\text{вых}}}.$$

Вычисления:

$A_{\text{вых}} = 6{,}63 \cdot 10^{-34}$ Дж · с · $1{,}6 \cdot 10^{15}$ Гц − $1{,}6 \cdot 10^{-19}$ Кл · 4,1 В = $4 \cdot 10^{-19}$ Дж;

$$\lambda_{\text{кр}} = \frac{6{,}63 \cdot 10^{-34} \text{ Дж} \cdot \text{с} \cdot 3 \cdot 10^{8} \text{ м/с}}{4 \cdot 10^{-19} \text{ Дж}} \approx 5 \cdot 10^{-7} \text{ м.}$$

Ответ: $A_{\text{вых}} = 4 \cdot 10^{-19}$ Дж; $\lambda_{\text{кр}} \approx 5 \cdot 10^{-7}$ м.

Глава 21

ФИЗИКА АТОМА

Закономерности в атомных спектрах водорода

1. Определите длину λ волны и энергию ε фотона, испускаемого при переходе электрона в атоме водорода с третьего энергетического уровня на второй.

Дано	*Решение*
$n_1 = 3$ $n_2 = 2$ $R' = 1{,}09 \cdot 10^7$ м$^{-1}$ $h = 6{,}63 \cdot 10^{-34}$ Дж · с	Длина волны излучения определяется по формуле: $\frac{1}{\lambda} = R'\left(\frac{1}{n_2^2} - \frac{1}{n_1^2}\right)$ **(1)**, где R' — постоянная Ридберга; n_1 — номер энергетического уровня (орбиты), с которого переходит электрон; n_2 — номер энергетического уровня (орбиты), на который переходит электрон.
λ , ε — ?	

Энергию фотона определим по формуле: $\varepsilon = \frac{hc}{\lambda}$ **(2)**.

Вычисления: $\frac{1}{\lambda} = 1{,}09 \cdot 10^7$ м$^{-1}\left(\frac{1}{4} - \frac{1}{9}\right) = 1{,}5 \cdot 10^6$ м$^{-1}$;

$$\lambda = \frac{1}{1{,}5 \cdot 10^6 \text{ м}^{-1}} = 0{,}67 \cdot 10^{-6} \text{ м} = 0{,}67 \text{ мкм};$$

$$\varepsilon = \frac{6{,}63 \cdot 10^{-34} \text{ Дж} \cdot \text{с} \cdot 3 \cdot 10^8 \text{ м/с}}{6{,}7 \cdot 10^{-7} \text{ м}} = 2{,}96 \cdot 10^{-19} \text{ Дж} = 2{,}96 \text{ эВ}.$$

Ответ: λ = 0,67 мкм; ε = 2,96 эВ.

2. Определите частоту ν света, излучаемого атомом водорода, при переходе электрона на уровень с главным квантовым числом $i = 2$, если радиус орбиты электрона изменился в девять раз.

Дано	*Решение*
$i = 2$ $\frac{r_i}{r_n} = \frac{1}{9}$ $R = 3{,}29 \cdot 10^{15}$ с$^{-1}$	Частота света, излучаемого атомом водорода, определяется по формуле: $\nu = R\left(\frac{1}{i^2} - \frac{1}{n^2}\right)$ **(1)**, где R — постоянная Ридберга; n — номер орбиты, с которой переходит электрон; $i = 2$ — номер орбиты, на которую переходит электрон.
ν — ?	

Из формулы $r_n = n^2 r_Б$ для радиуса орбиты и условия задачи: $\frac{i^2}{n^2} = \frac{r_i}{r_n} = \frac{1}{9}$.

Разделив и умножив правую часть равенства (1) на i^2, получим:

$$\nu = R\left(1 - \frac{i^2}{n^2}\right)\frac{1}{i^2}.$$

Вычисления: $\nu = 3{,}29 \cdot 10^{15}\ \text{c}^{-1}\left(1 - \frac{1}{9}\right)\frac{1}{4} = 0{,}73 \cdot 10^{15}\ \text{c}^{-1} = 7{,}3 \cdot 10^{14}\ \text{c}^{-1}$.

Ответ: $\nu = 7{,}3 \cdot 10^{14}\ \text{c}^{-1}$.

3. Наибольшая длина волны спектральной водородной линии серии Бальмера $\lambda_1 = 0{,}656$ мкм. Определите по этой длине волны наибольшую длину волны λ_2 серии Пашена.

Дано	***Решение***
$\lambda_1 = 0{,}656$ мкм $= 6{,}56 \cdot 10^{-7}$ м	Длина волны излучения атома водорода $\frac{1}{\lambda} = R'\left(\frac{1}{n_1^2} - \frac{1}{n_2^2}\right)$, где R' — постоянная Ридберга.
λ_2 — ?	

Длина волны излучения:

- для серии Бальмера $\frac{1}{\lambda_1} = R'\left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{n_2^2}\right)$ **(1)**;
- для серии Пашена $\frac{1}{\lambda_2} = R'\left(\frac{1}{3^2} - \frac{1}{n_2^2}\right)$ **(2)**.

Наибольшая длина волны в каждой серии соответствует $n_2 = n_1 + 1$. Тогда формулы (1) и (2) будут иметь вид:

$$\frac{1}{\lambda_1} = R'\left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{3^2}\right)\ \textbf{(3)};\quad \frac{1}{\lambda_2} = R'\left(\frac{1}{3^2} - \frac{1}{4^2}\right)\ \textbf{(4)}.$$

Разделив формулу (4) на формулу (3), получим

$$\frac{\lambda_2}{\lambda_1} = \frac{5 \cdot 144}{36 \cdot 7} = 2{,}86, \text{ или } \lambda_2 = 2{,}86\lambda_1.$$

Вычисления: $\lambda_2 = 2{,}86 \cdot 6{,}56 \cdot 10^{-7}$ м $= 1{,}88 \cdot 10^{-6}$ м $= 1{,}88$ мкм.

Ответ: $\lambda_2 = 1{,}88$ мкм.

4. Определите энергию ионизации E_i атома водорода. Вычислите энергию в джоулях и электронвольтах.

Дано	***Решение***
$h = 6{,}63 \cdot 10^{-34}$ Дж · с $n = 1$ $R = 3{,}29 \cdot 10^{15}\ \text{c}^{-1}$	Энергия ионизации атома — энергия, необходимая для удаления электрона из атома, находящегося в основном состоянии, без сообщения электрону кинетической энергии: $E_i = h\nu_{\max}$ **(1)**.
E_i — ?	

Частоту ν определим по формуле: $\nu = R\left(\frac{1}{n_1^2} - \frac{1}{n_2^2}\right)$.

Частота будет максимальной при $n_2 \to \infty$: $\nu_{\max} = \frac{R}{n_1^2}$ или, учитывая, что $n_1 = 1$, $\nu_{\max} = R$ **(2)**.

Подставив формулу (2) в формулу (1), получим

$$E_i = hR.$$

Вычисления: $E_i = 6{,}63 \cdot 10^{-34}$ Дж · с · $3{,}29 \cdot 10^{15}\ \text{c}^{-1} = 2{,}18 \cdot 10^{-18}$ Дж;

1 эВ $= 1{,}6 \cdot 10^{-19}$ Дж, поэтому $E_i = \frac{2{,}18 \cdot 10^{-18}}{1{,}6 \cdot 10^{-19}}$ эВ $= 13{,}6$ эВ.

Ответ: $E_i = 2{,}18 \cdot 10^{-18}$ Дж $= 13{,}6$ эВ.

5 Определите минимальную энергию E_i, необходимую для полного отрыва электрона от ядра двукратно ионизированного атома лития (Li), если электрон находится в основном состоянии ($n = 1$).

Дано	*Решение*
$n = 1$; $Z = 3$ $e = 1{,}6\cdot10^{-19}$ Кл $m_e = 9{,}1\cdot10^{-31}$ кг $\varepsilon_0 = 8{,}85\cdot10^{-12}$ Ф/м $h = 6{,}63\cdot10^{-34}$ Дж $\cdot$ с	У атома лития три электрона, заряд ядра атома лития Ze, где Z — порядковый номер лития в Периодической системе элементов Д. И. Менделеева; e — заряд электрона. У двукратно ионизированного атома лития один электрон, который находится в основном состоянии ($n = 1$) и обладает энергией
E_i — ?	

$$E = -\frac{1}{n^2}\frac{Z^2 m_e e^4}{8h^2\varepsilon_0^2}.$$

Минимальную энергию E_i, которая потребуется для отрыва электрона от ядра двукратно ионизированного атома лития без сообщения ему кинетической энергии, определяем согласно второму постулату Бора,

$$E_i = 0 - E = 0 + \frac{1}{n^2}\frac{Z^2 m_e e^4}{8h^2\varepsilon_0^2} = \frac{1}{n^2}\frac{Z^2 m_e e^4}{8h^2\varepsilon_0^2}.$$

Вычисления: $E_i = \frac{1}{1^2}\frac{3^2\cdot 9{,}1\cdot10^{-31}\ \text{кг}\,(1{,}6\cdot10^{-19}\ \text{Кл})^4}{8\cdot(6{,}63\cdot10^{-34}\ \text{Дж}\cdot\text{с})^2(8{,}85\cdot10^{-12}\ \text{Ф/м})^2} = 1{,}96\cdot10^{-17}$ Дж.

Ответ: $E_i = 1{,}96\cdot10^{-17}$ Дж.

Ядерная (планетарная) модель атома. Опыты Резерфорда

1 При переходе электрона с одной стационарной орбиты на другую энергия атома водорода уменьшается на $\Delta E = 10{,}2$ эВ. Определите длину λ волны и частоту ν излучаемого кванта. Какой области спектра принадлежит это излучение?

Дано	*Решение*
$\Delta E = 10{,}2$ эВ = $= 16{,}3\cdot10^{-19}$ Дж $h = 6{,}63\cdot10^{-34}$ Дж $\cdot$ с $c = 3\cdot10^8$ м/с	По второму постулату Бора: $h\nu = E_2 - E_1$ **(1)**, где h — постоянная Планка; ν — частота излучаемого света. $\Delta E = E_2 - E_1$ **(2)**.
λ, ν — ?	Из формул (1) и (2) получаем: $\Delta E = h\nu$ **(3)**.

Частота света (фотона) ν связана с его скоростью c и длиной волны λ выражением:

$$\nu = \frac{c}{\lambda},\ \text{откуда}\ \lambda = \frac{c}{\nu}\ \text{или}\ \lambda = \frac{ch}{\Delta E}\ \mathbf{(4)}.$$

Вычисления: $\lambda = \frac{3\cdot10^8\ \text{м/с}\cdot6{,}63\cdot10^{-34}\ \text{Дж}\cdot\text{с}}{16{,}3\cdot10^{-19}\ \text{Дж}} = 1{,}2\cdot10^{-7}\ \text{м} = 0{,}12\ \text{мкм};$

$$\nu = \frac{3 \cdot 10^8 \text{ м/с}}{1{,}2 \cdot 10^{-7} \text{ м}} = 2{,}5 \cdot 10^{15} \text{ с}^{-1}.$$

Область видимого света от $\lambda_{кр} = 0{,}76$ мкм — красные лучи до $\lambda_ф = 0{,}38$ мкм — фиолетовые; $\lambda < \lambda_ф$; $\lambda = 0{,}12$ мкм — ультрафиолетовая область спектра.

Ответ: $\lambda = 0{,}12$ мкм; $\nu = 2{,}5 \cdot 10^{15}$ с$^{-1}$, ультрафиолетовые лучи.

2. Используя теорию Бора для атома водорода, определите радиус r_2 второй орбиты электрона атома водорода и скорость v_2 электрона на этой орбите.

Дано	***Решение***
$n = 2$ $h = 6{,}63 \cdot 10^{-34}$ Дж · с $m_e = 9{,}1 \cdot 10^{-31}$ кг $e = 1{,}6 \cdot 10^{-19}$ Кл $\varepsilon_0 = 8{,}85 \cdot 10^{-12}$ Ф/м	По теории Бора электроны в атоме водорода движутся по круговым орбитам. Сила взаимодействия между электрическими зарядами ядра и электрона (кулоновская сила) сообщает электрону центростремительное ускорение $\frac{m_e v_n^2}{r_n} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{e^2}{r_n^2}$ **(1)**.
r_2, v_2 — ?	

Радиус орбиты r_n и скорость v_n электрона на ней связаны равенством (первый постулат Бора): $m_e v_n r_n = \frac{nh}{2\pi}$ **(2)**, где $n = 1, 2, 3, \ldots$ — номера орбит.

Из формулы (2) определим $v_n = \frac{nh}{2\pi m_e r_n}$ **(3)**.

Подставив формулу (3) в выражение (1), получим

$$\frac{m_e}{r_n}\left(\frac{nh}{2\pi m_e r_n}\right)^2 = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{e^2}{r_n^2} \quad \textbf{(4)}.$$

Из равенства (4) определим r_n: $r_n = n^2 \frac{h^2 \varepsilon_0}{\pi m_e e^2}$ **(5)**.

Подставив формулу (5) в выражение (3), получим

$$v_n = \frac{nh\pi m_e e^2}{2\pi m_e n^2 h^2 \varepsilon_0} = \frac{e^2}{2nh\varepsilon_0}.$$

Вычисления: $r_2 = 2^2 \frac{(6{,}63 \cdot 10^{-34} \text{ Дж} \cdot \text{с})^2 \cdot 8{,}85 \cdot 10^{-12} \text{ Ф/м}}{3{,}14 \cdot 9{,}1 \cdot 10^{-31} \text{ кг} \cdot (1{,}6 \cdot 10^{-19} \text{ Кл})^2} = 2{,}11 \cdot 10^{-10}$ м;

$$v_2 = \frac{(1{,}6 \cdot 10^{-19} \text{ Кл})^2}{2 \cdot 2 \cdot 6{,}63 \cdot 10^{-34} \text{ Дж} \cdot \text{с} \cdot 8{,}85 \cdot 10^{-12} \text{ Ф/м}} = 1{,}09 \cdot 10^6 \text{ м/с}.$$

Ответ: $r_2 = 2{,}11 \cdot 10^{-10}$ м; $v_2 = 1{,}09 \cdot 10^6$ м/с.

3. Используя результаты, полученные при решении предыдущей задачи, определите кинетическую $E_к$, потенциальную $E_п$ и полную E энергию электрона, находящегося на второй орбите атома водорода.

Дано	*Решение*
$r_2 = 2{,}11 \cdot 10^{-10}$ м $v_2 = 1{,}09 \cdot 10^{6}$ м/с $m_e = 9{,}1 \cdot 10^{-31}$ кг $e = 1{,}6 \cdot 10^{-19}$ Кл $\varepsilon = 8{,}85 \cdot 10^{-12}$ Ф/м	Кинетическая энергия электрона определяется по формуле: $E_к = \frac{m_e v_2^2}{2}$ (**1**); потенциальная энергия – $E_п = -\frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0 r_2}$ (**2**).
$E_к$, $E_п$, E — ?	

Полная энергия равна сумме кинетической и потенциальной энергии:

$$E = E_к + E_п \text{ (3)}.$$

Вычисления: $E_к = \frac{9{,}1 \cdot 10^{-31} \text{ кг} \cdot (1{,}09 \cdot 10^{6} \text{ м/с})^2}{2} = 5{,}4 \cdot 10^{-19} \text{ Дж} = 5{,}4 \text{ эВ};$

$$E_п = -\frac{(1{,}6 \cdot 10^{-19} \text{ Кл})^2}{4 \cdot 3{,}14 \cdot 8{,}85 \cdot 10^{-12} \text{ Ф/м} \cdot 2{,}11 \cdot 10^{-10} \text{ м}} = -1{,}09 \cdot 10^{-18} \text{ Дж} = -10{,}9 \text{ эВ};$$

$$E = 5{,}4 \cdot 10^{-19} \text{ Дж} - 1{,}09 \cdot 10^{-18} \text{ Дж} = -5{,}5 \cdot 10^{-19} \text{ Дж} = -5{,}5 \text{ эВ}.$$

Ответ: $E_к = 5{,}4$ эВ; $E_п = -10{,}9$ эВ; $E = -5{,}5$ эВ.

Глава 22

ФИЗИКА АТОМНОГО ЯДРА

Естественная радиоактивность

1. За один год осталось 40 % некоторого исходного радиоактивного элемента. Определите период полураспада $T_{1/2}$ этого элемента.

Дано	*Решение*
$t = 1$ год $N = 0{,}4N_0$	Закон радиоактивного распада: $N = N_0 e^{-\lambda t}$ (**1**). Период полураспада и постоянная распада связаны между собой соотношением: $\lambda = \frac{\ln 2}{T_{1/2}}$ (**2**).
$T_{1/2}$ — ?	

Подставив формулу (2) в формулу (1), имеем: $N = N_0 e^{\frac{-t \ln 2}{T_{1/2}}}$, или $\frac{N_0}{N} = e^{\frac{t \ln 2}{T_{1/2}}}$ (**3**).
После логарифмирования получим $\ln\frac{N_0}{N} = \frac{t \ln 2}{T_{1/2}}$ (**4**).

Из уравнения (4) определяем $T_{1/2}$:

$$T_{1/2} = \frac{t \ln 2}{\ln\frac{N_0}{N}}.$$

Вычисления: $T_{1/2} = \frac{1 \text{ год} \cdot \ln 2}{\ln\frac{N_0}{0{,}4N_0}} = \frac{1 \text{ год} \cdot \ln 2}{\ln 2{,}5} = 0{,}75$ года.

Ответ: $T_{1/2} = 0{,}75$ года.

2. Период полураспада изотопа радиоактивного стронция $T_{1/2} = 27$ лет. Определите постоянную λ распада и среднее время жизни τ радиоактивного ядра.

Дано	*Решение*
$T_{1/2} = 27$ лет	Постоянная радиоактивного распада λ и период полураспада $T_{1/2}$ связаны соотношением: $\lambda = \frac{\ln 2}{T_{1/2}}$ (**1**).
λ, τ — ?	

Среднее время жизни радиоактивного изотопа: $\tau = \frac{1}{\lambda}$, или $\tau = \frac{T_{1/2}}{\ln 2}$ (**2**).

Вычисления: $\lambda = \frac{\ln 2}{27 \text{ лет}} = \frac{0{,}693}{27 \text{ лет}} = 2{,}57 \cdot 10^{-2}$ года; $\tau = \frac{27 \text{ лет}}{0{,}693} = 38{,}96$ года.

Ответ: $\lambda = 2{,}57 \cdot 10^{-2}$ года; $\tau = 38{,}96$ года.

3. Период полураспада $T_{1/2}$ радиоактивного аргона ${}^{41}_{18}\mathrm{Ar}$ равен 110 мин. Определите время t, в течение которого распадается 75 % начального количества атомов.

Дано	*Решение*
$T_{1/2} = 110$ мин $\Delta N = 0{,}75N_0$	Число распавшихся радиоактивных атомов в течение времени t равно $\Delta N = N_0 - N = N_0(1 - e^{-\lambda t})$ **(1)**, так как $N = N_0 e^{-\lambda t}$.
t — ?	

По условию задачи $\Delta N = 0{,}75N_0$. Подставим это значение ΔN в формулу (1) и сократим N_0: $0{,}75 = 1 - e^{-\lambda t}$, или $e^{-\lambda t} = 0{,}25$.

Логарифмируя последнее выражение, получим $t = \dfrac{\ln\dfrac{1}{0{,}25}}{\lambda}$.

Подставив значение λ из формулы $\lambda = \dfrac{\ln 2}{T_{1/2}}$, находим $t = \dfrac{\ln 4}{\ln 2}T_{1/2}$.

Вычисления: учитывая, что $\ln 2 \approx 0{,}693$ и $\ln 4 \approx 1{,}386$,

$$t = \frac{1{,}386}{0{,}693} \cdot 110\,\text{мин} = 220\,\text{мин}.$$

Ответ: $t = 220$ мин.

4. В начальный момент времени ($t = 0$) активность некоторого радиоактивного элемента составляла $A_0 = 200$ Бк. Определите его активность A через промежуток времени $t = 2T_{1/2}$, равный двум периодам полураспада.

Дано	*Решение*
$A_0 = 200$ Бк $t = 2T_{1/2}$	Активность радиоактивного изотопа изменяется по закону: $A = A_0 e^{-\lambda t}$ **(1)**, где λ — постоянная радиоактивного распада; $\lambda = \dfrac{\ln 2}{T_{1/2}}$ **(2)**.
A — ?	

Подставив формулу (2) в формулу (1), имеем: $A = A_0 e^{-\frac{t\ln 2}{T_{1/2}}}$ **(3)**.

Учитывая, что $t = 2T_{1/2}$ и формулу (3), получим $A = A_0 e^{-\frac{\ln 2(2T_{1/2})}{T_{1/2}}} = A_0 e^{-2\ln 2}$.

Вычисления: $A = 200$ Бк $\cdot\, e^{-2\ 0{,}693} = 200$ Бк $\cdot\, e^{-1{,}386} \approx 49{,}97$ Бк ≈ 50 Бк.

Ответ: $A \approx 50$ Бк.

Состав атомного ядра

1. Пользуясь Периодической системой элементов Д.И.Менделеева, опишите состав следующих нуклидов: ${}^{234}_{92}\mathrm{X}$, ${}^{235}_{92}\mathrm{X}$, ${}^{238}_{92}\mathrm{X}$.

Дано	*Решение*
${}^{234}_{92}\mathrm{X}$, ${}^{235}_{92}\mathrm{X}$, ${}^{238}_{92}\mathrm{X}$	В условии задачи представлены ядра химического элемента, имеющего порядковый номер $Z = 92$. Этот порядковый номер имеет элемент уран, сим-
Z, A, N — ?	

вол урана U. В состав ядра урана входят $Z = 92$ протона, следовательно, $^{234}_{92}U$, $^{235}_{92}U$, $^{238}_{92}U$ — это изотопы урана, заряд ядра которых

$$+Ze = 92 \cdot 1{,}6 \cdot 10^{-19}\ Кл = 147{,}9 \cdot 10^{-19}\ Кл.$$

Изотопы имеют в составе ядра одинаковое число протонов, но различное число нейтронов.

Изотопы	Число протонов	Массовое число A	Число нейтронов $N = A - Z$
$^{234}_{92}U$	92	234	142
$^{235}_{92}U$	92	235	143
$^{238}_{92}U$	92	238	146

2. Пользуясь Периодической системой элементов Д. И. Менделеева, опишите состав следующих нуклидов: $^{210}_{81}X$, $^{210}_{82}X$, $^{210}_{83}X$.

Дано

$^{210}_{81}X$

$^{210}_{82}X$

$^{210}_{83}X$

Z, A, N — ?

Решение

В условии задачи представлены ядра различных химических элементов, так как у них различный Z — порядковый номер:

- если $Z = 81$, то это ядро таллия $^{210}_{81}Tl$;
- если $Z = 82$, то это ядро свинца $^{210}_{82}Pb$;
- если $Z = 83$, то это ядро висмута $^{210}_{83}Bi$.

Эти ядра имеют одинаковое массовое число $A = 210$. Ядра, которые при одинаковом A имеют различные Z, называют *изобарами*.

Изобары	Число протонов	Массовое число A	Число нейтронов $N = A - Z$
$^{210}_{81}Tl$	81	210	129
$^{210}_{82}Pb$	82	210	128
$^{210}_{83}Bi$	83	210	127

3. Вычислите дефект массы Δm, энергию связи $E_{св}$ и удельную энергию связи $E_{уд}$ ядра $^{16}_{8}O$.

Дано

$^{16}_{8}O$

Δm — ? $E_{св}$ — ?

$E_{уд}$ — ?

Решение

Дефект массы Δm ядра определяется по формуле: $\Delta m = [Zm_p + (A - Z)m_n] - m_я$ **(1)**, где Z — зарядовое число; A — массовое число; m_p — масса протона; m_n — масса нейтрона; $m_я$ — масса ядра.

Формулу (1) можно также записать в виде $\Delta m = [Zm_{^1_1H} + (A - Z)m_n] - m_а$ **(2)**, где $m_{^1_1H}$ — масса атома ^1_1H; $m_а$ — масса атома, дефект массы ядра которого определяется.

Из справочных таблиц находим:

$$m_{^1_1H} = 1{,}00783\ а.е.м.;\ m_n = 1{,}00867\ а.е.м.;\ m_{^{16}_8O} = 15{,}99492\ а.е.м.$$

Подставив в формулу (2) числовые данные (для $^{16}_{8}O$: $Z = 8$ и $A = 16$), получаем $\Delta m = 0{,}13708$ а.е.м.

Энергия связи ядра $E_{св}$ определяется по формуле: $E_{св} = c^2\Delta m$ **(3)**, где c — скорость света в вакууме.

Если дефект массы Δm выразить в а.е.м., а энергию связи $E_{св}$ — в МэВ, то формула (3) принимает вид: $E_{св} = 931\Delta m$.

Удельная энергия связи $E_{уд}$ вычисляется по формуле: $E_{уд} = \dfrac{E_{св}}{A}$.

Вычисления: $E_{св}$ = 931 МэВ/а.е.м. · 0,13708 а.е.м. = 128 МэВ;

$$E_{уд} = \frac{128 \text{ МэВ}}{16 \text{ нуклон}} = 8 \text{ МэВ/нуклон}.$$

Ответ: Δm = 0,13708 а.е.м.; $E_{св}$ = 128 МэВ; $E_{уд}$ = 8 МэВ/нуклон.

4. Определите ΔE — энергию, которая выделится при образовании из протонов и нейтронов ядер изотопа водорода — дейтерия ^2_1H массой m_1 = 2 г.

Дано	*Решение*
^2_1H $m_1 = 2$ г $= 2 \cdot 10^{-3}$ кг $M = 2 \cdot 10^{-3}$ кг/моль $M_я = 3{,}3325 \cdot 10^{-27}$ кг $N_А = 6{,}02 \cdot 10^{23}$ моль$^{-1}$ $m_p = 1{,}6727 \cdot 10^{-27}$ кг $m_n = 1{,}6748 \cdot 10^{-27}$ кг	Энергию, выделяющуюся при образовании ядра дейтерия ^2_1H, определяем по формуле взаимосвязи массы и энергии: $\Delta E = \Delta mc^2N$ **(1)**, где Δm — дефект массы одного ядра; c — скорость света в вакууме; N — число ядер в массе m: $N = \dfrac{m_1}{M}N_А$ **(2)**, где M — атомная масса дейтерия; $N_А$ — число Авогадро.
ΔE — ?	

Дефект массы ядра находим по формуле:

$$\Delta m = [Zm_p + (A - Z)m_n] - M_я \ \textbf{(3)}, \text{ где } Z = 1;\ A = 2.$$

Вычисления: $N = \dfrac{2 \cdot 10^{-3} \text{ кг}}{2 \cdot 10^{-3} \text{ кг/моль}} \cdot 6{,}02 \cdot 10^{23} \text{ моль}^{-1} = 6{,}02 \cdot 10^{23}$.

$$\Delta m = [1 \cdot 1{,}6727 \cdot 10^{-27} \text{ кг} + (2 - 1)1{,}6748 \cdot 10^{-27} \text{ кг}] - 3{,}3325 \cdot 10^{-27} \text{ кг} =$$
$$= 0{,}015 \cdot 10^{-27} \text{ кг} = 1{,}5 \cdot 10^{-29} \text{ кг}.$$

$$\Delta E = 1{,}5 \cdot 10^{-29} \text{ кг} \cdot (3 \cdot 10^8 \text{ м/с})^2 \cdot 6{,}02 \cdot 10^{23} \text{ моль}^{-1} = 8{,}13 \cdot 10^{11} \text{ Дж}.$$

Ответ: $\Delta E = 8{,}13 \cdot 10^{11}$ Дж.

Ядерные реакции. Искусственная радиоактивность

1. Первая в истории ядерная реакция была осуществлена Резерфордом (1919). В результате столкновения α-частицы (^4_2He) с ядром азота $^{14}_7N$ наблюдалось испускание протонов ^1_1p. Какое ядро возникает при этой ядерной реакции?

Дано	*Решение*
^4_2He, $^{14}_7N$, ^1_1p	Столкновение ядра азота с α-частицей приводит к реакции $^{14}_7N + ^4_2He \rightarrow ^A_ZX + ^1_1p$.
^A_ZX — ?	Определим A и Z ядра X, используя законы сохранения:

• *числа нуклонов*: общее число нуклонов, т.е. массовые числа в правой и левой частях уравнения должны иметь одни и те же значения: $14 + 4 = A + 1$, откуда следует, что $A = 14 + 4 - 1 = 17 \Rightarrow A = 17$;

• *заряда*: зарядовые числа в правой и левой частях уравнения должны иметь одни и те же значения: $7 + 2 = Z + 1$, откуда $Z = 7 + 2 - 1 = 8 \Rightarrow Z = 8$. Таким образом, $^{17}_8X$. В Периодической системе элементов Д. И. Менделеева — это $^{17}_8O$, т.е. возникает ядро кислорода.

Ответ: $^{17}_8O$.

2. При бомбардировке ядра молибдена $^{98}_{42}Mo$ ядрами дейтерия ^2_1H получают ядра технеция $^{99}_{43}Tc$. Что еще является продуктом этой реакции?

Дано	*Решение*
$^{98}_{42}Mo$, ^2_1H, $^{99}_{43}Tc$	Реакция происходит по схеме:
^A_ZX — ?	$^{98}_{42}Mo + ^2_1H \rightarrow ^{99}_{43}Tc + ^A_ZX$.

• По закону сохранения заряда определяем порядковый номер: $Z = 42 + 1 - 43 = 0$.

• По закону сохранения числа нуклонов определяем массовое число: $A = 98 + 2 - 99 = 1$.

Получаем ^1_0X — это нейтрон ^1_0n.

Ответ: ^1_0n.

3. При бомбардировке нейтронами ядер $^{10}_5B$ получают ядра лития ^7_3Li. Что еще является продуктом этой реакции?

Дано	*Решение*
^1_0n, $^{10}_5B$, ^7_3Li	Реакция протекает по схеме: $^1_0n + ^{10}_5B \rightarrow ^7_3Li + ^A_ZX$.
^A_ZX — ?	• По закону сохранения заряда определяем порядковый номер: $Z = 0 + 5 - 3 = 2$.

• По закону сохранения числа нуклонов определяем массовое число: $A = 1 + 10 - 7 = 4$.

Получаем ^4_2X — это ядро гелия ^4_2He, или α-частица.

Ответ: ^4_2He.

4. Выделяется или поглощается энергия при следующей ядерной реакции: $^{59}_{27}Co + ^1_0n \rightarrow ^{60}_{27}Co + \gamma$? Вычислите эту энергию.

Дано	*Решение*
$M_1(^{59}_{27}Co) = 58{,}95182$ а.е.м. $M_2(^{60}_{27}Co) = 59{,}95250$ а.е.м. $m_n = 1{,}00867$ а.е.м.	Для вычисления энергии ядерной реакции $\Delta E = \Delta mc^2$ необходимо определить дефект массы Δm реакции. Если Δm выражать в а.е.м., то $\Delta E = 931\Delta m$ [МэВ].
ΔE — ?	Дефект массы $\Delta m = (M_1 + m_n) - M_2$.

Так как число электронов до и после реакции сохраняется, то вместо значения масс ядер воспользуемся значениями масс нейтральных атомов: Δm = [(58,95182 + 1,00867) – 59,95250] а.е.м. ≈ 0,008 а.е.м.

Реакция идет с выделением энергии, так как $\Delta m > 0$.

Вычисления: $\Delta E = 931$ МэВ/а. е. м. $\cdot$ 0,008 а. е. м. ≈ 7,5 МэВ.

Ответ: $\Delta E \approx 7{,}5$ МэВ.

Деление тяжелых ядер. Цепная ядерная реакция

1. Радиоактивное ядро, состоящее из 92 протонов и 146 нейтронов, выбросило α-частицу. Определите, какое ядро образовалось в результате α-распада.

Дано	*Решение*
$Z = 92$ $N = 146$ $\alpha = {}^{4}_{2}\text{He}$	Зарядовое число Z ядра равно числу протонов в ядре и совпадает с порядковым номером химического элемента в Периодической системе элементов Д. И. Менделеева.
$Z,\ A,\ {}^{Z}_{A}\text{X}$ — ?	Ядро обозначается тем же символом, что и нейтральный атом.

Протоны и нейтроны называются нуклонами. Общее число нуклонов в ядре называется массовым числом A.

Итак, ядро $Z = 92$, $A = Z + N = 238$ — это ядро изотопа урана ${}^{238}_{92}\text{U}$; α-частица — это ядро изотопа гелия ${}^{4}_{2}\text{He}$.

Превращения атомных ядер, сопровождаемые испусканием α-частиц, происходят по схеме:

$${}^{238}_{92}\text{U} \rightarrow {}^{4}_{2}\text{He} + {}^{238-4}_{92-2}\text{X}.$$

Эта схема вытекает из законов сохранения заряда и числа нуклонов (массового числа). Вновь образовавшееся ядро имеет $Z = 90$, $A = 234$. По Периодической системе элементов Д. И. Менделеева определяем, что это изотоп тория ${}^{234}_{90}\text{Th}$. Таким образом,

$${}^{238}_{92}\text{U} \rightarrow {}^{4}_{2}\text{He} + {}^{234}_{90}\text{Th}.$$

Ответ: $Z = 90$; $A = 234$; ${}^{234}_{90}\text{Th}$.

2. Радиоактивный изотоп урана ${}^{237}_{92}\text{U}$ претерпевает β^--распад. Определите зарядовое Z и массовое A числа вновь образовавшегося ядра. По Периодической системе элементов Д. И. Менделеева определите, какому химическому элементу это ядро соответствует.

Дано	*Решение*
${}^{237}_{92}\text{U}$ $\beta^- = {}^{0}_{-1}e$	Превращение атомных ядер, сопровождаемое испусканием β-частиц, т. е. электронов ${}^{0}_{-1}e$, протекает по схеме:
$Z,\ A,\ {}^{Z}_{A}\text{X}$ — ?	

$${}^{237}_{92}\text{U} \rightarrow {}^{0}_{-1}e + {}^{237-0}_{92+1}\text{X}.$$

Эта схема вытекает из законов сохранения заряда и числа нуклонов.

Неизвестное ядро X характеризуется зарядовым числом $Z = 93$, массовым числом $A = 237$. По Периодической системе элементов Менделеева определяем, что это изотоп нептуния ${}^{237}_{93}\text{Np}$.

Ответ: $Z = 93$; $A = 237$; ${}^{237}_{93}\text{Np}$.

3. Искусственно-радиоактивное ядро кремния $^{27}_{14}\mathrm{Si}$ претерпевает β^{+}-распад ($^{0}_{+1}e$). Определите зарядовое Z и массовое A числа вновь образовавшегося ядра. По Периодической системе элементов Д. И. Менделеева определите, какому химическому элементу это ядро соответствует.

Дано	*Решение*
$^{27}_{14}\mathrm{Si}$ $^{0}_{+1}e$	Превращения атомных ядер, сопровождаемые испусканием β^{+}-частиц, т. е. позитронов $^{0}_{+1}e$, протекают по схеме: $^{27}_{14}\mathrm{Si} \to {}^{0}_{1}e + {}^{27}_{14-1}\mathrm{X}$.
Z, A, $^{Z}_{A}\mathrm{X}$ — ?	

Схема β^{+}-превращений атомных ядер вытекает из законов сохранения заряда и числа нуклонов (массового числа). Вновь образовавшееся ядро имеет зарядовое число $Z = 13$, массовое число $A = 27$. По Периодической системе элементов Менделеева определяем, что это изотоп алюминия.

Таким образом:

$$^{27}_{14}\mathrm{Si} \to {}^{0}_{1}e + {}^{27}_{13}\mathrm{Al}.$$

Ответ: $Z = 13$; $A = 27$; $^{27}_{13}\mathrm{Al}$ — изотоп алюминия.

4. Расход урана-235 при работе ледокола «Россия» на полную мощность $N = 55{,}1$ МВт составляет около $m = 200$ г в сутки. Определите η — КПД реактора, если суммарная энергия деления одного ядра U-235 $\Delta E = 203$ МэВ.

Дано	*Решение*
$N = 55{,}1$ МВт $= 5{,}51 \cdot 10^{7}$ Вт $m = 200$ г $= 0{,}2$ кг $\Delta E = 203$ МэВ $= 3{,}25 \cdot 10^{-11}$ Дж $N_\mathrm{A} = 6{,}02 \cdot 10^{23}$ моль$^{-1}$ $t = 1$ сут $= 8{,}64 \cdot 10^{4}$ с $M = 235 \cdot 10^{-3}$ кг/моль	По определению КПД: $\eta = \dfrac{N}{N_\text{пол}}$ **(1)**, где N — полезная мощность, т. е. мощность ледокола; $N_\text{пол}$ — полная мощность, т. е. энергия, выделяемая за единицу времени (1 с) при делении ядер U-235: $N_\text{пол} = \dfrac{E}{t}$ **(2)**.
η — ?	

Суммарная энергия деления ядер U-235: $E = n\Delta E$ **(3)**, где n — число ядер U-235, претерпевших деление: $n = \dfrac{m}{M} N_\mathrm{A}$ **(4)**.

Полную мощность реактора определим по формуле (2) с учетом формул (3) и (4): $N_\text{пол} = \dfrac{mN_\mathrm{A}\Delta E}{Mt}$ **(5)**.

КПД найдем по формуле (1), подставив в нее соотношение (5):

$$\eta = \frac{NMt}{mN_\mathrm{A}\Delta E} \quad \textbf{(6)}.$$

Вычисления:

$$\eta = \frac{5{,}51 \cdot 10^{7}\ \text{Вт} \cdot 235 \cdot 10^{-3}\ \text{кг/моль} \cdot 8{,}64 \cdot 10^{4}\ \text{с}}{0{,}2\ \text{кг} \cdot 6{,}02 \cdot 10^{23}\ \text{моль}^{-1} \cdot 3{,}25 \cdot 10^{-11}\ \text{Дж}} = 0{,}29, \text{ или } \eta = 29\ \%.$$

Ответ: $\eta = 29\ \%$.

Элементарные частицы

1. Электрон и позитрон, обладающие каждый кинетической энергией $E_к = 0{,}25$ МэВ, при столкновении превратились в два одинаковых фотона. Определите энергию ε каждого фотона; длину волны λ фотона.

Дано	*Решение*
$E_к = 0{,}25$ МэВ = $= 4{,}0 \cdot 10^{-14}$ Дж $E_0 = 0{,}51$ МэВ = $= 8{,}16 \cdot 10^{-14}$ Дж	
ε; λ — ?	

При столкновении электрона и позитрона происходит аннигиляция пары «частица—античастица» и превращение их в два фотона равной энергии:

$${}_{-1}^{0}e + {}_{+1}^{0}e \to 2\gamma \ (\mathbf{1}).$$

При этом взаимодействии выполняется закон сохранения энергии: $2(m_0c^2 + E_к) = 2\varepsilon$ (**2**), где $E_0 = m_0c^2$ — энергия покоя частиц; m_0 — масса покоя частиц (масса покоя электрона $m_0({}_{-1}^{0}e)$ равна массе покоя позитрона $m_0({}_{+1}^{0}e)$ $m_0 = 9{,}1 \cdot 10^{-31}$ кг). Из формулы (2) следует, что энергия каждого фотона $\varepsilon = m_0c^2 + E_к$, или $\varepsilon = E_0 + E_к$ (**3**). Связь между энергией и длиной волны фотона имеет вид: $\varepsilon = \frac{hc}{\lambda}$, откуда $\lambda = \frac{hc}{\varepsilon}$ (**4**).

Вычисления:

$$\varepsilon = 8{,}16 \cdot 10^{-14} \text{ Дж} + 4{,}0 \cdot 10^{-14} \text{ Дж} = 1{,}2 \cdot 10^{-13} \text{ Дж};$$

$$\lambda = \frac{6{,}62 \cdot 10^{-34} \text{ Дж} \cdot \text{с} \cdot 3 \cdot 10^{8} \text{ м/с}}{1{,}22 \cdot 10^{-13} \text{ Дж}} = 1{,}6 \cdot 10^{-12} \text{ м} = 1{,}6 \text{ пм}.$$

Ответ: $\varepsilon = 1{,}2 \cdot 10^{-13}$ Дж; $\lambda = 1{,}6$ пм.

2. Фотон с энергией $\varepsilon = 2{,}50$ МэВ в поле ядра атома превратился в пару «электрон—позитрон» $\gamma \to {}_{-1}^{0}e + {}_{+1}^{0}e$. Определите кинетическую энергию $E_к$ каждой частицы в момент их возникновения, считая их равными.

Дано	*Решение*
$\varepsilon = 2{,}50$ МэВ = $= 4{,}0 \cdot 10^{-13}$ Дж $E_к({}_{-1}^{0}e) = E_к({}_{+1}^{0}e) = E_к$	
$E_к$ — ?	

Рождение пары «частица (электрон) — античастица (позитрон)» происходит в поле ядра атома, т.е. осуществляется реакция: $\gamma \to {}_{-1}^{0}e + {}_{+1}^{0}e$, в процессе которой выполняется закон сохранения энергии: $\varepsilon = 2(m_0c^2 + E_к)$ (**1**).

Энергия фотона равна энергии пары «электрон—позитрон». В формуле (1) $E_0 = m_0c^2$ — энергия покоя электрона или позитрона; $m_0 = m_0({}_{-1}^{0}e) = m_0({}_{+1}^{0}e)$ — масса покоя электрона или позитрона.

Из формулы (1) определим кинетическую энергию каждой частицы: $E_к = \frac{\varepsilon - 2m_0c^2}{2}$.

Вычисления:

$$E_к = \frac{4{,}0 \cdot 10^{-13} \text{ Дж} - 2 \cdot 9{,}1 \cdot 10^{-31} \text{ кг} \cdot 9 \cdot 10^{16} \text{ м}^2/\text{с}^2}{2} = 1{,}2 \cdot 10^{-13} \text{ Дж} \approx 0{,}74 \text{ МэВ}.$$

Ответ: $E_к = 1{,}2 \cdot 10^{-13}$ Дж $\approx 0{,}74$ МэВ.

РАЗДЕЛ VII ЭВОЛЮЦИЯ ВСЕЛЕННОЙ

Глава 23

СТРОЕНИЕ И РАЗВИТИЕ ВСЕЛЕННОЙ

1 Определите энергию ΔE, выделяющуюся при термоядерной реакции $^{2}_{1}\mathrm{H} + ^{3}_{1}\mathrm{H} \rightarrow ^{4}_{2}\mathrm{He} + ^{1}_{0}n$.

Дано	*Решение*
$m(^{2}_{1}\mathrm{H}) = 2{,}01410$ а. е. м. $m(^{3}_{1}\mathrm{H}) = 3{,}01605$ а. е. м. $m(^{4}_{2}\mathrm{He}) = 4{,}00260$ а. е. м. $m(^{1}_{0}n) = 1{,}00867$ а. е. м.	Энергию, выделяющуюся при термоядерной реакции, определяем по формуле: $\Delta E = 931\Delta m$ [МэВ],
ΔE — ?	где Δm — дефект массы реакции, т. е. разница масс между массами ядер, вступивших в реакцию, и продуктами реакции:

$$\Delta m = m(^{2}_{1}\mathrm{H}) + m(^{3}_{1}\mathrm{H}) - m(^{4}_{2}\mathrm{He}) - m(^{1}_{0}n).$$

Вычисления:

$$\Delta m = (2{,}01410 + 3{,}01605 - 4{,}00260 - 1{,}00867) \text{ а. е. м.} \approx 0{,}019 \text{ а. е. м.};$$

$$\Delta E = 931 \text{ МэВ/а. е. м.} \cdot 0{,}019 \text{ а. е. м.} \approx 17{,}7 \text{ МэВ}.$$

Ответ: $\Delta E \approx 17{,}7$ МэВ.

Глава 24

ЭВОЛЮЦИЯ ЗВЕЗД. ГИПОТЕЗА ПРОИСХОЖДЕНИЯ СОЛНЕЧНОЙ СИСТЕМЫ

1. При термоядерной реакции синтеза образуются ядра гелия ^4_2H из изотопов водорода — дейтерия и трития $^2_1\text{H} + ^3_1\text{H} \rightarrow ^4_2\text{He} + ^1_0 n$ и освобождается энергия $\Delta E = 17{,}6$ МэВ. Определите энергию E, которая выделяется при синтезе $m = 1$ г гелия.

Дано

$\Delta E = 17{,}6 \text{ МэВ} = 2{,}8 \cdot 10^{-12}$ Дж
$M = 4 \cdot 10^{-3}$ кг/моль
$N_\text{A} = 6{,}02 \cdot 10^{23}$ моль$^{-1}$
$m = 1 \text{ г} = 1 \cdot 10^{-3}$ кг

E — ?

Решение

Энергия, выделяемая при синтезе гелия массой m

$$E = N\Delta E \ (1),$$

где N — число атомов в данной массе:

$$N = \frac{m}{M} N_\text{A} \ (2).$$

Подставив формулу (2) в формулу (1), получим $E = \dfrac{m}{M} N_\text{A} \Delta E$.

Вычисления: $E = \dfrac{1 \cdot 10^{-3} \text{ кг}}{4 \cdot 10^{-3} \text{ кг/моль}} \cdot 6{,}02 \cdot 10^{23} \text{ моль}^{-1} \cdot 2{,}8 \cdot 10^{-12} \text{ Дж} = 4{,}2 \cdot 10^{11}$ Дж.

Ответ: $E = 4{,}2 \cdot 10^{11}$ Дж.

ЧАСТЬ ВТОРАЯ

ЗАДАЧИ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОГО РЕШЕНИЯ

РАЗДЕЛ

I МЕХАНИКА

Глава 1

КИНЕМАТИКА

Механическое движение

1. Уравнения движения материальной точки в плоскости *XOY* имеют вид $x = 5t$ [м], $y = 10t$ [м]. Запишите уравнение траектории $y(x)$ материальной точки.

Ответ: $y = 2x$ [м].

2. Уравнения движения материальной точки в плоскости *XOY* имеют вид $x = 25t$ [м], $y = 0{,}2 + t$ [м]. Запишите уравнение траектории $y(x)$ материальной точки.

Ответ: $y = 0{,}2 + 4x$ [м].

3. Уравнения движения материальной точки в плоскости *XOY* имеют вид $x = 6 + 3t$ [м], $y = 4t$ [м]. Запишите уравнение траектории $y(x)$ материальной точки.

Ответ: $y = \frac{4x}{3} - 8$ [м].

Перемещение, путь

1. Стайер бежал по кольцевой дорожке радиусом $R = 160$ м. Определите длину пути S и модуль перемещения стайера $|\Delta\vec{r}|$ после прохождения им полукольца.

Ответ: $S = 502{,}4$ [м]; $|\Delta\vec{r}| = 320$ [м].

2. Мяч движется от поверхности земли вертикально вверх и по достижении максимальной высоты 3,5 м падает на Землю. Определите перемещение $\Delta\vec{r}$ и путь S, пройденный мячом.

Ответ: $\Delta\vec{r} = 0$; $S = 7$ м.

3. Земля движется вокруг Солнца по траектории в форме окружности радиусом $R = 1{,}5 \cdot 10^{11}$ м и совершает один оборот за время $t = 1$ год. Определите: 1) перемещение $\Delta\vec{r}$ Земли за один год; 2) путь S, пройденный Землей за $t = 1$ год; 3) среднюю скорость Земли $\langle\vec{v}\rangle$ за $t = 1$ год; 4) среднюю путевую скорость Земли $\langle\vec{v}_S\rangle$ за $t = 1$ год.

Ответ: 1) $\Delta\vec{r} = 0$; 2) $S = 9{,}42 \cdot 10^{11}$ м; 3) $\langle\vec{v}\rangle = 0$; 4) $\langle\vec{v}_S\rangle \approx 2{,}9 \cdot 10^4$ м/с.

4. Человек проходит аллеей парка $S_1 = 30$ м до пересечения ее с другой аллеей, расположенной перпендикулярно, потом поворачивает на угол 90° и проходит еще $S_2 = 40$ м. Определите модуль вектора $|\vec{r}|$ перемещения и путь S, пройденный человеком.

Ответ: $|\vec{r}| = 50$ м; $S = 70$ м.

Скорость

1. Автомобиль проехал первую половину пути со скоростью $v_1 = 90$ км/ч, вторую — со скоростью $v_2 = 72$ км/ч. Определите среднюю путевую скорость $\langle\vec{v}_S\rangle$.

Ответ: $\langle v_S\rangle = \frac{2v_1v_2}{v_1 + v_2} = 22{,}2$ м/с.

2. Поезд метрополитена первую половину времени своего движения от одной станции к другой проехал со скоростью $v_1 = 50$ км/ч, вторую половину времени со скоростью $v_2 = 30$ км/ч. Определите среднюю путевую скорость $\langle v_S\rangle$ движения поезда метрополитена.

Ответ: $\langle v_S\rangle = \frac{v_1 + v_2}{2} = 40$ км/ч.

3. Первую половину времени автомобиль двигался со средней скоростью $v_1 = 40$ км/ч, вторую — со средней скоростью $v_2 = 60$ км/ч. Определите среднюю скорость $\langle v\rangle$ автомобиля на всем пути.

Ответ: $\langle v\rangle = 50$ км/ч.

4. Автомобиль проехал одну треть пути со скоростью $v_1 = 54$ км/ч, половину всего пути со скоростью $v_2 = 72$ км/ч, а оставшуюся часть пути со скоростью $v_3 = 36$ км/ч. Определите среднюю путевую скорость $\langle v_S\rangle$ движения автомобиля.

Ответ: $\langle v_S\rangle = \frac{6v_1v_2v_3}{v_1v_2 + 2v_2v_3 + 3v_1v_3} \approx 15{,}6$ м/с.

5. Первую половину времени тело движется со скоростью $v_1 = 20$ м/с под углом $\alpha_1 = 60°$ к оси *OX*, вторую половину времени — под углом $\alpha_2 = 120°$ к оси *OX* со скоростью $v_2 = 40$ м/с. Определите среднюю скорость $\langle v\rangle$ движения тела.

Ответ: $\langle v\rangle \approx 26{,}5$ м/с.

Равномерное прямолинейное движение

1. Поезд дальнего следования каждые 4 часа проходит путь 240 км. Является ли движение поезда равномерным?

Ответ: нет.

2. Самолет ИЛ-86, двигаясь равномерно со скоростью $v_1 = 900$ км/ч, в течение 9 с совершил такое же перемещение, что и самолет Як-42 за 10 с. Определите v_2 — скорость Як-42.

Ответ: $v_2 = 810$ км/ч.

3. Среднее расстояние между Землей и Солнцем 1 астрономическая единица (1 а.е. = $1{,}496 \cdot 10^{11}$ м). Определите время t прохождения света от Солнца до Земли. Скорость света в вакууме $c = 3 \cdot 10^8$ м/с.

Ответ: $t = 499$ с.

4. Расстояние от Земли до ближайшей звезды (не считая Солнца) α-Центавра 4,2 световых года*. Определите время t прохождения света от звезды α-Центавра до Земли. Скорость света $c = 3 \cdot 10^8$ м/с.

Ответ: $t = 1{,}32 \cdot 10^8$ с = 4,2 год.

5. Длина (и ширина) зрительного зала Большого театра в Москве $l = 30$ м. Скорость звука в воздухе $v = 340$ м/с. Определите время, в течение которого звук доходит до зрителя, сидящего в последнем ряду амфитеатра.

Ответ: $t = 0{,}01$ с.

6. Вдоль оси *OX* движутся две материальные точки, координаты которых изменяются по закону: $x_1 = 10 + 2t$ [м]; $x_2 = 4 + 8t$ [м]. Определите, в какой момент времени они встретятся.

Ответ: $t = 1$ с.

7. Из двух населенных пунктов *A* и *B*, расположенных вдоль шоссе на расстоянии $l = 3$ км друг от друга, в одном направлении начали движение велосипедист и пешеход. Велосипедист, движущийся из пункта *A*, имел скорость $v_1 = 15$ км/ч, а пешеход, движущийся из пункта *B*, — скорость $v_2 = 5$ км/ч. Определите: 1) через сколько времени велосипедист догонит пешехода; 2) какие пути они пройдут при этом.

Ответ: 1) $t = 1\,080$ с; 2) $S_1 = 4{,}5 \cdot 10^3$ м; $S_2 = 1{,}5 \cdot 10^3$ м.

8. Тело движется противоположно положительному направлению оси *OX* со скоростью $v = 4$ м/с. Определите: 1) координату тела x_1 в момент времени $t_1 = 5$ с после начала движения, если начальная координата $x_0 = 2$ м; 2) путь S, пройденный телом за время $t_2 = 10$ с.

Ответ: 1) $x_1 = -18$ м; 2) $S = 40$ м.

9. Определите путь, пройденный телом за 3 с, если зависимость координаты тела от времени дана на рис. 1.

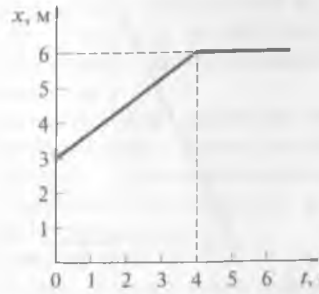


Рис. 1

Ответ: $S = 2$ м.

---

* Световой год — расстояние, проходимое световым лучом в течение одного года (1 св. год = $9{,}46 \cdot 10^{15}$ м).

10. Графики каких движений тел показаны на рис. 2? По графику определите: 1) в какой момент времени тела встретились; 2) какие пути тела прошли до встречи.

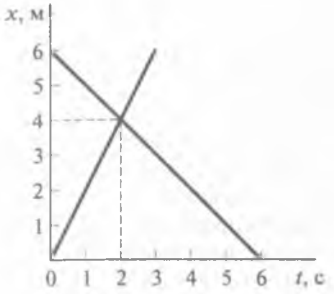


Рис. 2

11. На рис. 3 представлен график зависимости координаты тела от времени. По графику определите: 1) сколько времени t тело находилось в движении; 2) чему равно его перемещение Δr.

Ответ: 1) $t = 4$ с; 2) $\Delta r = 0$.

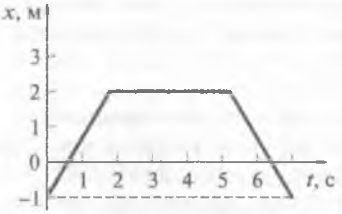


Рис. 3

12. На рис. 4 изображен график зависимости координаты тела от времени $x(t)$. Определите кинематический закон движения этого тела.

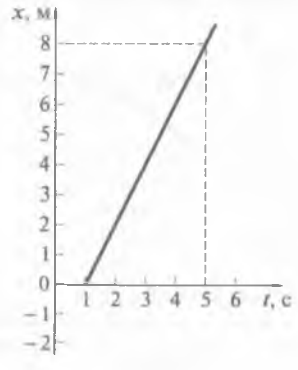


Рис. 4

Ответ: $x(t) = -2 + 2t$.

13. По графику проекции перемещения (рис. 5) определите момент времени t, когда тело изменило направление движения.

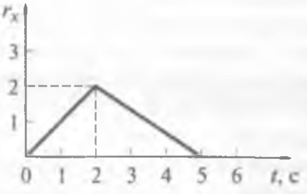


Рис. 5

Ответ: $t = 2$ с.

14. На рис. 6 изображен график зависимости координаты тела от времени. Определите среднюю скорость $|\langle\vec{v}\rangle|$ за время $t = 3$ с.

Ответ: $|\langle\vec{v}\rangle| = 1$ м/с.

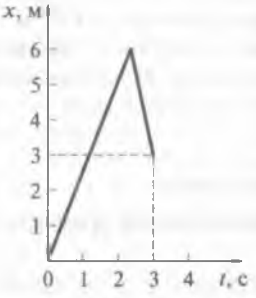


Рис. 6

15. В вагоне поезда, движущегося со скоростью $v_1 = 36$ км/ч, навстречу поезду идет пассажир со скоростью $v_2 = 1{,}2$ м/с. Чему равна по модулю и куда направлена скорость пассажира v для наблюдателя, стоящего на платформе?

Ответ: $v = 8{,}8$ м/с.

16. Из начала координат одновременно начинают движение две материальные точки. Первая движется по оси OX со скоростью $v_x = 6$ м/с, а вторая — по оси OY со скоростью $v_y = 8$ м/с. Определите: 1) с какой скоростью v они удаляются друг от друга; 2) по какому закону $S = S(t)$ изменяется расстояние между ними.

Ответ: 1) $v = 10$ м/с; 2) $S = 10t$.

17. Из начала координат одновременно начинают движение две материальные точки. Первая движется по оси OX со скоростью $v_x = 3$ м/с, а вторая — по оси OY со скоростью $v_y = 4$ м/с. Определите: 1) с какой скоростью точки удаляются друг от друга; 2) на каком расстоянии S точки будут находиться через время $t = 4$ с после начала движения.

Ответ: 1) $v = 5$ м/с; 2) $S = 20$ м.

18. Эскалатор метрополитена поднимает неподвижно стоящего на нем пассажира в течение времени $t_1 = 2$ мин. По неподвижному эскалатору пассажир поднимается за время $t_2 = 4$ мин. Определите время, в течение которого пассажир будет подниматься по движущемуся эскалатору.

Ответ: $t = 80$ с.

19. Пассажир едет в поезде, скорость которого $v_1 = 80$ км/ч. Навстречу этому поезду движется товарный поезд длиной $l = 1$ км со скоростью $v_2 = 40$ км/ч. Определите промежуток времени Δt, в течение которого товарный поезд будет двигаться мимо пассажира.

Ответ: $\Delta t = 30$ с.

20. Пассажир едет в поезде, скорость которого $v_1 = 54$ м/ч. Сколько времени пассажир будет видеть в окно обгоняющий поезд длиной 200 м, движущийся со скоростью 90 км/ч?

Ответ: $t = 20$ с.

21. Расстояние от пункта A до пункта B вниз по реке теплоход проходит за $t_1 = 3$ сут, а вверх по реке за $t_2 = 5$ сут. Считая скорость движения теплохода относительно воды постоянной, определите, за сколько суток плот проплывает от пункта A до пункта B.

Ответ: $t = 15$ сут.

22. Необходимо переправиться на лодке через реку из пункта A в пункт B, находящийся на кратчайшем расстоянии от A на противоположном берегу. Определите время t, которое потребуется для этого, если ширина реки $S = 1$ км, скорость лодки относительно воды $v_л = 2{,}5$ м/с, скорость течения реки $v_т = 1$ м/с.

Ответ: $t = \dfrac{S}{\sqrt{v_л^2 - v_т^2}} = 437$ с.

23. К прямоугольному перекрестку подъезжают два автомобиля. Скорость одного автомобиля $v_1 = 72$ км/ч, скорость другого $v_2 = 36$ км/ч. Определите их относительную скорость $|\vec{v}_{отн}|$.

Ответ: $|\vec{v}_{отн}| = \sqrt{v_1^2 + v_2^2} = 22{,}4$ м/с.

24. С катера, движущегося по течению реки, упал круг. Через 15 мин после этого катер повернул и начал двигаться в обратную сторону. Определите, через какой промежуток времени Δt_1 катер поравняется с кругом.

Ответ: $\Delta t_1 = 900$ с.

25. Пешеход переходил дорогу со скоростью $v = 1{,}25$ м/с по прямой, составляющей угол $\alpha_1 = 30°$ с направлением дороги, в течение времени $t = 1$ мин. Определите ширину дороги a.

Ответ: $a = 37{,}5$ м.

26. Лодка, двигаясь перпендикулярно берегу в течение промежутка времени $t = 100$ с, оказалась на другом берегу на расстоянии $S = 25$ м ниже по течению. Ширина реки $a = 100$ м. Определите скорость лодки и скорость течения реки.

Ответ: $v_л = 1$ м/с; $v_т = 0{,}25$ м/с.

27. Из пункта A по взаимно-перпендикулярным дорогам выехали два велосипедиста: один — со скоростью 6 м/с, другой — со скоростью 8 м/с. Определите относительную скорость, с которой они удаляются друг от друга.

Ответ: $v = 10$ м/с.

Ускорение

1. Скорость движущегося автомобиля за время $\Delta t = 1$ мин изменилась от $v_1 = 9$ км/ч до $v_2 = 54$ км/ч. Определите ускорение a автомобиля.

Ответ: $a = 0{,}2$ м/с^2.

2. Тело, двигаясь без начальной скорости, прошло за первую секунду 1 м, за вторую — 2 м, за третью — 3 м, за четвертую — 4 м и т.д. Можно ли считать такое движение равноускоренным?

Ответ: нет.

3. Два автомобиля движутся навстречу друг другу: первый — равноускоренно на юг, а второй — равнозамедленно на север. Определите направление векторов ускорения автомобилей.

Ответ: на юг.

4. На рис. 7 представлен график зависимости модуля скорости v тела от времени t. Определите модуль ускорения a тела в момент времени $t = 4$ с.

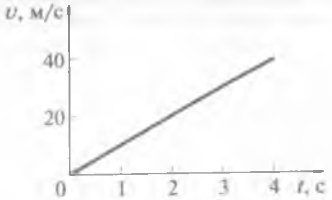


Рис. 7

Ответ: $a = 10$ м/с^2.

5. Используя график зависимости модуля скорости тела от времени (см. рис. 7), определите путь S, который прошло тело за время $t = 2$ с.

Ответ: $S = 20$ м.

6. Определите, через сколько секунд от начала движения (из состояния покоя) легковой автомобиль будет иметь скорость $v = 90$ км/ч, если он движется с ускорением $a = 1{,}5$ м/с^2.

Ответ: $t = \dfrac{v}{a} = 16{,}6$ с.

7. Лыжник съезжает с горы за $t = 20$ с, двигаясь с ускорением $a = 0{,}8$ м/с^2, начальная скорость лыжника $v_0 = 0$. Определите: 1) v — скорость лыжника в конце спуска; 2) S — длину спуска.

Ответ: 1) $v = 16$ м/с; 2) $S = 1\,600$ м.

Равноускоренное прямолинейное движение

1. Грузовой автомобиль при аварийном торможении движется с ускорением $a = 5$ м/с^2. Определите путь, проходимый автомобилем при аварийном торможении, если он двигался со скоростью $v_0 = 72$ км/ч.

Ответ: $S = \dfrac{v_0^2}{2a} = 40$ м.

2. Наименьшее время разгона легковых автомобилей с места ($v_0 = 0$) до скорости $v = 100$ км/ч (с переключением передач) составляет для ВАЗ-2101 $t_{01} = 20$ с, для ВАЗ-2107 $t_{07} = 15$ с. Определите ускорения, с которыми движутся автомобили, и путь, проходимый каждым автомобилем при разгоне до скорости 100 км/ч.

Ответ: $a_{01} = 1{,}4$ м/с^2; $a_{07} = 1{,}9$ м/с^2; $S_{01} = 278$ м; $S_{07} = 208$ м.

3. Прямолинейное движение тела вдоль оси OX описывается уравнением $x = 5 + 4t + 2t^2$ [м]. Определите: 1) характер движения тела; 2) v_1 — мгновенную скорость тела через $t_1 = 2$ с после начала движения; 3) S — путь, пройденный телом за время $t_2 = 5$ с.

Ответ: 1) $a = 4$ м/с^2; 2) $v_1 = 12$ м/с; 3) $S = 70$ м.

4. Материальная точка движется в течение $t_1 = 12$ с с постоянной скоростью $v = 4$ м/с, а затем равнозамедленно. Определите модуль ускорения a, с которым двигалась точка, если она вернулась в первоначальное положение через $t_2 = 5$ с после начала движения.

Ответ: $a = \dfrac{2vt_1}{(t_2 - t_1)^2} = 1{,}5$ м/с^2.

5. Скорость прямолинейного движения тела вдоль оси OX задана уравнением $v(t) = 10 + t$ [м/с]. Определите: 1) характер движения тела; 2) v_1 — скорость тела в момент времени $t = 2$ с. Постройте графики: а) $v = v(t)$; б) $S = S(t)$.

Ответ:1) $a = 1$ м/с^2; 2) $v_1 = 12$ м/с.

6. Материальная точка, двигаясь равноускоренно, за пятую секунду от начала движения прошла путь $S = 45$ м. Определите: 1) ускорение a, с которым двигалась точка; 2) путь S, который прошла точка за первую секунду движения.

Ответ:1) $a = 10$ м/с^2; 2) $S = 5$ м.

7. Уравнение движения тела имеет вид $S = 20t - 0{,}4t^2$. Определите: 1) через сколько секунд t от начала отсчета времени тело остановится; 2) модуль ускорения a, с которым движется тело; 3) характер движения тела.

Ответ: 1) $t = 25$ с; 2) $a = 0{,}8$ м/с^2.

Равнозамедленное прямолинейное движение

1. В момент времени $t_0 = 0$ поезд двигался со скоростью $v_0 = 10$ м/с; в момент времени $t_1 = 5$ с — со скоростью $v_1 = 18$ км/ч. Определите: 1) ускорение поезда; 2) среднюю скорость $\langle v \rangle$ его движения.

Ответ: 1) $a = -1$ м/с^2; 2) $\langle v \rangle = 7{,}5$ м/с.

2. Тело начинает двигаться со скоростью $v_0 = 10$ м/с и движется с ускорением $a = -2$ м/с^2. Определите путь, пройденный телом за время $t = 6$ с.

Ответ: $S_1 = \frac{v_0^2}{2a} + \frac{a\left(t - \frac{v_0}{a}\right)^2}{2} = 26$ м.

3. Прямолинейное движение точки описывается уравнением $x(t) = 2 + 6t - 2t^2$ [м]. Определите: 1) x_0 — координату точки в начальный момент времени; 2) закон изменения скорости со временем; 3) a — ускорение движущейся точки.

Ответ: 1) $x_0 = 2$ м; 2) $v = 6 - 4t$ [м/с^2]; 3) $a = -4$ м/с^2.

4. Прямолинейное движение тела вдоль оси OX описывается уравнением $x = 2 + 6t - 4t^2$ [м]. Определите: 1) характер движения тела; 2) в какой момент времени после начала отсчета тело изменяет направление движения на противоположное.

Ответ: 1) $a = -8$ м/с^2; 2) $t_1 = 0{,}75$ с.

5. Пуля, летящая со скоростью $v = 400$ м/с, попадает в земляной вал и проникает в него на глубину $S = 0{,}2$ м. Определите: 1) t — время движения пули внутри вала; 2) a — ускорение, с которым двигалась пуля.

Ответ: 1) $t = 1 \cdot 10^{-3}$ с; 2) $a = -4 \cdot 10^5$ м/с^2.

6. Конькобежец, разогнавшись до скорости $v_0 = 10$ м/с, начал скользить равнозамедленно. Двигаясь прямолинейно в течение $t = 30$ с, конькобежец проходит путь $S = 195$ м. Определите: 1) a — ускорение конькобежца; 2) S_1 — путь, пройденный конькобежцем до остановки.

Ответ: 1) $a = -0{,}1$ м/с^2; 2) $S_1 = 320$ м.

Свободное падение

1. Два тела свободно падают на Землю вблизи ее поверхности из состояния покоя с высоты h. Масса первого тела в 2 раза больше массы второго тела. Какое тело раньше достигнет поверхности земли? Сопротивлением воздуха пренебречь.

2. Определите глубину колодца h, если камень из состояния покоя свободно падает в нем в течение $t = 2$ с.

3. Определите время свободного падения тела:

1) с Останкинской башни телецентра в Москве ($h_1 = 500$ м);

2) с Эйфелевой башни в Париже ($h_2 = 305$ м);

3) с падающей башни в Пизе ($h_3 = 54{,}5$ м).

4. Тело свободно падает с высоты $h = 125{,}5$ м. Определите время падения t и скорость тела v в момент удара о Землю.

Ответ: $t = 5$ с; $v = 49$ м/с.

5. Тело свободно падает в течение $t = 4$ с. Определите высоту h, с которой падает тело, и скорость v в момент удара о Землю.

Ответ: $h = 78{,}4$ м; $v = 39{,}9$ м/с.

6. Первое тело свободно падает с высоты $h_1 = 5$ м, второе с высоты $h_2 = 20$ м. Определите: 1) во сколько раз время падения второго тела больше, чем первого тела; 2) во сколько раз скорость второго тела в момент удара о Землю больше, чем скорость первого тела.

Ответ: 1) $\frac{t_2}{t_1} = 2$; 2) $\frac{v_2}{v_1} = 2$.

7. Два тела, свободно падающие с высоты h_1 и h_2, одновременно достигают поверхности Земли. Первое тело падало $t_1 = 2{,}5$ с, второе — $t_2 = 3$ с. Определите высоту, на которой находилось второе тело, в момент времени, когда начало падать первое тело.

Ответ: $h = \frac{g(2t_1t_2 - t_1^2)}{2} = 42{,}9$ м.

8. Два тела падают с одной и той же высоты без начальной скорости с интервалом времени Δt. Определите Δt, если через $t_1 = 2$ с с начала падения второго тела расстояние между ними было $h_1 = 2$ м.

Ответ: $\Delta t = 0{,}1$ с.

9. С разной высоты h_1 и h_2 одновременно начинают падать два тела и одновременно достигают поверхности Земли. Определите, какую начальную скорость v_0 необходимо сообщить телу, падающему с большей высоты.

Ответ: $v_0 = \frac{h_2 - h_1}{2h_1}\sqrt{2gh_1}$.

10. Свободно падающее тело без начальной скорости $v_0 = 0$ в последнюю секунду падения проходит половину всего пути. Определите: 1) время падения тела t; 2) высоту h, с которой падало тело.

11. Определите время свободного падения тела с высоты 100 м на планетах Венера и Марс. Ускорение свободного падения на Венере 8,8 м/с^2, на Марсе — 3,8 м/с^2.

Ответ: $t_В = 4{,}8$ с; $t_М = 7{,}3$ с.

12. Определите начальную скорость v_0, которую нужно сообщить свободно падающему на Землю телу, чтобы время свободного падения с высоты $h = {}$ ≈ 47 м на Земле и Юпитере было одинаковое.

Ответ: $v_0 = 13{,}7$ м/с.

13. Тело брошено вертикально вверх с начальной скоростью $v_0 = 12$ м/с. Определите, на какой высоте h скорость тела уменьшится вдвое.

Ответ: $h = \dfrac{3v_0^2}{8g} = 5{,}5$ м.

14. Первое тело бросают вертикально вверх со скоростью $v_{01} = 8$ м/с. Одновременно с максимальной высоты, которой может достичь первое тело, бросают вертикально вниз второе тело с такой же начальной скоростью $v_{02} = 8$ м/с. Определите время t, по истечении которого тела встретятся.

Ответ: $t = \dfrac{v_0}{4g} = 0{,}25$ с.

Движение тела, брошенного под углом к горизонту

1. Камень брошен с вышки в горизонтальном направлении со скоростью $v_0 = 20$ м/с.

Определите скорость v камня в конце второй секунды полета.

Ответ: $v = 28$ м/с.

2. Определите, в какой момент времени у тела, брошенного горизонтально с начальной скоростью $v_0 = 19$ м/с, проекции скорости на оси OX и OY равны, т.е. $v_x = v_y$.

Ответ: $t = \dfrac{v_0}{g} = 2$ с.

3. Тело брошено в горизонтальном направлении со скоростью $v_0 = 8$ м/с. Определите, с какой высоты h брошено тело, если дальность полета S равна высоте h.

Ответ: $h = 13$ м.

4. Мальчик ныряет в воду с крутого берега высотой $h = 3$ м со скоростью $v_0 = {}$ $= 7$ м/с. Определите модуль и направление скорости мальчика при достижении им воды.

Ответ: $v = \sqrt{v_0^2 + 2gh} = 10{,}4$ м/с; $\alpha = {}$ $= \operatorname{arctg}\sqrt{\dfrac{2gh}{v_0}} = 71°$.

5. Из окна дома, расположенного на высоте $h = 24{,}5$ м, в горизонтальном направлении бросают мяч, который попадает в цель, находящуюся на Земле на расстоянии 30 м от стены дома. Определите: 1) с какой начальной скоростью v_0 был брошен мяч; 2) какую скорость v имел мяч в момент удара о Землю.

Ответ: 1) $v_0 = 13{,}4$ м/с; 2) $v = 25{,}6$ м/с.

6. Камень, брошенный горизонтально с обрыва высотой $h = 8$ м, упал на расстоянии $S = 10$ м от точки бросания. Определите уравнение траектории камня.

Ответ: $y = \dfrac{h}{S^2}x^2$, или $y = 0{,}08x^2$ [м].

7. Тело брошено под углом α к горизонту. Оно упало на Землю через $t = 10$ с. Определите: 1) α — угол, под которым брошено тело, если во время движения максимальная скорость тела вдвое больше минимальной; 2) v_0 — начальную скорость тела.

Ответ: 1) $\alpha = \dfrac{\pi}{3}$; 2) $v_0 = 56{,}3$ м/с.

8. Камень, брошенный под углом α к горизонту, через время $t = 2$ с оказался на максимальной высоте. Определите максимальную высоту подъема $h_{\max}$ и дальность полета камня $S_{\max}$, если известно, что во время движения максимальная скорость движения камня была вдвое больше минимальной.

Ответ: $h_{\max} = \dfrac{gt^2}{2} = 19{,}6$ м; $S_{\max} = {}$

$= 2gt \operatorname{ctg}(\arccos 0{,}5) = 45{,}3$ м.

9. Теннисный мяч, брошенный под углом $\alpha = 60°$ к горизонту с начальной скоростью $v_0 = 20$ м/с, через $t = 2$ с упал на крышу дома. Определите: 1) h — высоту дома; 2) S — расстояние до него.

Ответ: 1) $h = v_0 t \sin\alpha - \dfrac{gt^2}{2} = 14{,}8$ м;

2) $S = v_0 t \cos\alpha = 20$ м.

Равномерное движение по окружности

1. Определите частоту обращения Луны вокруг Земли, если период обращения Луны вокруг Земли $T = 27$ сут 7 ч 43 мин.

Ответ: $\nu = 4{,}2 \cdot 10^{-7}$ с$^{-1}$.

2. Определите угловую скорость ω вращения Земли вокруг своей оси, осли она делает один оборот за время $t = 24$ ч..

Ответ: $\omega = 7{,}3 \cdot 10^{-5}$ рад/с.

3. Период обращения первого искусственного спутника Земли $T = 96{,}2$ мин. Определите угловую скорость ω, с которой он двигался.

Ответ: $\omega = 1{,}09 \cdot 10^{-3}$ с$^{-1}$.

4. Среднее расстояние от Солнца до Юпитера $R = 7{,}78 \cdot 10^{11}$ м. Орбитальная скорость движения Юпитера вокруг Солнца $v = 13$ км/с. Определите T — период обращения Юпитера вокруг Солнца.

Ответ: $T = 3{,}76 \cdot 10^8$ с $\approx 11{,}94$ год.

5. Период обращения Луны вокруг Земли $T = 27$ сут 7 ч 43 мин. Среднее расстояние между центрами Земли и Луны $R = 3{,}84 \cdot 10^8$ м. Определите орбитальную скорость v движения Луны вокруг Земли.

Ответ: $v = 1$ км/с.

6. Линейная скорость точек обода вращающегося диска $v_1 = 1$ км/с. Точки, расположенные на расстоянии $d = 0{,}1$ м ближе к оси вращения, имеют линейную скорость $v_2 = 2$ км/с. Определите: 1) T — период вращения диска; 2) ω — угловую скорость диска.

Ответ: 1) $T = \dfrac{2\pi d}{v_1 - v_2} = 0{,}63$ с; 2) $\omega = {}$ $= \dfrac{v_1 - v_2}{d} = 10$ с$^{-1}$.

7. Планета Марс имеет два спутника — Фобос и Деймос. Расстояние от центра Марса до Фобоса $r_1 = 9\,500$ км, а до Деймоса $r_2 = 24 \cdot 10^6$ м. Определите период обращения Фобоса (T_1) и Деймоса (T_2) вокруг Марса.

Ответ: $T_1 = 2{,}8 \cdot 10^4$ с; $T_2 = 1{,}1 \cdot 10^5$ с.

8. Определите, с какой скоростью v движется велосипед, если его колеса диаметром $d = 70$ см вращаются с частотой $\nu = 2{,}3$ с$^{-1}$.

Ответ: $v = 5$ м/с.

9. Объясните, почему при вращении колеса велосипеда верхние спицы часто сливаются, а нижние видны отчетливо.

Ответ: потому что линейные скорости верхних спиц больше линейных скоростей нижних спиц, расположенных ближе к неподвижной в данный момент точке — мгновенной оси вращения.

10. Объясните, почему в кинофильмах при движении автомобиля вперед иногда кажется, что его колеса вращаются назад.

Ответ: это происходит в том случае, когда частота смены кадров больше частоты вращения колеса, т.е. за время смены кадров колесо не успеет сделать полный оборот.

11. Конец минутной стрелки часов на Спасской башне Кремля передвинулся по дуге за 1 мин на 37 см. Определите l — длину минутной стрелки.

Ответ: $l = 3{,}5$ м.

12. Минутная стрелка часов в четыре раза длиннее секундной. Определите отношение между линейными скоростями концов этих стрелок.

Ответ: $\dfrac{v_c}{v_{\text{мин}}} = 15$.

13. Точка движется по окружности с постоянной линейной скоростью $v = {}$ $= 0{,}50$ м/с. Вектор скорости изменяет направление на угол $\Delta\varphi = \dfrac{\pi}{6}$ за время $\Delta t = 2$ с. Определите нормальное ускорение точки.

Ответ: $a_n = v\dfrac{\Delta\varphi}{\Delta t} = 0{,}13$ м/с^2.

14. Считая движение Земли вокруг Солнца равномерным вращением, определите: 1) ω — угловую скорость Земли; 2) a_n — центростремительное ускорение.

Ответ: 1) $\omega \approx 2 \cdot 10^{-7}$ рад/с; 2) $a_n = {}$ $= 5{,}8 \cdot 10^{-3}$ м/с.

15. Точка движется по окружности радиусом $r = 20$ см с постоянным тангенциальным ускорением $a_n = 5$ см/с^2. Определите, через какой промежуток времени Δt после начала движения нормальное ускорение будет равно тангенциальному.

Ответ: $\Delta t = 2$ с.

16. Определите центростремительное ускорение точек земной поверхности, расположенных: 1) на экваторе (a_{n1}); 2) на широте Москвы, $\varphi = 56°$ (a_{n2}).

Ответ: 1) $a_{n1} = 3{,}4 \cdot 10^{-2}$ м/с^2; 2) $a_{n2} = {}$ $= 1{,}9 \cdot 10^{-2}$ м/с^2.

17. Определите центростремительное ускорение Луны при движении ее вокруг Земли.

Ответ: $a_n = 2{,}7 \cdot 10^{-3}$ м/с^2.

18. Колесо автомобиля, вращающегося с частотой $\nu = 1\,200$ мин$^{-1}$, при торможении стало вращаться равнозамедленно и остановилось через $t = 20$ с. Определите: 1) ε — угловое ускорение; 2) n — число оборотов с момента начала торможения до остановки.

Ответ: 1) $\varepsilon = -6{,}28$ с$^{-1}$; 2) $n = 200$.

19. Материальная точка движется по окружности радиусом $r = 0{,}5$ м с постоянным тангенциальным ускорением $a_n = 10$ м/с^2. Определите нормальное (a_n) и полное (a) ускорения точки в конце третьей секунды после начала движения.

Ответ: $a_n = 1\,800$ м/с^2; $a \approx 1\,800$ м/с^2.

20. Определите угол α, который составляет вектор полного ускорения материальной точки, лежащей на ободе диска с нормальным ускорением этой точки через $t = 1{,}5$ с после начала движения. Диск вращается равноускоренно с угловым ускорением $\varepsilon = 0{,}77$ с$^{-1}$.

Ответ: $\alpha = \dfrac{\pi}{6}$.

21. Материальная точка вращается равноускоренно с начальной угловой скоростью $\omega = 5$ с$^{-1}$ и угловым ускорением $\varepsilon = 1$ с$^{-2}$. Определите n — число оборотов, которое сделает точка за время $t = 10$ с.

Ответ: $n = 15{,}9$.

22. На одном валу насажены два диска диаметрами $d_1 = 16$ см и $d_2 = 4$ см, которые начали вращаться из состояния покоя с постоянным ускорением $\varepsilon = 4$ с$^{-2}$. Определите угловую скорость (ω) и линейные скорости (v_1, v_2) точек обода дисков в конце второй секунды после начала движения.

Ответ: $\omega = 8$ с$^{-1}$; $v_1 = 0{,}64$ м/с; $v_2 = 0{,}16$ м/с.

23. К маховику, вращающемуся с частотой $\nu = 360$ мин$^{-1}$, прижали тормозную колодку, вследствие этого маховик стал вращаться равнозамедленно с ускорением $\varepsilon = -20$ с$^{-2}$. Определите: 1) t — время, в течение которого будет двигаться маховик до остановки; 2) n — число оборотов, сделанных маховиком до остановки.

Ответ: 1) $t = 1{,}9$ с; 2) $n = 5{,}6$.

Глава 2

ЗАКОНЫ МЕХАНИКИ НЬЮТОНА

Первый закон Ньютона

1. В неподвижной воде озера находится плот массой $M = 500$ кг и длиной $l = 4$ м. На одном конце плота стоит человек массой $m = 60$ кг. Определите смещение плота относительно Земли в тот момент, когда человек переместился в противоположный конец плота. Плот считается однородным телом, сопротивлением воды пренебречь.

Ответ: $x = \dfrac{ml}{M + m} = 0{,}43$ м.

2. Лодка массой $M = 150$ кг неподвижна в стоячей воде. Находящийся в лодке человек массой $m_1 = 50$ кг переходит с одного конца лодки на другой, при этом лодка смещается относительно дна на $S = 50$ см. Пренебрегая сопротивлением воды, определите длину лодки.

Ответ: $l = \dfrac{M + m}{m} S = 2$ м.

3. Одновременно с противоположных концов неподвижного плота пошли навстречу друг другу взрослый человек массой $m_1 = 80$ кг и подросток массой $m_2 = 40$ кг. Определите смещение плота относительно Земли в тот момент, когда взрослый человек переместится на конец плота, а подросток будет находиться на середине плота. Масса плота $M = 600$ кг, длина $l = 6$ м. Плот считать однородным телом, сопротивлением воды пренебречь.

Ответ: $x = \dfrac{\left(m_1 - \dfrac{m_2}{2}\right)}{M + m_1 + m_2} l = 0{,}5$ м.

Сила

1. Равнодействующая всех сил, действующих на тело, равна нулю. Каков характер движения этого тела?

2. На рис. 8 изображен график изменения скорости v тела с течением времени t в инерциальной системе отсчета. В какие промежутки времени t суммарная сила действия на это тело других тел равнялась нулю?

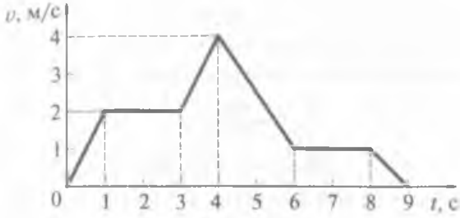


Рис. 8

3. На тело действуют две взаимно-перпендикулярные силы F_1 и F_2. Равнодействующая этих сил $F = 10$ Н. Сила $F_1 = 8$ Н. Определите силу F_2.

Ответ: $F_2 = 6$ Н.

4. К телу приложены две силы (рис. 9): $F_1 = 6$ Н и $F_2 = 5$ Н. Определите силы, действующие вдоль осей OX и OY.

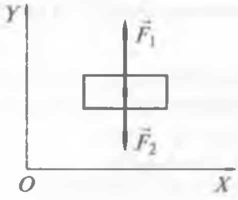


Рис. 9

Ответ: $F_{OX} = 0$; $F_{OY} = 1$ Н.

5. Сила $F_3 = 8$ Н составляет с осью OX угол $\alpha = 30°$, силы F_1 и F_2 перпендикулярны оси OX (рис. 10). Определите силу F_2, если известно, что сила $F_1 = 5$ Н, а сумма сил вдоль оси OY равна 0. Чему равна сила, действующая вдоль оси OX?

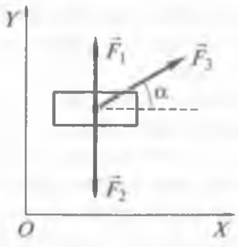


Рис. 10

Ответ: $F_2 = 9$ Н.

Импульс тела

1. Шарик массой $m = 50$ г свободно падает на горизонтальную плитку с высоты $h = 4,9$ м, упруго ударяется о нее и отскакивает без потери скорости. Средняя сила удара шарика о плитку $F = 200$ Н. Определите Δt — продолжительность удара шарика о плиту.

Ответ: $\Delta t = \dfrac{2m\sqrt{2gh}}{F} = 2,5 \cdot 10^{-3}$ с.

Второй закон Ньютона

1. При каких условиях материальная точка движется прямолинейно с постоянным ускорением?

Ответ: материальная точка движется прямолинейно с постоянным ускорением, если вектор силы, действующей на нее, совпадает по направлению с вектором начальной скорости.

2. По горизонтальной плоскости движется груз массой $m = 10$ кг под действием силы $F = 50$ Н, направленной под углом $\alpha = 60°$ к горизонту. Определите, с каким ускорением движется груз. Трением между грузом и плоскостью пренебречь.

Ответ: $a = 2,5$ м/с^2.

3. Два груза массами $m_1 = 200$ г и $m_2 = 300$ г связаны и лежат на гладкой горизонтальной поверхности стола. Под действием силы F, направленной горизонтально, грузы движутся с ускорением $a = 3$ м/с^2. Определите: 1) силу F; 2) T — силу натяжения нити.

Ответ: 1) $F = (m_1 + m_2)a = 1,5$ Н; 2) $T = m_2 a = 0,9$ Н.

4. Два груза массами $m_1 = 400$ г и $m_2 = 600$ г, связанные невесомой нитью, движутся по гладкому горизонтальному столу. К грузу m_1 приложена горизонтально направленная сила $F = 10$ Н. Пренебрегая трением, определите: 1) ускорения грузов; 2) силу натяжения нити. Сделайте рисунок, на котором изобразите силы, действующие на каждый груз.

Ответ: 1) $a = \dfrac{F}{m_1 + m_2} = 10$ м/с^2; 2) $T = \dfrac{m_2}{m_1 + m_2} F = 6$ Н.

5. Два груза массами $m_1 = 400$ г и $m_2 = 600$ г, связанные невесомой нитью, движутся по гладкому горизонтальному столу. К грузу m_2 приложена горизонтально направленная сила $F = 10$ Н. Пренебрегая трением, определите: 1) ускорения грузов; 2) силу натяжения нити. Сравните полученный ответ с ответом задачи 12.

Ответ: 1) $a = \frac{F}{m_1 + m_2} = 10$ м/с^2; 2) $T = \frac{m_1}{m_1 + m_2} F = 4$ Н.

6. Два груза, связанные невесомой нерастяжимой нитью, движутся по гладкому горизонтальному столу. Когда сила $F = 50$ Н была приложена к грузу массой m_1, натяжение нити $T_1 = 20$ Н. Определите натяжение T_2, если силу $F = 50$ Н приложить к грузу массой m_2.

Ответ: $T_2 = F - T_1 = 30$ Н.

Третий закон Ньютона

1. С одинаковым ли ускорением будет двигаться тело массой m по гладкому горизонтальному столу в двух случаях (рис. 11, *а*, *б*)? Нить невесома, нерастяжима.

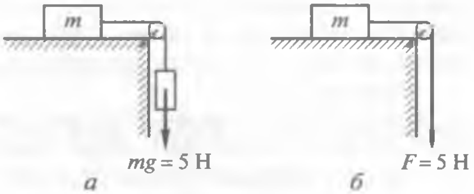


Рис. 11

2. Груз массой $m = 20$ кг, подвешенный на веревке, равномерно поднимают вверх в течение $t = 20$ с на высоту $h = 5$ м. Определите силу натяжения веревки.

Ответ: $T = mg = 196$ Н.

3. Груз массой $m = 20$ кг, подвешенный на веревке, равноускоренно поднимают вверх в течение $t = 10$ с на высоту 5 м. Определите силу натяжения веревки.

Ответ: $T = m\left(g + \frac{2h}{t^2}\right) = 198$ Н.

4. Груз массой $m = 20$ кг, подвешенный на веревке, опускают вниз с ускорением $a = 2{,}8$ м/с^2. Определите силу натяжения веревки.

Ответ: $T = m(g - a) = 140$ Н.

5. На концах невесомой нерастяжимой нити, перекинутой через блок с неподвижной осью, висят на высоте $h = 1{,}5$ м от пола два груза массой $m_1 = 60$ г и $m_2 = 90$ г. В начальный момент грузы покоятся. Определите время t, за которое груз массой m_2 достигнет пола.

Ответ: $t = \sqrt{\frac{2g(m_1 + m_2)}{(m_2 - m_1)g}} = 1{,}2$ с.

6. На гладкой наклонной плоскости, движущейся с ускорением $a = 3{,}5$ м/с^2, лежит брусок (рис. 12). Определите угол α, если брусок не скользит по плоскости.

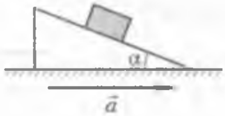


Рис. 12

Ответ: $\alpha = \operatorname{arctg}\frac{a}{g} = 20°$.

7. Под действием какой силы F_x у тела массой $m = 0{,}5$ кг при прямолинейном движении изменение пути со временем происходит по закону $S(t) = 20 + 5t + 0{,}5t^2$ [м]?

Ответ: $F_x = 0{,}5$ Н.

Закон всемирного тяготения

1. Определите силу F, с которой будет притягиваться к Луне тело массой $m_1 = 2$ кг.

Ответ: $F = 3{,}2$ Н.

2. Определите линейную скорость v, которую будет иметь искусственный спутник Земли, вращающийся по круговой орбите на высоте $h = 1{,}63 \cdot 10^6$ м над поверхностью Земли. Радиус Земли $R_\oplus = 6{,}37 \cdot 10^6$ кг. Ускорение свободного падения у поверхности Земли $g = 9{,}8$ м/с^2.

Ответ: $v = R_\oplus\sqrt{\frac{g}{R_\oplus + h}} = 7{,}1 \cdot 10^3$ м/с.

3. Определите массу Солнца $M_\odot$, считая скорость обращения Земли вокруг Солнца $v = 30$ км/с, а радиус земной орбиты $R_\oplus = 1$ а.е.

Ответ: $M_\odot = 2 \cdot 10^{30}$ кг.

4. По круговой орбите, находящейся на высоте $h = 1\,600$ км над поверхностью Земли, движется спутник Земли. Определите: 1) v — линейную скорость движения спутника; 2) T — период обращения спутника вокруг Земли.

Ответ: 1) $v = 7{,}1 \cdot 10^3$ м/с; 2) $T = 7{,}1 \cdot 10^3$ с.

5. Определите T — период обращения Меркурия вокруг Солнца, если среднее расстояние от Солнца до Меркурия $r =$ $= 0{,}387$ а. е., масса Меркурия $m_1 = 0{,}055 M_{\oplus}$.

Ответ: $T = 0{,}24$ года.

6. Определите r — среднее расстояние от ядра нашей Галактики до Солнца, считая, что масса Галактики $M = 2{,}2 \cdot 10^{41}$ кг сосредоточена в основном в ее ядре, а средняя скорость движения Солнца по орбите $v = 250$ км/с.

Ответ: $r = \dfrac{GM}{v^2} = 2{,}3 \cdot 10^{21}$ м.

7. Почему космические корабли запускают в направлении с запада на восток?

8. Определите, какую минимальную скорость нужно сообщить телу, чтобы оно стало искусственным спутником Земли. Масса Земли $M_{\oplus} \approx 6 \cdot 10^{24}$ кг, средний радиус Земли $R_{\oplus} = 6{,}4 \cdot 10^6$ м.

Ответ: $v_{\min} = 7{,}9 \cdot 10^3$ м/с.

9. Определите v_1 — первую космическую скорость для Меркурия, если его масса $M \approx 3{,}3 \cdot 10^{20}$ т, а экваториальный радиус $R = 2\,440$ км.

Ответ: $v_1 = 3 \cdot 10^3$ м/с.

10. Тело массой $m = 5$ кг свободно падает вблизи поверхности Земли. Определите силу тяжести $F_{тяж}$ и вес тела P.

Ответ: $F_{тяж} = mg = 4{,}9$ Н; $P = 0$, т. е. тело находится в состоянии невесомости.

Гравитационное поле

1. Определите, как изменится сила гравитационного взаимодействия между двумя телами, если: 1) массу одного из тел уменьшить в три раза; 2) расстояние между центрами тел увеличить в три раза.

2. Определите силу F гравитационного притяжения двух протонов, находящихся на расстоянии $r = 5$ нм.

Ответ: $F = 7{,}4 \cdot 10^{-48}$ Н.

3. Определите силу гравитационного притяжения между Солнцем и Землей.

Ответ: $F = 3{,}6 \cdot 10^{22}$ Н.

4. При каких условиях тела внутри космического корабля находятся в состоянии невесомости?

Ответ: необходимо, чтобы сопротивление внешней среды отсутствовало и двигатель корабля был выключен.

Сила тяжести. Вес

1. Определите ускорение свободного падения на высоте $h = 100$ км от поверхности Земли.

Ответ: $g = 9{,}65$ м/с^2.

2. Определите ускорение свободного падения на высоте h, равной радиусу Земли, если ускорение свободного падения у поверхности Земли $g = 9{,}8$ м/с^2.

Ответ: $g \approx 2{,}5$ м/с^2.

3. Определите ускорение свободного падения тел у поверхности Луны g_1, если радиус Луны $r_Л$ меньше радиуса Земли $R_{\oplus}$ приблизительно в 3,7 раза, а масса Луны $m_Л$ меньше массы Земли $M_{\oplus}$ в 81 раз.

Ответ: $g_1 = 1{,}6$ м/с^2.

4. По горизонтальной плоскости прямолинейно и равномерно движется тело массой $m = 1$ кг. Определите вес тела P.

Ответ: $P = 9{,}8$ Н.

5. На наклонной плоскости с углом наклона $\alpha = 30°$ лежит тело массой $m = 2$ кг. Определите вес тела P.

Ответ: $P = mg \cos\alpha = 17$ Н.

6. На наклонной плоскости с углом наклона $\alpha = 30°$ прямолинейно и равномерно движется тело массой 2 кг. Определите вес тела P.

Ответ: $P = mg \cos\alpha = 17$ Н.

7. К концам нити, перекинутой через неподвижный блок, прикреплены грузы массами $m_1 = 0{,}3$ кг и $m_2 = 0{,}2$ кг. Определите вес P_1 и P_2 грузов во время их движения.

Ответ: $P_1 = P_2 = 2{,}4$ Н.

Силы в механике

1. Брусок массой $m = 0{,}2$ кг равномерно тянут с помощью динамометра по горизонтальной плоскости стола. Показание динамометра $F = 0{,}4$ Н. Определите коэффициент трения скольжения μ.

Ответ: $\mu = 0{,}2$.

2. Брусок массой $m = 0{,}1$ кг начинает скользить вдоль наклонной плоскости, если угол наклона ее к горизонту $\alpha > \dfrac{\pi}{6}$. Коэффициент трения скольжения $\mu = 0{,}3$. Определите силу трения скольжения $F_{тр}$.

Ответ: $F_{тр} = 0{,}15$ Н.

3. На наклонной плоскости с углом наклона $\alpha = 20°$ находится тело массой $m = 20$ кг. Определите силу F, направленную вдоль плоскости, которую необходимо приложить к телу, чтобы его равномерно двигать вверх. Коэффициент трения тела о плоскость $\mu = 0{,}4$.

Ответ: $F = mg(\sin\alpha + \mu\cos\alpha) = 166$ Н.

4. На наклонной плоскости с углом наклона $\alpha = 30°$ находится тело массой $m = 20$ кг. Определите силу F, направленную вдоль плоскости, которую необходимо приложить к телу, чтобы его равномерно двигать вниз. Коэффициент трения тела о плоскость $\mu = 0{,}6$.

Ответ: $F = mg(\mu\cos\alpha + \sin\alpha) = 3{,}8$ Н.

5. На деревянную наклонную плоскость помещают брусок из дерева. Угол наклона плоскости постоянно увеличивают до $\alpha = 27°$, при котором брусок начинает скользить по плоскости с ускорением. Определите μ — коэффициент трения.

Ответ: $\mu = \mathrm{tg}\,\alpha = 0{,}5$.

6. Определите ускорение a, с которым скользит тело по наклонной плоскости высотой $h = 50$ см и длиной $l = 1$ м, если коэффициент трения тела о плоскость равен $\mu = 0{,}15$.

Ответ: $a = \dfrac{g}{l}\left(h - \mu\sqrt{l^2 - h^2}\right) = 3{,}6$ м/с^2.

7. Вверх по наклонной плоскости с углом наклона $\alpha = 30°$ движется тело массой $m = 10$ кг под действием постоянной силы $F = 80$ Н, направленной вверх вдоль плоскости. Определите a — ускорение этого тела, если коэффициент трения тела о плоскость $\mu = 0{,}1$.

Ответ: $a = \dfrac{F - \mu mg\cos\alpha - mg\sin\alpha}{m} = 2{,}2$ м/с^2.

8. Хоккейная шайба, имея начальную скорость $v_0 = 20$ м/с и двигаясь по поверхности льда, остановилась через $t = 40$ с. Определите μ — коэффициент трения шайбы о лед.

Ответ: $\mu = 0{,}05$.

9. Двигаясь со скоростью $v_0 = 72$ км/ч, водитель выключил двигатель автомобиля. Определите путь S, который прошел автомобиль до остановки, если коэффициент трения во время движения был $\mu = 0{,}2$.

Ответ: $S = 100$ м.

10. Сани начинают движение по горизонтальной ледяной поверхности со скоростью $v_0 = 10$ м/с. Коэффициент трения между полозьями саней и поверхностью $\mu = 0{,}05$. Определите: 1) v — скорость саней через 10 с после начала движения; 2) S — путь, пройденный санями за это время.

Ответ: 1) $v = v_0 - \mu gt = 5{,}1$ м/с; 2) $S = v_0 t - \dfrac{\mu g t^2}{2} = 75{,}5$ м.

11. Камень массой $m = 1$ кг из состояния покоя падает с высоты $h = 30$ м. В момент удара о Землю скорость камня $v = 23$ м/с. Определите $\langle F_c\rangle$ — среднюю силу сопротивления воздуха.

Ответ: $\langle F_c\rangle = 1$ Н.

12. Парашютист массой $m = 80$ кг при раскрытом парашюте падает с постоянной скоростью. Определите F_c — силу сопротивления воздуха.

Ответ: $F_c = 784$ Н.

13. Тело массой $m = 100$ г падает вертикально вниз. Определите a — ускорение, с которым движется тело, если на него действует сила сопротивления воздуха $F_c = 8 \cdot 10^{-2}$ Н.

Ответ: $a = 9$ м/с^2.

14. При растяжении пружины на $\Delta l = 0{,}12$ м возникает сила упругости $F_{упр} = 3$ Н. Определите жесткость этой пружины k.

Ответ: $k = 25$ Н/м.

15. На рис. 13 изображен график зависимости модуля силы упругости $F_{упр}$ от удлинения Δl пружины. Определите жесткость k этой пружины.

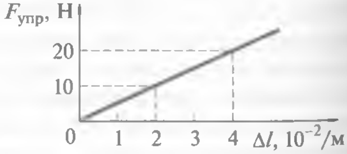


Рис. 13.

16. Брусок массой $m = 20$ кг тянут равномерно по доске, расположенной горизонтально, с помощью пружины. Коэффициент трения бруска о плоскость $\mu = 0{,}2$. Определите Δx — удлинение пружины, если ее жесткость $k = 120$ Н/м.

Ответ: $\Delta x = \dfrac{\mu mg}{k} = 3$ см.

Глава 3

ЗАКОНЫ СОХРАНЕНИЯ В МЕХАНИКЕ

Закон сохранения импульса

1. Шарик массой m = 100 г движется поступательно и равномерно со скоростью v = 6 м/с. Определите импульс p движущегося шарика.

Ответ: $p = 0{,}6\ \dfrac{\text{кг}\cdot\text{м}}{\text{с}}$.

2. Определите скорость v_1, с которой должно двигаться тело массой m_1 = 10 кг, чтобы его импульс равнялся импульсу пешехода массой m = 60 кг, движущегося со скоростью v_2 = 1,2 м/с.

Ответ: v_1 = 7,2 м/с.

3. Тело массой m = 0,4 кг падает из состояния покоя с высоты h = 1 м с ускорением a = 8 м/с^2. Определите Δp — изменение импульса тела.

Ответ: Δp = 1,6 (кг · м)/с.

4. Стальной шарик массой m = 10 г упал с высоты h_1 = 1 м на стальную плиту и подскочил после удара на высоту h_2 = 0,8 м. Определите Δp — изменение импульса шарика.

Ответ: $\Delta p = 8{,}3\cdot10^{-2}$ (кг · м)/с.

5. Шар массой m = 0,2 кг двигался со скоростью v_1 = 4 м/с. После удара о стенку, расположенную перпендикулярно направлению движения шара, он стал двигаться в противоположном направлении со скоростью v_2 =3 м/с. Определите Δp — изменение импульса шара.

Ответ: Δp = 1,4 (кг · м)/с.

6. Материальная точка массой m = = 0,1 кг движется по окружности с постоянной по модулю скоростью v = 2 м/с. Определите $|\Delta p|$ — модуль изменения импульса точки за время: 1) равное половине периода, т.е. $t = \dfrac{T}{2}$; 2) равное трем четвертям периода, т.е. $t = \dfrac{3}{4}T$.

Ответ: 1) $|p_1| = 0$; 2) $|p_2| = \sqrt{2}mv$ = = 0,28 (кг · м)/с.

7. Стальной шарик массой m = 60 г падает из состояния покоя с высоты h = = 4,9 м на стальную плиту. После соударения шарик отскакивает от плиты с такой же по модулю скоростью. Определите среднюю силу $\langle F\rangle$, действующую на плиту при ударе шарика, если продолжительность удара Δt = 0,005 с.

Ответ: $\langle F\rangle = \dfrac{2m\sqrt{2gh}}{\Delta t} = 235{,}2$ Н.

8. Мяч массой m_1 = 250 г, имеющий скорость v = 50 м/с, упруго ударившись о вертикальную стенку в течение Δt = 0,02 с, отскакивает от нее с такой же по модулю скоростью. При ударе мяча стенка получает импульс силы 2,2 (кг · м)/с. Определите: 1) α — угол падения мяча; 2) F — силу удара мяча.

Ответ: 1) $\alpha = 85°$; 2) F = 110 Н.

9. По мишени стреляют снарядом массой m = 20 кг с начальной скоростью v = = 200 м/с, направленной под углом $\alpha = 60°$ к горизонту. В наивысшей точке подъема снаряд встретил мишень и полностью погасил скорость в течение промежутка времени Δt = 0,02 с. Определите $\langle F\rangle$ — среднюю силу удара снаряда о мишень. Сопротивление воздуха не учитывать.

Ответ: $\langle F\rangle = 10^5$ Н.

10. Тележка массой m_1 = 2 кг, движущаяся со скоростью v_1 = 3 м/с, сталкивается с неподвижной тележкой массой m_2 = 4 кг и сцепляется с ней. Определите v — скорость движения тележек после взаимодействия.

Ответ: v = 1 м/с.

11. Ракета, масса которой вместе с зарядом m_1 = 400 г, взлетает вертикально вверх и поднимается на высоту h = 200 м. Определите v — скорость истечения газов из ракеты, образовавшихся при мгновенном сгорании заряда массой m_1 = 80 г.

Ответ: $v = \dfrac{m - m_1}{m_1}\sqrt{2gh} = 250$ м/с.

12. Граната, имеющая горизонтально направленную скорость v = 15 м/с, разрывается на два осколка массами m_1 = = 1 кг и m_2 = 1,5 кг. Направление движения первого осколка не изменилось, а его скорость увеличилась в $n = 3$ раза. Определите v_2 — скорость второго осколка.

Ответ: $v_2 = \dfrac{[(1-n)m_1 + m_2]}{m_2} v = -5$ м/с.

13. Граната, летевшая со скоростью $v = 10$ м/с, разорвалась на два осколка. Меньший осколок, масса которого составляла 40 % от массы всей гранаты, после взрыва стал двигаться в направлении, противоположном начальному, со скоростью $v_1 = 12{,}5$ м/с. Определите v_2 — скорость большего осколка.

Ответ: $v_2 = 25$ м/с.

14. Тележка массой $m = 150$ кг движется по рельсам без трения со скоростью $v = 8$ м/с. С тележки соскакивает человек массой $m_1 = 60$ кг со скоростью $v_1 = 12$ м/с, направленной под углом $\alpha = 30°$ к направлению движения тележки. Определите v' — скорость движения тележки после прыжка человека.

Ответ: $v' = \dfrac{(m + m_1)v - m_1 v_1 \cos\alpha}{m} = 7$ м/с.

15. Человек массой $m = 60$ кг стоит на корме покоящейся лодки, находящейся на озере. Длина лодки $l = 6$ м, ее масса $m_1 = 300$ кг. Человек переходит на нос лодки. Определите S — расстояние, на которое переместится человек относительно дна озера. Сопротивлением воды пренебречь.

Ответ: $S = \dfrac{m_1 l}{m_1 + m} = 5$ м.

Работа силы

1. Тело перемещается в направлении действия силы $F = 50$ Н на расстояние $S = 20$ м. Определите работу A, совершаемую этой силой.

Ответ: $A = 1$ кДж.

2. Какую минимальную работу совершает сила при перемещении тела массой $m = 10$ кг по горизонтальной плоскости на расстояние $S = 50$ м? Коэффициент трения между телом и плоскостью $\mu = 0{,}5$.

Ответ: $A_{\min} = 2\,450$ Дж.

3. Человек равномерно тянет санки, прикладывая к веревке силу $F = 80$ Н. Веревка натягивается под углом $\alpha = \dfrac{\pi}{3}$ к горизонту. Определите работу A, совершаемую человеком при перемещении санок на $S = 100$ м.

Ответ: $A = 4$ кДж.

4. Под действием постоянной силы тело, двигаясь равноускоренно из состояния покоя, прошло путь $S = 10$ м и приобрело скорость $v = 5$ м/с. Определите A — работу силы, если масса тела $m = 100$ кг, а коэффициент трения $\mu = 0{,}01$.

Ответ: $A = \dfrac{mv^2}{2} + \mu mgS = 1\,348$ Дж.

5. Вагонетку массой $m = 600$ кг равномерно поднимают по эстакаде с углом наклона $\alpha = 20°$. Определите A — работу, совершаемую при подъеме вагонетки, если высота эстакады $h = 3$ м. Коэффициент трения вагонетки о рельсы $\mu = 0{,}05$.

Ответ: $A = mgh(1 + \mu \operatorname{ctg}\alpha) = 2 \cdot 10^4$ Дж.

6. Человек поднимает тело массой $m = 5$ кг на высоту $h = 6$ м с ускорением $a = 2$ м/с^2. Определите A — работу, совершаемую человеком.

Ответ: $A = mh(g + a) = 354$ Дж.

7. Первый искусственный спутник Земли массой $m = 86{,}6$ кг был запущен 4 октября 1957 г. Считается, что первоначальная средняя высота полета спутника над Землей составляла $h = 587{,}5$ км. Определите A — работу, которая была совершена при запуске спутника на орбиту.

Ответ: $A = 4{,}3 \cdot 10^{19}$ Дж.

8. Определите A — работу, которую совершают гравитационные силы, если тело массой $m = 2$ кг упадет на поверхность Земли с высоты $h = R_\oplus$. Радиус Земли $R_\oplus = 6{,}37 \cdot 10^6$ м. Масса Земли $M_\oplus = 5{,}96 \cdot 10^{24}$ кг.

Ответ: $A = 6{,}26 \cdot 10^7$ Дж.

9. С космического корабля, движущегося по круговой орбите на высоте $h = 500$ км над поверхностью Земли, стартует ракета массой $m = 200$ кг. Определите A — работу, которую необходимо совершить, чтобы вывести ракету за пределы поля тяготения Земли.

Ответ: $A \approx 1 \cdot 10^{10}$ Дж.

10. Определите A — работу, которую совершает сила при сжатии пружины на $x = 5$ см, если жесткость пружины $k = 2 \cdot 10^6$ Н/м.

Ответ: $A = 2\,500$ Дж.

11. Пружину растянули на $x_1 = 2$ см, при этом сила совершила работу $A_1 = 2$ Дж. Определите A_2 — работу, которую необходимо совершить, чтобы пружину растянуть еще на $\Delta x = 4$ см.

Ответ: $A_2 = 16$ Дж.

Мощность

12. При обработке детали на токарном станке в течение $t = 2$ мин двигатель станка совершает работу $A = 360$ кДж. Определите мощность двигателя станка N.

Ответ: $N = 3$ кВт.

13. Подъемный кран, мощность двигателя которого $N = 15$ кВт, равномерно поднимает груз со скоростью $v = 90$ м/мин. Определите массу m груза.

Ответ: $m = \dfrac{N}{vg} = 1 \cdot 10^3$ кг.

14. Электровоз равномерно тянет состав со скоростью $v = 54$ км/ч, при этом двигатель электровоза развивает полезную мощность $N = 750$ кВт. Определите силу тяги F электровоза.

Ответ: $F = 50$ кН.

15. Время разгона автомобиля с места до скорости $v = 100$ км/ч составляет $t = 20$ с. Масса автомобиля $m = 1{,}3$ т. Считая движение автомобиля равноускоренным, определите A — работу, совершаемую двигателем автомобиля, и N — среднюю мощность двигателя. Коэффициент сопротивления движению составляет $\mu = 0{,}05$.

Ответ: $A = \dfrac{mv^2}{2} + \dfrac{\mu gmvt}{2} = 6{,}8 \cdot 10^5$ Дж;

$N = \dfrac{mv^2}{2t} + \dfrac{\mu gmv}{2} = 34$ кВт.

16. Грузовик массой $m = 10$ т, развивающий мощность $N = 15$ кВт, равномерно поднимается в гору со скоростью $v = 4$ м/с. Пренебрегая трением, определите α — угол наклона горы к горизонту.

Ответ: $\alpha = \arcsin\left(\dfrac{N}{mgv}\right) = 2{,}15°$.

17. Мотоцикл ИЖ-Юпитер-3, масса которого вместе с водителем $m = 220$ кг, развивающий мощность $N = 14$ кВт, поднимается в гору с постоянной скоростью $v = 54$ км/ч. Не учитывая силу сопротивления, определите α — угол наклона горы к горизонту.

Ответ: $\alpha = \arcsin \dfrac{N}{mgv} \approx 28°$.

18. Человек массой $m = 60$ кг пробегает лестницу высотой $h = 10$ м за время $t = 10$ с. Определите $\langle N \rangle$ — среднюю мощность, развиваемую человеком.

Ответ: $\langle N \rangle = 392$ Вт.

19. Спускаясь под уклон с выключенным двигателем, автомобиль массой $m = 2$ т движется равномерно со скоростью $v = 10$ м/с. Определите N — мощность двигателя при подъеме автомобиля по такому же уклону дороги с той же скоростью $v = 15$ м/с. Уклон дороги $\sin\alpha = 0{,}05$.

Ответ: $N = 2 \cdot 10^3$ Вт.

20. Поезд поднимается в гору с постоянной скоростью $v_1 = 36$ км/ч. Коэффициент трения $\mu = 0{,}05$. Определите v_2 — скорость, с которой будет двигаться поезд по горизонтальному пути при той же мощности двигателя локомотива.

Ответ: $v_2 = \left(\dfrac{\sin\alpha + \mu\cos\alpha}{\mu}\right) v_1 \approx 30$ м/с.

21. Тело массой $m = 1$ кг под действием постоянной силы движется прямолинейно. Зависимость пути, пройденного телом, от времени имеет вид $S = t^2 + 2t + 2$ (м). Определите работу силы за время $t = 5$ с после начала ее действия.

Ответ: $A = 70$ Дж.

Энергия

1. Определите $E_к$ — кинетическую энергию метеорной частицы массой $m = 2$ г, если она влетает в атмосферу Земли со скоростью $v = 70$ км/с.

Ответ: $E_к = 4{,}9$ мДж.

2. Начальная скорость пули автомата Калашникова (АКМ) $v = 715$ м/с. Масса пули $m = 7{,}9 \cdot 10^{-3}$ кг. Определите ее кинетическую энергию $E_к$.

Ответ: $E_к = 2\,019$ Дж.

3. Автомобиль, движущейся равномерно со скоростью $v = 10$ м/с, обладает кинетической энергией $E_к = 50$ кДж. Определите массу m автомобиля.

Ответ: $m = 1\,000$ кг.

4. Определите m — массу и v — скорость тела, если его кинетическая энергия $E_к = 50$ Дж, а импульс $p = 5$кг · м/с.

Ответ: $m = \frac{p^2}{2E_к} = 0{,}25$ кг; $v = 20$ м/с.

5. Тело, падая с высоты 5,14 м, в момент соприкосновения с Землей обладает импульсом 100 кг · м/с. Определите массу m тела и его кинетическую энергию $E_к$ в момент удара о Землю.

Ответ: $m = 10$ кг; $E_к = 500$ Дж.

6. На первоначально покоящееся тело массой $m = 2$ кг действует сила $F = 10$ Н в течение $t = 10$ с. Определите $E_к$ — кинетическую энергию тела в конце десятой секунды.

Ответ: $E_к = \frac{F^2t^2}{2m} = 2{,}5 \cdot 10^3$ Дж.

7. Тело двигалось со скоростью $v_1 = 3$ м/с. На тело в течение $\Delta t = 2$ с действовала постоянная сила $F = 4$ Н. За это время кинетическая энергия тела увеличилась на $\Delta E_к = 100$ Дж. Определите: 1) m — массу тела; 2) v_2 — скорость тела в конце действия силы.

Ответ: 1) $m = 0{,}37$ кг; 2) $v_2 = 22$ м/с.

8. Шар массой $m_1 = 4$ кг движется со скоростью $v = 2$ м/с и сталкивается с неподвижным шаром массой $m_2 = 1$ кг. Определите A — работу, совершаемую при деформации шаров при неупругом прямом центральном ударе.

Ответ: $A = 1{,}6$ Дж.

9. Недеформированную пружину, жесткость которой $k = 20$ Н/м, растянули на $\Delta l = 5$ см. Определите потенциальную энергию $E_п$ растянутой пружины.

Ответ: $E_п = 25$ мДж.

10. Электровоз массой $m = 40$ т, двигаясь со скоростью $v = 1$ м/с, ударяется в два неподвижных пружинных буфера вагона. Определите Δx — наибольшее сжатие пружинных буферов вагона, если коэффициент жесткости пружины $k = 5 \cdot 10^6$ Н/м.

Ответ: $\Delta x = v\sqrt{\frac{m}{2k}} = 6$ см $= 6 \cdot 10^{-2}$ м.

11. Определите, в каком случае двигатель автомобиля совершит большую работу и во сколько раз: 1) для разгона с места до скорости $v_1 = 36$ км/ч — A_1; 2) при увеличении скорости от $v_1 = 36$ км/ч до $v_2 = 72$ км/ч — A_2. Силу сопротивления и время движения в обоих случаях считать одинаковыми.

Ответ: $\frac{A_2}{A_1} = 3$.

12. Автомобиль массой 2 т останавливается за 12 с, пройдя расстояние 60 м. Определите начальную скорость v автомобиля и силу трения $F_{тр}$, совершающую работу по торможению автомобиля.

Ответ: $v = 10$ м/с; $F_{тр} = 1{,}66$ кН.

13. Тело брошено вертикально вверх с начальной скоростью $v_0 = 20$ м/с. Определите h — высоту, на которой кинетическая энергия тела будет равна его потенциальной энергии. (Считать, что потенциальная энергия отсчитывается от уровня, с которого тело брошено.)

Ответ: $h = \frac{v_0^2}{4g} = 10{,}2$ м.

14. Мяч брошен под углом к горизонту со скоростью $v_0 = 20$ м/с. Определите v — скорость мяча на высоте 10 м.

Ответ: $v = 14$ м/с.

Закон сохранения механической энергии

1. Ломом, масса которого $m = 10$ кг, скалывают лед. Скорость лома при вертикальном ударе о лед $v = 2$ м/с. Определите Δh — глубину, на которую лом войдет в лед, если сила сопротивления лому постоянна и равна $F = 400$ Н.

Ответ: $\Delta h = 5$ см $= 5 \cdot 10^{-2}$ м.

2. Локомотив массой $m = 100$ т подошел к составу вагонов со скоростью $v_2 = 1$ м/с. Определите: 1) F — силу удара при автосцепке с первым вагоном; 2) k — жесткость пружины амортизатора, если пружина — амортизатор сцепки — сжалась на $\Delta x = 5$ см.

Ответ: $F = 1$ МН; $k = 2 \cdot 10^7$ Н/м.

3. Молотком массой $m = 0{,}5$ кг вбивают гвоздь. Скорость молотка при ударе $v_2 = 3$ м/с. Определите $\langle F_c \rangle$ — среднюю силу сопротивления, если за один удар гвоздь вошел в доску на глубину $\Delta x = 45$ мм.

Ответ: $\langle F_c \rangle = 50$ Н.

4. Груз массой $m = 4$ кг, падающий с высоты $h_1 = 5$ м, проникает в грунт на глубину $h_2 = 0{,}05$ м. Определите $\langle F_c \rangle$ — среднюю силу сопротивления грунта.

Ответ: $\langle F_c \rangle = 3{,}96$ кН.

5. Из пружинного пистолета был произведен выстрел вертикально вверх пулей массой 40 г. На какую высоту поднимется пуля, если пружина жесткостью 392 Н/м была сжата на 10 см? Сопротивлением воздуха и массой пружины пренебречь.

Ответ: $h = 5$ м.

6. Пуля, летящая горизонтально со скоростью $v = 500$ м/с, попадает в подвешенный на длинной веревке мешочек с песком и застревает в нем. На какую высоту h поднимается мешочек с песком, если его масса $m_1 = 6$ кг, а масса пули $m_2 = 15$ г?

Ответ: $h = 8 \cdot 10^{-2}$ м.

7. Пренебрегая трением, определите h — наименьшую высоту, с которой должен начать разбег велосипедист, чтобы он смог проехать по вертикальной петле радиусом $R = 4$ м и не оторваться от нее в верхней точке.

Ответ: $h = 10$ м.

8. Искусственный спутник Земли движется по эллиптической орбите. Определите v_2 — скорость движения спутника в апогее, если его скорость в перигее $v_1 = 8$ км/с. Перигей орбиты находится на расстоянии $S_1 = 220$ км, а апогей — на расстоянии $S_2 = 440$ км от поверхности Земли.

Ответ: $v_2 = 7{,}73$ км/с.

9. Определите $v_{\min}$ — наименьшую скорость, которую нужно сообщить телу, чтобы оно, преодолев гравитационное поле Юпитера, удалилось от него на бесконечно большое расстояние.

Ответ: $v_{\min} = 61{,}7$ км/с.

10. Определите, во сколько раз вторая космическая скорость Урана — $v_{\text{У}}$ больше второй космической скорости Марса — $v_{\text{М}}$

Ответ: $\dfrac{v_{\text{У}}}{v_{\text{М}}} = 4{,}4$.

РАЗДЕЛ II ОСНОВЫ МОЛЕКУЛЯРНОЙ ФИЗИКИ И ТЕРМОДИНАМИКИ

Глава 4

ОСНОВЫ МОЛЕКУЛЯРНО-КИНЕТИЧЕСКОЙ ТЕОРИИ. ИДЕАЛЬНЫЙ ГАЗ

Размеры и масса молекул и атомов

1. Определите массу атома m_0 ртути (Hg).

2. Определите массу молекулы m_0 воды (H_2O).

3. Определите массу молекулы m_0 нафталина ($C_{10}H_8$).

Ответ: $m_0 = 213 \cdot 10^{-27}$/кг.

4. Определите число молекул N в углекислом газе (CO_2) массой $m = 1$ кг.

Ответ: $N = 1{,}37 \cdot 10^{25}$.

5. Определите число N атомов в 4 кг углекислого газа и массу одной молекулы CO_2.

Ответ: $N = 5{,}5 \cdot 10^{25}$; $m_0 = 7{,}3 \cdot 10^{-26}$ кг.

6. Сколько атомов N ртути содержится в капле ртути (Hg) массой $m = 0{,}5$ г?

Ответ: $N = 1{,}5 \cdot 10^{21}$.

7. В сосуде содержится $3{,}01 \cdot 10^{25}$ молекул озона (O_3). Определите m массу газа.

Ответ: $m = 2{,}4$ кг.

8. Определите количество вещества ν, которое содержится в $m = 201$ г ртути.

Ответ: $\nu = 1$ моль.

9. Определите m массу $\nu = 50$ моль углекислого газа (CO_2).

Ответ: $m = 2{,}2$ кг.

10. Масса десяти одинаковых капель воды равна 2 г. Сколько молекул N содержится в одной капле воды?

Ответ: $N = 6{,}7 \cdot 10^{21}$.

11. Определите количество вещества ν, которое находится в 10 см^3 меди (Cu).

Ответ: 1,4 моль.

12. Сколько электронов n находится в одном литре кислорода при нормальных условиях? *Замечание*: молекула кислорода состоит из двух атомов; число электронов в атоме равно его порядковому номеру.

Ответ: $n = 4{,}3 \cdot 10^{23}$.

13. Каким импульсом p обладает молекула массой $m_0 = 3 \cdot 10^{-26}$ кг, движущаяся со скоростью $v = 440$ м/с?

Ответ: $p = 1{,}32 \cdot 10^{-23}\ \frac{\text{кг} \cdot \text{м}}{\text{с}}$.

14. Каким импульсом p обладают $N = 2 \cdot 10^6$ молекул, которые движутся в одном направлении со средней скоростью $\langle v \rangle = 50$ м/с? Масса одной молекулы $m_0 = 5{,}32 \cdot 10^{-26}$ кг.

Ответ: $p = 5{,}32 \cdot 10^{-17}\ \frac{\text{кг} \cdot \text{м}}{\text{с}}$.

15. В двух сосудах одинакового объема при нормальных условиях находятся вода и ртуть. В каком из сосудов атомов больше и во сколько раз?

Ответ: атомов воды больше в 2,46 раза.

Скорости движения молекул и их измерение

1. Определите среднюю квадратичную скорость $\langle v_{\text{кв}} \rangle$ молекул водорода при $t = 20$ °C. При какой температуре T эта скорость равна 500 м/с?

Ответ: $\langle v_{\text{кв}} \rangle = 1\,910$ м/с; $T = 20$ K.

2. Средняя квадратичная скорость молекул газа при нормальных условиях $\langle v_{кв} \rangle = 500$ м/с. Сколько молекул n содержит 10 г этого газа?

Ответ: $n = 2{,}2 \cdot 10^{23}$.

3. В сосуде долгое время находится смесь гелия He и неона Ne. Средняя квадратичная скорость атомов какого газа больше и во сколько раз?

Ответ: скорость атомов He больше в 2,2 раза.

4. Определите $\langle v_{кв} \rangle$ — среднюю квадратичную скорость молекул водорода при температуре $t = 47$ °C.

Ответ: $\langle v_{кв} \rangle = 1\,997$ м/с.

5. Определите T — температуру, при которой $\langle v_{кв} \rangle_{O_2}$ — средняя квадратичная скорость молекул кислорода равна $\langle v_{кв} \rangle_{N_2}$ — средней квадратичной скорости молекул азота при температуре $t = 100$ °C.

Ответ: $T = 426$ K.

6. Определите отношение средних кинетических энергий молекул водорода $\langle E_1 \rangle$ и кислорода $\langle E_2 \rangle$, если средние квадратные скорости их при температуре 0 °C соответственно равны $\langle v_{кв_1} \rangle = 1\,840$ м/с, $\langle v_{кв_2} \rangle = 460$ м/с, а массы молекул находятся в отношении 1 : 16.

Ответ: $\langle E_1 \rangle / \langle E_y \rangle = 1$.

7. Определите давление p газа, если средняя квадратическая скорость его молекул $\langle v_{кв} \rangle = 400$ м/с, а плотность $\rho = 1{,}2$ кг/м^3.

Ответ: $p = \rho \dfrac{\langle v_{кв} \rangle^2}{3} = 64$ кПа.

8. Определите концентрацию n_0 молекул кислорода, если его давление $p = 0{,}1$ МПа, а средняя квадратическая скорость $\langle v_{кв} \rangle = 700$ м/с,

Ответ:

$$n_0 = \frac{3pN_A}{M\langle v_{кв} \rangle^2} = 1{,}15 \cdot 10^{25}\ м^{-3}.$$

Основное уравнение молекулярно-кинетической теории газов

1. В каком агрегатном состоянии находится вещество, если соотношение между минимальной потенциальной энергией $E_{пmin}$ и средней кинетической энергией $\langle E_к \rangle$ хаотического движения его молекул имеет вид: $\langle E_к \rangle \gg E_{пmin}$.

2. Объясните, почему молекулы газа заполняют весь предоставленный им объем?

3. Определите, как изменилось давление p идеального газа, если при неизменной концентрации его молекул ($n_0 = \text{const}$) их средняя кинетическая энергия поступательного движения увеличилась в четыре раза.

4. Температура газа по шкале Цельсия $t = 17$ °C. Определите абсолютную температуру T этого газа.

Ответ: $T = 273 + t°C = 290$ K.

5. Абсолютная температуре тела $T = 300$ K. Определите температуру тела t по шкале Цельсия.

Ответ: $t = 27$ °C.

6. Как изменится давление идеального газа, если в данном объеме средняя квадратичная скорость молекул увеличится в два раза, а концентрация молекул уменьшится в два раза?

Ответ: увеличится в два раза.

7. Давление газа $p = 10^4$ Па, средняя квадратичная скорость молекул $\langle v_{кв} \rangle = 500$ м/с. Определите ρ — плотность этого газа.

Ответ: $\rho = \dfrac{3p}{\langle v_{кв}^2 \rangle} = 0{,}12$ кг/м^3.

8. В сосуде объемом $V = 100$ см^3 находится кислород под давлением $p = 1 \cdot 10^4$ Па. Молекулы кислорода движутся со средней квадратичной скоростью $\langle v_{кв} \rangle = 400$ м/с. Определите n — число молекул кислорода, находящихся в сосуде.

Ответ: $n = \dfrac{3pVN_A}{M\langle v_{кв}^2 \rangle} = 3{,}5 \cdot 10^{20}$.

9. В сосуде объемом $V = 10^5$ м^3 при температуре $t = 40$ °C находятся пары ртути под давлением $p = 29$ Па. Определите n — число атомов ртути, находящихся в сосуде.

Ответ: $n = 6{,}7 \cdot 10^6$.

Газовые законы

1. Начертите графики изотермического, изобарного и изохорного процессов в координатах p и V; p и T; T и V.

2. На рис. 14 изображены две изотермы одной и той же массы газа. Чем отличаются состояния газов, если газы одинаковые? Чем отличаются газы, если температуры газов одинаковые?

Указание: воспользуйтесь уравнением Клапейрона — Менделеева.

Ответ: температура газа $T_2 > T_1$; молярная масса $M_1 > M_2$.

3. Как изменяется давление данной массы идеального газа при переходе из состояния *1* в состояние *2* (рис. 15, *а*, *б*)?

Ответ: увеличивается, $p_2 > p_1$.

4. Идеальный газ сначала изобарно расширили, а затем изотермически сжали до прежнего объема. Изобразите эти процессы в координатах p и V; p и T; V и T.

Ответ: см. на рис. 16, *а — в*.

5. В сосуде находится $m = 14$ кг азота при $T = 300$ K и давлении $p = 8{,}3 \cdot 10^4$ Па. Определите объем V сосуда.

Ответ: $V = \dfrac{mRT}{Mp} = 15$ м^3.

6. В сосуде вместимостью $V = 0{,}83$ м^3 находится $m = 2$ кг азота при давлении $p = 2 \cdot 10^5$ Па. Определите температуру T азота.

Ответ: $T = \dfrac{pVM}{mR} = 280$ K.

7. При сжатии неизменного количества идеального газа объем уменьшился в 2 раза, а температура увеличилась в 2 раза. Определите, как изменилось давление газа.

Ответ: увеличилось в четыре раза.

8. Температура $\nu_1 = 2$ моль кислорода, находящегося в сосуде, равна $T_1 = 300$ K. Определите температуру T_2 водорода, находящегося в сосуде той же вместимости при том же давлении, взятого в количестве $\nu_2 = 2$ моль

Ответ: $T_2 = T_1 = 300$ K.

Уравнение состояния идеального газа. Молярная газовая постоянная

1. На некоторой высоте давление воздуха $p = 2 \cdot 10^4$ Па, а температура $t = -87$ °C. Определите ρ плотность воздуха на этой высоте.

Ответ: $\rho = \dfrac{pM}{RT} = 0{,}19$ кг/м^3.

2. Определите Δm — разницу в массе воздуха, заполняющего помещение объемом $V = 100$ м^3, зимой и летом, если летом температура воздуха $t_1 = 27$ °C, а зи-

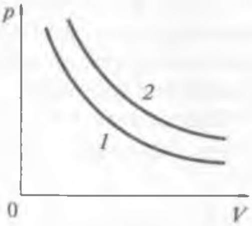


Рис. 14

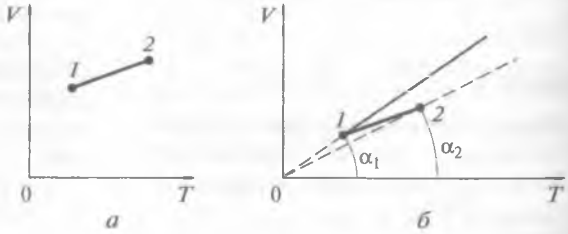


Рис. 15

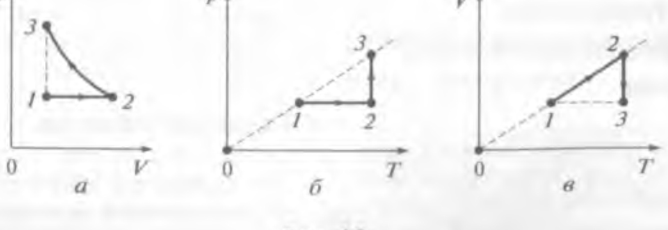


Рис. 16

мой $t_2 = -17$ °C. Давление в помещении — нормальное $p = 1{,}02 \cdot 10^5$ Па.

Ответ: $\Delta m = \dfrac{MpV}{R}\left(\dfrac{T_1 - T_2}{T_1 T_2}\right) = 3{,}5$ кг.

3. Гелий находится в закрытом сосуде под нормальным давлением и имеет плотность $\rho = 0{,}16$ кг/м^3. Определите температуру T газа.

Ответ: $T = \dfrac{pM}{\rho R} = 300$ K.

4. Почему тело глубоководной рыбы раздувается, если рыбу поднять на поверхность?

5. Сколько молекул воздуха n находится в комнате объемом 120 м^3 при температуре 15 °C и давлении 105 Па?

Ответ: $n = 3 \cdot 10^{27}$.

6. Из сосуда со сжатым кислородом вместимостью 20 л вследствие неисправности вентиля утекает газ. При температуре $t_1 = 7$ °C манометр показывает давление 5 МПа. Показание барометра не изменилось и при температуре $t_2 = 27$ °C. Определите массу Δm утекшего газа.

Ответ: $\Delta m = 9{,}1 \cdot 10^{-2}$ кг.

7. В сосуде вместимостью $V = 0{,}4$ л при постоянной температуре $t = 27$ °C находится некоторый газ. На сколько понизится давление Δp газа в сосуде, если из него вследствие утечки выйдет $N = 10^{20}$ молекул?

Ответ: $\Delta p = \dfrac{NkT}{V} = 1 \cdot 10^3$ Па.

8. Объем аудитории 300 м^3. Определите массу Δm вышедшего из нее воздуха при повышении температуры t от 10 до 27 °C. Атмосферное давление — нормальное.

Ответ: $\Delta m = 21$ кг.

9. В закрытом сосуде вместимостью $V = 10$ л при температуре $t = 27$ °C находится гелий массой $m_1 = 12$ г и водород массой $m_2 = 6$ г. Определите давление p газовой смеси.

Ответ: $p = \dfrac{RT}{V}\left(\dfrac{m_1}{M_1} + \dfrac{m_2}{M_2}\right) = 1{,}5$ МПа.

10. Сосуд объемом $2V = 400$ см^3 разделен пополам полупроницаемой перегородкой. В одну половину введено $m_1 = 4$ мг водорода и $m_2 = 8$ мг гелия. Через перегородку может диффундировать только гелий. Определите давления p_1 и p_2, которые установятся в обеих частях сосуда, если процесс протекает при постоянной температуре $t = 17$ °C.

Ответ:

$$p_1 = \frac{RT}{V}\left(\frac{m_1}{M_{H_2}} + \frac{m_2}{2M_{He}}\right) = 1\,805 \text{ Па};$$

$$p_2 = \frac{RT}{V}\frac{m_2}{2M_{He}} = 602 \text{ Па}.$$

Глава 5

ОСНОВЫ ТЕРМОДИНАМИКИ

Внутренняя энергия

1. Как изменяется внутренняя энергия тела при его охлаждении?

2. Как изменяется внутренняя энергия идеального газа при изотермическом процессе?

3. Азот массой $m = 200$ кг нагревают при постоянном давлении от температуры $t_1 = 20$ °C до $t_2 = 100$ °C. Определите ΔU — изменение внутренней энергии газа.

Ответ: $\Delta U = 1{,}2 \cdot 10^7$ Дж.

4. При постоянном давлении $p = 10^5$ Па азот расширяется от $V_1 = 12$ л до $V_2 = 22$ л. Определите ΔU — изменение внутренней энергии газа.

Ответ: $\Delta U = 2{,}5 \cdot 10^3$ Дж.

5. Определите $\langle E \rangle$ — среднюю кинетическую энергию одной молекулы неона (Ne) при температуре $T = 600$ K.

Ответ: $\langle E \rangle = 1{,}2 \cdot 10^{-20}$ Дж.

6. Определите T — температуру идеального газа, если средняя кинетическая энергия поступательного движения его молекул $\langle \varepsilon \rangle = 3{,}2 \cdot 10^{-20}$ Дж.

Ответ: $T = 1{,}5 \cdot 10^3$ K.

7. Определите $\langle E_{вр} \rangle$ — среднюю кинетическую энергию вращательного движения всех молекул, содержащихся в $m = 0{,}25$ г водорода при температуре $t = 13\ ^\circ C$.

Ответ: $\langle E_{вр} \rangle \frac{m}{M} RT = 297$ Дж.

8. Определите $\langle E_{вр} \rangle$ — среднюю кинетическую энергию вращательного движения одной молекулы двухатомного газа, если средняя суммарная кинетическая энергия молекул 1 кмоль этого газа $\langle \varepsilon_{вр} \rangle = 6{,}02$ мДж.

Ответ: $\langle E_{вр} \rangle = 4\ 10^{-21}$ Дж.

Теплоемкость. Удельная теплоемкость. Уравнение теплового баланса

1. Используя табличные данные, определите, у каких веществ удельная теплоемкость больше: железа, меди или свинца?

2. На улице находится ведро с водой, в котором плавают кусочки льда. Что будет происходить — таять лед или замерзать вода, если температура воздуха $t_1 = 0\ ^\circ C$, $t_2 = -2 ^\circ C$, $t_3 = 2\ ^\circ C$?

3. Определите количество теплоты Q, необходимое для нагревания стали массой $m = 1$ кг на $\Delta t = 10\ ^\circ C$.

Ответ: $Q = 46$ кДж.

4. Определите количество теплоты Q, необходимое для плавления льда массой $m = 10$ кг при температуре $t = 0\ ^\circ C$.

Ответ: $Q = 3{,}4$ кДж.

5. Определите количество теплоты Q, которое отдает железная болванка массой $m = 10$ кг при понижении ее температуры на $\Delta T = 100$ К.

Ответ: $Q = 4{,}6 \cdot 10^5$ Дж.

6. На рис. 17 изображены графики изменения температуры T двух тел (*1* и *2*) в зависимости от подводимого количества теплоты Q. Определите и начальные ($T_{1н}$, $T_{2н}$) и конечные ($T_{1к}$, $T_{2к}$) температуры каждого тела и их удельные теплоемкости (c_1 и c_2), если масса каждого из них $m_1 = m_2 = 1$ кг.

Ответ: $c = \frac{Q}{m \Delta T}$.

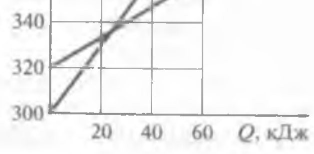


Рис. 17

7. Определите T — температуру, которую будет иметь вода, если смешать 400 л воды при $t_1 = 20 ^\circ C$ с 100 л воды при $t_2 = 70 ^\circ C$.

Ответ: $T = 303$ К.

8. В сосуде находится $m_1 = 0{,}5$ кг воды при температуре $t_1 = 15\ ^\circ C$. В воду опускают кусок льда, масса которого $m_2 = 0{,}5$ кг при температуре $t_2 = -10\ ^\circ C$. Определите температуру Θ смеси после установления теплового равновесия.

Ответ: $\Theta = 273$ К.

9. В сосуде находилось $m_1 = 200$ г воды при температуре $T_1 = 283$ К. В сосуд долили еще $m_2 = 400$ г воды при температуре $T_2 = 278$ К и бросили $m_3 = 400$ г льда при температуре $T_3 = 213$ К. Определите температуру смеси Θ после установления теплового равновесия.

Ответ: $\Theta = 273$ К. В сосуде будет смесь из 0,5 кг воды и 0,5 кг льда.

10. Смесь, состоящую из льда $m_1 = 5$ кг и воды $m_2 = 15$ кг, находящуюся при температуре $T_1 = 273$ К, нагревают до температуры $T_2 = 353$ К пропусканием водяного пара, температура которого $T_3 = 373$ К. Определите массу m пропущенного пара.

Ответ: $m = 3{,}6$ кг.

Первое начало термодинамики

1. Газ занимает объем $V = 12$ л при давлении $p = 0{,}2$ МПа. Определите A — работу, совершаемую газом, если он изобарно нагревается от $T_1 = 300$ К до $T_2 = 348$ К.

Ответ: $A = 384$ Дж.

2. На рис. 18 в координатах p и V изображены два процесса, в которых газ расширяется из состояния A в состояние B. Определите, в каком из процессов совершаемая газом работа больше.

3. Воздух объемом $V_1 = 20$ л находится в сосуде под давлением $p = 2{,}8 \cdot 10^5$ Па при температуре $t_1 = 27\ ^\circ C$. Определите температуру воздуха T_2, если при изобарном его нагревании была совершена работа $A = 760$ Дж.

Ответ: $T_2 = 340$ К.

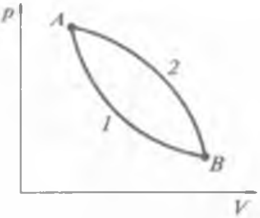


Рис. 18

4. В цилиндре под поршнем находится некоторая масса газа при температуре $t_1 = 27\,^\circ\text{C}$, занимающая при давлении $p = 2 \cdot 10^5$ Па объем $V_1 = 8$ л. Определите изменение температуры ΔT газа, если при неизменном давлении $p = \text{const}$ объем его уменьшился настолько, что при этом была совершена работа $A = 100$ Дж.

Ответ: $\Delta T = 19$ K.

5. Определите изменение внутренней энергии ΔU газа, если ему передана теплота $Q = 10^3$ Дж и газ при постоянном давлении $p = 1 \cdot 10^5$ Па расширился на $\Delta V = 6 \cdot 10^{-3}$ м^3?

Ответ: $\Delta U = 400$ Дж.

6. Один моль одноатомного идеального газа нагревают в сосуде, при этом он переходит из состояния *1* в состояние *2* (рис. 19). Определите: 1) работу A, совершаемую при этом; 2) изменение внутренней энергии газа ΔU.

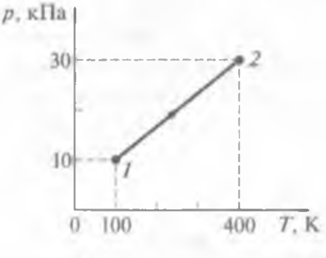


Рис. 19

Ответ: 1) $A = 0$; 2) $\Delta U = 3\,735$ Дж.

7. При изохорном нагревании газа массой $m = 20$ г на $\Delta T = 10$ K требуется $Q_V = 630$ Дж теплоты, а при изобарном $Q_p = 1\,050$ Дж. Определите M — молярную массу газа. Как называется этот газ?

Ответ: $M = \dfrac{mR\Delta T}{Q_p - Q_V} = 4$ кг/моль; газ — гелий.

8. Кислород массой $m = 16$ г нагревают от $T_1 = 320$ K до $T_2 = 340$ K при постоянном давлении. Определите: 1) ΔU — изменение внутренней энергии газа; 2) A — работу, совершенную газом при расширении; 3) Q — теплоту, сообщенную газу

Ответ: 1) $\Delta U = 2\,080$ Дж $\approx 2{,}1$ кДж 2) $A = 830$ Дж $\approx 0{,}8$ кДж; 3) $Q = 2\,910$ Дж $\approx 2{,}9$ кДж.

9. Аргон (^{40}Ar) массой $m = 20$ г, расширяясь изотермически при температуре $T = 270$ K, изменил давление от $p_1 = 2 \cdot 10^5$ Па до $p_2 = 1 \cdot 10^5$ Па. Определите: 1) A — работу, совершаемую газом; 2) ΔU — изменение внутренней энергии газа; 3) Q — теплоту, сообщенную газу.

Ответ:

1) $A = \dfrac{m}{M} RT \ln \dfrac{p_1}{p_2} = 776{,}5$ Дж;

2) $\Delta U = 0$; 3) $Q = 776{,}5$ Дж.

10. Одноатомный идеальный газ в количестве $\nu = 2$ моль поглощает количество теплоты $Q = 2$ кДж. При этом температура газа повысилась на $\Delta T = 40$ K. Определите работу A, совершаемую газом в этом процессе.

Ответ: $Q = 1\,003$ кДж.

11. Объем постоянной массы идеального одноатомного газа увеличился при постоянном давлении $p = 3 \cdot 10^5$ Па на $\Delta V = 0{,}02$ м^3. Определите увеличение внутренней энергии ΔU газа.

Ответ: $\Delta U = \dfrac{i}{2} p\Delta V = 9$ кДж.

Холодильная машина. Тепловой двигатель

1. Тепловая машина с КПД $\eta = 60\,\%$ за цикл работы отдает холодильнику $Q_\text{х} = 160$ Дж. Определите количество теплоты $Q_\text{н}$, получаемое машиной за цикл, от нагревателя.

Ответ: $Q_\text{н} = 400$ Дж.

2. Определите КПД тепловой машины η, если за цикл работы она получает от нагревателя $Q_\text{н} = 200$ Дж и отдает холодильнику $Q_\text{х} = 80$ Дж.

Ответ: $\eta = 60\,\%$.

3. Горячий пар поступает в турбину при температуре $T_\text{н} = 800$ K, а выходит из нее при температуре $t_\text{х} = 27\,^\circ\text{C}$. Считая паровую турбину идеальной тепловой машиной, определите ее КПД.

Ответ: $\eta = 62{,}5\,\%$.

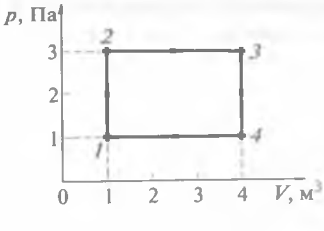


Рис. 20

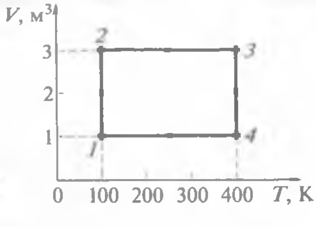


Рис. 21

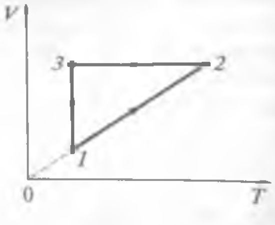


Рис. 22

4. Определите работу, совершаемую идеальной тепловой машиной за один цикл, изображенный на рис. 20.

Ответ: $A = 6 \cdot 10^3$ Дж.

5. Какую работу A совершает идеальная машина, рабочим телом которой является 1 моль идеального газа, за один цикл, изображенный на рис. 21?

Ответ: $A = R(T_2 - T_1)\ln\frac{V_2}{V_1} = 2\,735{,}5$ Дж ≈ ≈ 2,7 кДж.

6. С 1 моль идеального газа совершается круговой процесс — цикл (рис. 22) (*1—2*), (*2—3*), (*3—1*). Определите, на каких стадиях цикла газ получал, а на каких отдавал тепло.

Указание: изобразите цикл в координатах p и V.

7. Температура нагревателя идеальной тепловой машины $t_н = 227\,°C$, а холодильника $t_х = -27\,°C$. Определите работу, совершаемую рабочим телом тепловой машины за один цикл, если за один цикл нагреватель сообщает теплоту $Q_н = 100$ Дж.

Ответ: $A = 60$ Дж.

8. При прямом цикле Карно тепловая машина совершает работу $A = 200$ Дж. Температура нагревателя $T_н = 375$ К, холодильника $T_х = 300$ К. Определите $Q_н$ — теплоту, получаемую машиной от нагревателя.

Ответ: $Q_н = 1\,000$ Дж = 1 кДж.

Глава 6

СВОЙСТВА ПАРОВ

Насыщенный пар и его свойства

1. Определите n_0 — концентрацию молекул насыщенного водяного пара при температуре $T = 350$ К и давлении насыщенного пара $p = 3{,}2$ кПа.

Ответ: $n_0 = 6{,}6 \cdot 10^{23}$.

2. Определите p — давление насыщенного водяного пара при температуре $T = 290$ К, если плотность насыщенного водяного пара при этой температуре $\rho = 2{,}56 \cdot 10^{-2}$ кг/м³.

Ответ: $p = \frac{\rho RT}{M} = 3{,}43$ Па.

3. Абсолютная температура T насыщенного пара увеличилась в 1,5 раза. Как изменилось его давление?

Ответ: увеличилось более чем в 1,5 раза.

Абсолютная и относительная влажность воздуха

1. В $V = 5$ м³ воздуха при $t = 21\,°C$ содержится $m = 52$ г водяного пара. Определите f — относительную влажность воздуха.

Ответ: $f = 56{,}8$ %.

2. Как изменилась относительная влажность воздуха в течение дня, если показания сухого термометра утром и вечером были одинаковы, а разность показаний сухого и влажного термометров вечером была больше, чем утром.

Ответ: влажность воздуха уменьшилась.

3. Относительная влажность воздуха вечером при температуре $t = 25$ °C составляет $f_1 = 70$ %. Ночью температура воздуха понизилась до 16 °C. Сколько водяного пара конденсировалось из 1 м^3 воздуха?

Ответ: $m = 2{,}5 \cdot 10^{-3}$ кг.

4. Температура воздуха днем $t = 26$ °C, а его относительная влажность $f = 52$ %. Выпадет ли роса, если ночью температура воздуха понизилась до $t = 18$ °C?

Ответ: нет.

5. Два сосуда вместимостью $V_1 = 1$ м^3 и $V_2 = 2$ м^3 содержат воздух при одинаковой температуре и относительной влажности $f_1 = 20$ % и $f_2 = 30$ % соответственно. Определите относительную влажность воздуха после соединения сосудов между собой. *Указание*: при неизменной температуре давление пара пропорционально плотности: $\frac{p}{p_н} = \frac{\rho}{\rho_н}$.

Ответ: $f = 27$ %.

6. Определите абсолютную D и относительную f влажности воздуха, если его температура $t_1 = 25$ °C, а точка росы соответствует $t_р = 10$ °C.

Ответ: $D = 9{,}4 \cdot 10^{-3}$ кг/м^3; $f = 41$ %.

7. Температура воздуха $t = 27$ °C, а его относительная влажность $f = 65$ %. При какой температуре выпадает роса?

Ответ: $T_р \approx 292{,}5$ K.

8. В сосуде находится насыщенный водяной пар. При его сжатии давление и температура не изменились. Объясните почему?

Ответ: часть пара сконденсировалась.

9. В сосуде под поршнем находятся жидкость и насыщенный пар. Определите, как изменяются масса жидкости и масса пара, если при постоянной температуре опускать поршень.

Ответ: масса жидкости увеличивается, а масса насыщенного пара уменьшается.

10. Почему при кипении жидкости ее температура не изменяется?

Ответ: подводимая теплота расходуется на испарение жидкости.

11. Определите m — массу стоградусного водяного пара, необходимого для нагревания $m_1 = 10$ кг воды от $t_1 = 10$ °C до $t_2 = 60$ °C.

Ответ: $m = 0{,}086$ кг.

12. Определите h — высоту, с которой должна падать капля воды, температура которой $t_1 = 20$ °C, чтобы при ударе о Землю она полностью испарилась. Сопротивление воздуха не учитывать.

Ответ: $h = 265$ км.

13. Можно ли заставить воду кипеть без нагревания?

Ответ: можно, если понизить давление до давления насыщающих паров при данной температуре.

Глава 7

СВОЙСТВА ЖИДКОСТЕЙ

Поверхностный слой жидкости. Энергия поверхностного слоя

1. Поверхностное натяжение керосина $\alpha = 2{,}4 \cdot 10^{-2}$ Н/м. Какую работу A совершат силы поверхностного натяжения при уменьшении поверхностного слоя керосина на 25 см^2?

Ответ: $A = 60$ мкДж.

2. С помощью пипетки отмерено 40 капель воды. Найдите поверхностное натяжение α воды, если масса отсчитанных капель $m = 1{,}84$ г, а диаметр шейки пипетки $d = 2$ мм.

Ответ: $\alpha = \dfrac{mg}{n\pi d} = 7,2 \cdot 10^{-2}$ Н/м.

3. Тонкое алюминиевое кольцо радиусом $r = 10$ см опускают на поверхность воды. Определите F — минимальную силу, с помощью которой можно оторвать кольцо от поверхности воды, если масса кольца $m = 5,7$ г. Температура воды $t = 20\,°\text{C}$.

Ответ: $F = mg + 4\pi\alpha r = 0,15$ Н.

4. Какая энергия $\Delta E_п$ выделяется при слиянии 27 капель воды радиусом $r = 0,1$ см в одну каплю?

Ответ: $\Delta E_п = 16$ мкДж.

5. Капля ртути радиусом $R = 2$ мм разделилась на 64 одинаковые капли. Определите изменение потенциальной энергии поверхностного слоя капель.

Ответ: $\Delta E_п = -72$ мкДж.

6. Определите изменение свободной энергии ΔE мыльного пузыря, если при его раздувании диаметр d возрастает от $3 \cdot 10^{-2}$ до $30 \cdot 10^{-2}$ м. Поверхностное натяжение $\alpha = 3 \cdot 10^{-3}$ Н/м.

Ответ: $\Delta E \approx 1,7 \cdot 10^{-2}$ Дж.

Явления на границе жидкости с твердым телом. Капиллярные явления

1. В одной и той же капиллярной трубке вода поднимается на $\Delta h_1 = 50$ мм, а спирт — на $\Delta h_2 = 19$ мм. Определите поверхностное натяжение $\alpha_с$ спирта. Поверхностное натяжение воды $\alpha_в = 0,072$ Н/м.

Ответ: $\alpha_с = 22 \cdot 10^{-3}$ Н/м.

2. В сосуд с жидкостью опущена капиллярная трубка внутренним диаметром $d = 3$ мм. Найдите поверхностное натяжение α жидкости, если вес жидкости в капилляре равен $P = 0,2$ Н. Смачивание считать полным.

Ответ: $\alpha = \dfrac{mg}{2\pi r} = 2,1 \cdot 10^{-2}$ Н/м.

3. Соломинка массой $m = 1$ г и длиной $l = 4$ см плавает на поверхности воды. По одну сторону от соломинки осторожно налили мыльный раствор. С каким ускорением a начнет двигаться соломинка? Сопротивлением воды пренебречь.

Ответ: $a = \dfrac{(\alpha_1 - \alpha_2)l}{m} = 1,35$ м/с^2.

4. Решето, дно которого имеет круглые отверстия радиусом $r = 0,5$ мм, наполняется водой. Учитывая, что вода не смачивает дно, определите максимальную высоту h уровня воды, при которой она не будет выливаться.

Ответ: $h = \dfrac{2\alpha}{\rho r} = 0,3$ м.

5. На какую высоту h поднимается вода между двумя плоскопараллельными стеклянными пластинками, если расстояние между ними $r = 1$ мм? Поверхностное натяжение воды $\alpha = 0,072$ Н/м.

Ответ: $h = 3 \cdot 10^{-2}$ м.

6. Найдите добавочное давление Δp, создаваемое поверхностью воздушного пузырька диаметром $d = 1$ мм, находящегося под водой.

Ответ: $\Delta p = 288$ Па.

7. Определите, какой объем V_0 занимает нефть при температуре $t = 0\,°\text{C}$, если при температуре $t = 20\,°\text{C}$ ее объем $V = 65$ м^3.

Ответ: $V_0 \approx 64$ м^3.

8. Объясните, почему сосуды для перевозки и хранения жидкого топлива, если они находятся в условиях изменяющейся температуры, нельзя заполнять до краев.

9. Нефть налита в цилиндрическую цистерну высотой $h = 2$ м. При температуре $t = 0\,°\text{C}$ нефть не доходит до краев цистерны на $\Delta r = 0,1$ м. Рассчитайте, при какой температуре T нефть начнет выливаться из цистерны.

Ответ: $T = 325$ К.

10. Масса m одного литра спирта при температуре $t = 0\,°\text{C}$ равна 0,80 кг. Определите плотность ρ спирта при температуре $t = 15\,°\text{C}$.

Ответ: $\rho = 790$ кг/м^3.

11. Медный шарик радиусом $r = 1$ мм равномерно падает в жидкости со скоростью $v = 5$ см/с. Определите η — динамическую вязкость жидкости, если ее плотность $\rho_ж = 1,5 \cdot 10^3$ кг/м^3.

Ответ: $\eta = \dfrac{2}{9}\dfrac{g(\rho - \rho_ж)r^2}{v} = 2,9$ Па · с.

Глава 8

СВОЙСТВА ТВЕРДЫХ ТЕЛ

Упругие свойства твердых тел. Закон Гука

1. Медный стержень длиной $l = 3$ м и сечением $S = 1,5$ мм^2 растягивают. Определите работу A, совершаемую при растяжении, если относительное удлинение $\Delta l = 0,001$.

Ответ: $A = 292$ Дж.

2. Определите, какую наименьшую длину l должна иметь свинцовая проволока, чтобы она разорвалась под действием собственной массы при ее вертикальном подвешивании за один конец. Предел прочности свинца $\sigma_{пр} = 19,6$ МПа.

Ответ: $l = 177$ м.

3. Стальная струна диаметром $d = 0,5$ мм и длиной $l = 80$ см растягивается на 1 мм. Определите силу F, приложенную к струне. Вычислите работу A при растяжении струны.

Ответ: $F = 52$ Н; $A = 2,6 \cdot 10^{-2}$ Дж.

4. Длина l медной проволоки при нагревании от $t = 0$ до $t = 100$ °C увеличилась на 0,17 м. Определите температурный коэффициент линейного расширения α меди, если первоначальная длина проволоки 100 м.

Ответ: $\alpha = 2 \cdot 10^{-5}$ K^{-1}.

5. Медный стержень, имеющий температуру $t = 10$ °C, плотно вставлен между неподвижными плоскостями. Стержень нагревают до $t = 80$ °C. Определите напряжение σ_n, возникающее в нем.

Ответ: $\sigma_n = \dfrac{E\alpha(T_2 - T_1)}{1 + \alpha T_1} \approx 1,4 \cdot 10^8$ Па.

6. Определите, какую силу F нужно приложить к стальной проволоке диаметром $d = 2$ мм, чтобы получить такое же удлинение, как при ее нагревании на $\Delta T = 100$ K.

Ответ: $F = 676$ Н.

7. Стальной стержень при температуре $t = 0$ °C имеет длину $l_1 = 0,2$ мм. Определите температуру T, при которой его длина l_2 будет 0,213 м.

Ответ: $T = 873$ K.

Плавление и кристаллизация

1. Определите Q — теплоту, необходимую для плавления свинца массой $m = 10$ кг, находящегося при температуре плавления. Удельная теплота плавления свинца $\lambda = 25$ кДж/кг.

Ответ: $Q = 250$ кДж.

2. Определите Q — теплоту, необходимую для превращения льда массой $m = 5$ кг, взятого при температуре $t_1 = -20$ °C, в пар, температура которого $t_2 = 100$ °C.

Ответ: $Q = 1,57 \cdot 10^7$ Дж $= 15,7$ МДж.

3. Для охлаждения $V = 5$ л воды от $t_1 = 20$ °C до $t_2 = 8$ °C в нее бросают лед, находящийся при температуре $t_3 = 0$ °C. Определите $m_л$ — массу льда, расходуемую на охлаждение воды.

Ответ: $m_л \approx 0,2$ кг.

4. Алюминиевый куб, положенный на лед, температура которого $t_1 = 0$ °C, полностью в него погрузился. Определите начальную температуру T куба.

Ответ: $T = \dfrac{\rho_л \lambda}{c_{Al}\rho_{Al}} + T_1 = 407$ K.

5. Два шарика одинаковой массы — свинцовый и стальной — упали с одинаковой высоты. Какой из этих шариков нагреется до более высокой температуры, если начальная температура шариков T одинаковая?

Указание: полагать, что вся кинетическая энергия шариков идет на их нагревание.

Ответ: $T_{св} > T_{ст}$.

6. Расплавится ли при ударе свинцовая пуля массой $m = 7$ г, летящая со скоростью 500 м/с, если температура пули до удара $t = 50$ °C.

Указание. Считать, что только половина кинетической энергии пули идет на ее нагревание.

Ответ: расплавится.

7. Две льдинки одинаковой массы $m_1 = m_2 = m$ летят навстречу друг другу с одинаковыми по модулю скоростями $|v_1| = |v_2| = v$ и при ударе превращаются в пар. Какую минимальную скорость v имели льдинки перед ударом, если их температура была $t_1 = -13$ °C?

Ответ: $v = 2,3 \cdot 10^3$ м/с.

РАЗДЕЛ III ОСНОВЫ ЭЛЕКТРОДИНАМИКИ

Глава 9

ЭЛЕКТРИЧЕСКОЕ ПОЛЕ

Электрические заряды. Закон сохранения заряда

1. Цинковая пластинка, имеющая отрицательный заряд $Q_1 = -5e$, при освещении потеряла пять электронов. Определите, каким стал заряд Q пластины Р.

Ответ: $Q = -10e$.

2. При электризации эбонитовой палочки о шерсть ей сообщили заряд $Q = -4{,}8 \cdot 10^{-12}$ Кл. Какому числу n электронов соответствует этот заряд?

Ответ: $n = 3 \cdot 10^7$.

3. Можно ли при электризации янтарной палочки о шерсть сообщить ей заряд $Q = -1{,}6 \cdot 10^{-21}$ Кл?

Ответ: нет.

4. Три одинаковые металлические сферы, одна из которых имеет заряд Q, приводятся в контакт. Определите заряд Q каждой сферы после удаления сфер друг от друга.

5. Металлический шарик, имеющий заряд $Q_1 = 3$ нКл, коснулся такого же шарика, имеющего заряд $Q_2 = -5$ нКл. Какой заряд будет иметь каждый шарик после разъединения?

Ответ: $Q = -1$ нКл.

6. Определите, ядро какого атома имеет заряд $Q = 4{,}8 \cdot 10^{-19}$ Кл.

Ответ: ядро атома лития.

7. Считая, что на каждый атом меди приходится один электрон проводимости, определите, какой заряд Q приобрел бы медный шар радиусом $r = 0{,}1$ м, если бы у атомов меди были удалены все электроны проводимости.

Ответ: $Q = e\dfrac{4\rho\pi r^3}{3M}N_{\text{А}} = 57$ мкКл.

Закон Кулона

1. Два точечных заряда действуют друг на друга с силой $F_1 = 24$ Н. Определите силу взаимодействия F_2 между зарядами при увеличении каждого заряда в 2 раза и неизменном расстоянии между ними.

Ответ: $F_2 = 96$ Н.

2. Расстояние между двумя точечными зарядами увеличили в четыре раза. Во сколько раз нужно изменить величину одного из зарядов, чтобы сила взаимодействия между ними осталась прежней?

Ответ: увеличить в 16 раз.

3. Как изменится сила взаимодействия между двумя точечными зарядами, если величину каждого заряда уменьшить в два раза, а расстояние между зарядами увеличить в четыре раза?

Ответ: сила уменьшится в 64 раза.

4. Определите силу взаимодействия F между точечными зарядами $Q_1 = 2 \cdot 10^{-7}$ Кл и $Q_2 = 1{,}5 \cdot 10^{-6}$ Кл, находящихся в вакууме на расстоянии $r = 0{,}2$ м друг от друга.

Ответ: $F = 6{,}75 \cdot 10^{-2}$ Н.

5. Два металлических шарика, имеющих заряды $Q_1 = 0{,}2$ нКл и $Q_2 = 0{,}4$ нКл, привели в соприкосновение и разъединили. Найдите силу взаимодействия между ними на расстоянии $r = 10$ см. Среда — воздух.

Ответ: $F = 8{,}1 \cdot 10^{-4}$ Н.

6. С какой силой F ядро атома водорода притягивает электрон, если радиус орбиты электрона $r = 0{,}5$ Å? 1 Å $= 1 \cdot 10^{-10}$ м.

Ответ: $F = 9{,}2 \cdot 10^{-8}$ Н.

7. Во сколько раз сила электростатического взаимодействия двух электронов больше силы их гравитационного взаимодействия?

Ответ: в $4 \cdot 10^{43}$ раз.

8. Заряды $+Q$, $-Q$ и Q_1 расположены в углах правильного треугольника со стороной a. Какое направление имеет сила, действующая на заряд Q_1?

Ответ: сила направлена вдоль прямой, параллельной стороне треугольника, соединяющей заряды $+Q$ и $-Q$.

9. На изолирующей нити подвешен шарик массой $m = 2$ г, имеющий заряд $Q = 5 \cdot 10^{-7}$ Кл. На каком расстоянии r снизу нужно расположить такой же заряд, чтобы сила натяжения нити уменьшилась в два раза?

Ответ: $r = 0{,}5$ м.

10. На изолирующей нити подвешен маленький шарик массой $m = 0{,}2$ г, имеющий заряд $Q = 5 \cdot 10^{-8}$ Кл. На какое расстояние r снизу нужно поднести другой шарик, имеющий заряд $Q = 3 \cdot 10^{-7}$ Кл, чтобы натяжение нити уменьшилось вдвое?

Ответ: $r = 0{,}3$ м.

Электрическое поле. Напряженность электрического поля

1. На заряд $Q = 33$ нКл, внесенный в точку A электрического поля, действует сила $F = 10$ мкН. Определите напряженность поля E_A в этой точке.

Ответ: $E_A = 300$ Н/Кл.

2. Точечный заряд $Q = 3 \cdot 10^{-8}$ Кл помещен в точку электрического поля, напряженность в которой $E = 250$ Н/Кл. Определите силу F, которая будет действовать на этот заряд.

Ответ: $F = 7{,}5$ мкН.

3. Определите силу F, действующу на электрон в однородном электрическо поле, напряженность которого E $= 1\,000$ В/м.

Ответ: $F = 1{,}6 \cdot 10^{-16}$ Н.

4. Определите напряженность поля, создаваемого точечным зарядом Q $= 1{,}6 \cdot 10^{-10}$ Кл в точках A, B, C, D, расположенных на расстоянии 4 см от заряда (рис. 23). Является ли поле точечног заряда однородным?

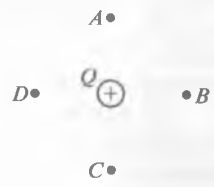


Рис. 23

Ответ: $|E_A| = |E_B| = |E_C| = |E_D| = 900$ В/м нет.

5. Определите, на каком расстояни r_1 от точечного заряда Q напряженност электрического поля в воде E_1 будет такой же, как в вакууме E на расстояни $r = 18$ см.

Ответ: $r_1 = r\sqrt{\dfrac{E}{E_1}} = 0{,}02$ м.

6. Радиус орбиты электрона в атом водорода $r = 0{,}5$ Å. Найдите напряженность поля, создаваемого ядром атома точках орбит электрона.

Указание: заряд ядра можно считат точечным, так как размеры ядра атом много меньше радиуса орбит электрона 1 Å $= 1 \cdot 10^{-10}$ м.

Ответ: $E = 5{,}8 \cdot 10^{11}$ В/м.

7. На рис. 24 изображены линии напряженности электростатического поля Является ли это поле однородным?

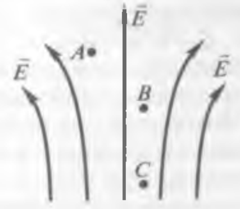


Рис. 24

Ответ: нет; $|\vec{E}_C| > |\vec{E}_B| > |\vec{E}_A|$.

8. На электрон *e* действует электрическое поле $\vec{E}$ (рис. 25). Куда направлено ускорение $\vec{a}$ электрона?

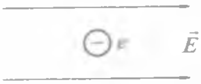


Рис. 25

Ответ: $\vec{E} \uparrow\downarrow \vec{a}$.

9. На протон *p* действует электрическое поле $\vec{E}$ (рис. 26). Куда направлено ускорение $\vec{a}$ протона?

Рис. 26

Ответ: $\vec{E} \uparrow\uparrow \vec{a}$.

10. Модуль напряженности E электростатического поля, в котором находится α-частица (${}^4_2$He) с зарядом $Q = 3{,}2 \cdot 10^{-19}$ Кл, равен 10 В/м. Определите электрическую силу F, действующую на α-частицу.

Ответ: $F = 3{,}2 \cdot 10^{-18}$ Н.

11. Определите напряженность поля E системы двух точечных зарядов $Q = 3 \cdot 10^{-7}$ Кл и $Q = 2 \cdot 10^{-7}$ Кл в точке, лежащей посередине между зарядами, если расстояние между ними $r = 20$ см.

Ответ: $E = 9 \cdot 10^4$ В/м.

12. В вершине квадрата со стороной 10 см находятся одинаковые отрицательные заряды $Q = 5$ нКл. Определите напряженность электростатического поля E в центре квадрата.

Ответ: $E = 0$.

13. Два точечных заряда $Q_1 = -1$ нКл и $Q_2 = 1$ нКл расположены в вершинах равностороннего треугольника со стороной $r = 0{,}1$ м. Определите напряженность поля E, создаваемого этими зарядами, в третьей вершине треугольника.

Ответ: $E = 9 \cdot 10^2$ В/м.

14. Протон *p* под действием однородного электрического поля напряженностью $E = 332$ В/м движется равноускоренно. Определите ускорение a протона.

Ответ: $a = 3{,}2 \cdot 10^9$ м/с^2.

15. В однородное электрическое поле $E = 1 \cdot 10^4$ В/м поместили шарик массой $m = 2 \cdot 10^{-3}$ кг, подвешенный на тонкой непроводящей нити. На какой угол α от вертикали отклонится нить, если шарику сообщить заряд $Q = 1 \cdot 10^{-6}$ Кл?

Ответ: $\alpha = 30°$.

Работа сил электростатического поля

1. Работа при перемещении заряда $Q = 1{,}5 \cdot 10^{-7}$ Кл из бесконечности в точку A электростатического поля равна $A = 7{,}5 \cdot 10^{-5}$ Дж. Определите потенциал φ_A этой точки поля.

Ответ: $\varphi_A = 500$ В.

2. При перемещении заряда Q с поверхности земли в точку с потенциалом $\varphi = 100$ В была совершена работа $A = 0{,}1$ мДж. Определите этот заряд.

Ответ: $Q = 1$ мкКл.

3. Положительный заряд Q может перемещаться в однородном электростатическом поле из точки A в точку B по разным траекториям (рис. 27). При перемещении по какой траектории электрическое поле совершает бо́льшую работу?

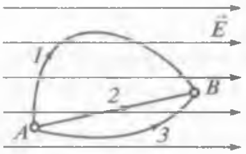


Рис. 27

4. В центре окружности радиусом $r = 5$ см расположен точечный заряд $Q = 3 \cdot 10^{-10}$ Кл (рис. 28). Определите работу A, совершаемую силами поля при перемещении заряда $Q_1 = 2 \cdot 10^{-10}$ Кл из точки A в точку B вдоль дуги AB.

Рис. 28

5. Два точечных заряда $Q_1 = Q_2 = 3$ мкКл находятся в керосине на расстоянии $r_1 = 60$ см. Определите работу A, которую необходимо совершить, чтобы сблизить заряды до $r_2 = 20$ см.

Ответ: $A = \frac{Q_1Q_2}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0}\left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}\right) = -0{,}13$ Дж.

Потенциал. Разность потенциалов. Эквипотенциальные поверхности

1. Определите φ-потенциал электростатического поля точечного заряда $Q = 8{,}85 \cdot 10^{-12}$ Кл в точке, удаленной на расстояние $r = 0{,}1$ м от заряда.

Ответ: $\varphi = 8$ В.

2. Точка A находится на расстоянии $r_1 = 0{,}5$ м, а точка B на расстоянии $r_2 = 0{,}2$ м от точечного заряда $Q = 1 \cdot 10^{-6}$ Кл. Определите $\Delta\varphi$ — разность потенциалов между точками A и B. Среда — воздух.

Ответ: $\Delta\varphi = \varphi_A - \varphi_B = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}\right) = 2{,}7 \cdot 10^4$ В.

3. Полый заряженный шар радиусом $R = 5$ см имеет в центре потенциал $\varphi_1 = 90$ В. Определите потенциал точки поля, удаленной от поверхности шара на расстоянии $r = 15$ см.

Ответ: $\varphi = \frac{\varphi_1 R}{R + r} = 22{,}5$ В.

4. Полый шар несет на себе равномерно распределенный заряд. Определите R — радиус шара, если потенциал в центре шара $\varphi_1 = 100$ В, а в точке, находящейся от центра шара на расстоянии $r = 1$ м, $\varphi_2 = 10$ В.

Ответ: $R = \frac{\varphi_2}{\varphi_1} r = 0{,}01$ м.

5. Определите изменение скорости электрона v_e и протона v_p, прошедших разность потенциалов $\varphi_1 - \varphi_2 = 10^6$ В.

Ответ: $v_e = 1{,}9 \cdot 10^7$ м/с; $v_p = 4{,}4 \cdot 10^5$ м/с.

6. Определите изменение кинетической энергии электрона (ΔE_{ke}) и протона (ΔE_{kp}), если они прошли разность потенциалов $\varphi_1 - \varphi_2 = 10^3$ В.

Ответ: $\Delta E_{ke} = 1{,}6 \cdot 10^{-16}$ Дж; $\Delta E_{kp} = 1{,}6 \cdot 10^{-16}$ Дж.

7. Пучок электронов направлен параллельно пластинам плоского конденсатора длиной $l = 5$ см с расстоянием между пластинами $r = 3$ см. С какой скоростью v_e влетели электроны в конденсатор, если известно, что они отклонились за время полета в конденсаторе на $\Delta r = 3$ мм? Разность потенциалов между пластинами $\Delta\varphi = 700$ В. Определите кинетическую энергию $E_к$ электронов.

Ответ: $v_e \approx 4 \cdot 10^7$ м/с; $E_к = 7{,}8 \cdot 10^{-16}$ Дж.

Конденсаторы

1. Незаряженному проводнику сообщили заряд $Q = 2 \cdot 10^{-8}$ Кл, при этом его потенциал стал $\varphi = 10$ В. Определите C — электрическую емкость проводника.

Ответ: $C = 2$ нФ.

2. Считая, что Земля имеет форму шара радиусом $R_{\ominus} = 6{,}4 \cdot 10^6$ м, определите C — электрическую емкость Земли ($\varepsilon_0 = 8{,}85 \times 10^{-12}$ Ф/м).

Ответ: $C = 4\pi\varepsilon\varepsilon_0 R_{\ominus} = 71$ мФ.

3. Десять (n) одинаковых шарообразных капелек ртути радиусом $r = 0{,}1$ мм каждая имеют заряд $Q = 1 \cdot 10^{-9}$ Кл каждая. Определите потенциал φ капли ртути на ее поверхности, если все эти капли соединить в одну.

Ответ: $\varphi = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r}\sqrt[3]{n^2} = 4{,}2 \cdot 10^6$ В.

4. Как изменится емкость C плоского воздушного конденсатора, если площадь обкладок увеличить в два раза?

5. Как изменится емкость C плоского воздушного конденсатора, если расстояние между обкладками уменьшить в четыре раза?

6. Воздушный конденсатор емкостью $C_1 = 10$ мкФ заполняют парафином. Определите емкость C_2 этого конденсатора.

Ответ: $C_2 = 20$ мкФ.

7. Определите электроемкость C воздушного плоского конденсатора, если площадь каждой обкладки $S = 400$ см^2, а расстояние между ними $d = 2$ мм.

Ответ: $C = 1{,}8 \cdot 10^{-10}$ Ф.

8. Плоский конденсатор электроемкостью $C = 700$ пФ имеет площадь каждой обкладки $S = 14$ см^2. Диэлектрик — слюда. Определите расстояние d между обкладками, т. е. толщину слоя слюды.

Ответ: $d = 0{,}1$ мм.

9. Плоский конденсатор, площадь каждой пластины которого $S = 6{,}25$ см^2, а расстояние между ними $d_1 = 5$ мм, заряжен до

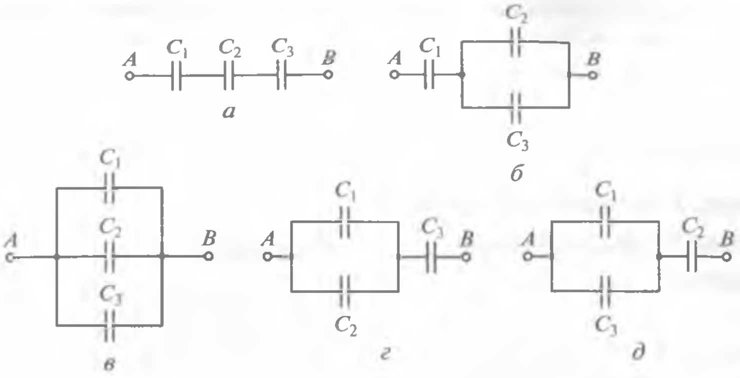


Рис. 29

разности потенциалов $U_1 = 100$ В и отключен от источника. Какова будет разность потенциалов U_2 между пластинами, если их сблизить до расстояния $d_2 = 0,5$ мм?

Ответ: $U_2 = 10$ В.

10. Плоский воздушный конденсатор соединен последовательно с таким же конденсатором, между обкладками которого находится стекло. Напряженность поля, при которой в воздухе происходит электрический пробой, $E = 3 \cdot 10^6$ В/м. Какое наибольшее напряжение U можно подать на эту батарею конденсаторов, если расстояния между их обкладками одинаковые и равны $d = 1$ мм?

Ответ: $U = \dfrac{Ed(\varepsilon + 1)}{\varepsilon} = 3,4 \cdot 10^3$ В.

11. Определите емкость батареи конденсаторов $C_1 = 2$ мкФ, $C_2 = C_3 = 1$ мкФ, схема соединения которых дана на рис. 29, *а—д*.

Ответ: $C_а = 0,4$ мкФ; $C_б = 1$ мкФ; $C_в = 4$ мкФ; $C_г = C_д = 0,75$ мкФ.

12. Между какими клеммами A и B, B и C или A и C нужно включить батарею конденсаторов $C_1 = C_2 = C_3 = 2$ мкФ, чтобы емкость батареи была максимальной (рис. 30)?

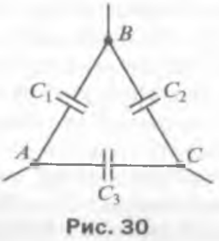


Рис. 30

Ответ: $C_{AB} = C_{BC} = C_{AC} = 1,5$ мкФ.

13. Воздушный конденсатор емкостью $C = 6$ мкФ заполняют диэлектриком — слюдой. Конденсатор какой емкости C_1 нужно подключить к данному, чтобы батарея конденсаторов имела емкость $C = 6$ мкФ?

Ответ: нужно последовательно подключить $C_1 = \dfrac{\varepsilon C}{\varepsilon - 1} = 7$ мкФ.

14. Два конденсатора электроемкостью $C_1 = 2$ мкФ и $C_2 = 4$ мкФ соединены последовательно. Определите заряд Q и разность потенциалов на каждом конденсаторе U_1 и U_2, если разность потенциалов на концах цепочки 120 В.

Ответ: $Q = 1,6 \cdot 10^{-4}$ Кл; $U_1 = 80$ В; $U_2 = 40$ В.

15. Плоский конденсатор площадью обкладок $S = 100$ см^2 и расстоянием между ними $d = 2$ мм заряжен до разности потенциалов $\varphi_1 - \varphi_1 = U = 250$ В.Определите заряд Q на обкладках конденсатора.

Ответ: $Q = 1,1 \cdot 10^{-8}$ Кл.

Энергия заряженного конденсатора

1. Как изменится энергия электрического поля конденсатора, если заряд на его обкладках увеличить в 4 раза?

2. Как изменится энергия электрического поля конденсатора, если разность потенциалов (напряжение) между его обкладками уменьшить в 1,5 раза?

3. Как изменится энергия электрического поля воздушного конденсатора, если пространство между обкладками заполнить стеклом, а разность потенциалов между обкладками поддерживать постоянной?

4. Три конденсатора $C_1 = 2$ мкФ, $C_2 = 4$ мкФ, $C_3 = 6$ мкФ соединены параллельно и подключены к источнику напряжением 1 В. Определите заряды Q_1, Q_2, Q_3 на обкладках конденсаторов и энергию $П_1$, $П_2$, $П_3$ каждого конденсатора.

Ответ: $Q_1 = 2$ мкКл; $C_2 = 4$ мкКл; $C_3 = 6$ мкКл; $П_1 = 1$ мкДж; $П_2 = 2$ мкДж; $П_3 = 3$ мкДж.

5. Электрон, движущийся со скоростью $v_0 = 10^6$ м/с, влетает в однородное электростатическое поле напряженностью $E = 1{,}2 \cdot 10^2$ В/м и движется по направлению силовых линий. Какое расстояние S он пролетит до полной остановки? Считать $\varepsilon = 1$.

Ответ: $S = \dfrac{v_0^2 m}{2eE} = 2{,}4 \cdot 10^{-2}$ м.

6. Ядро атома лития ускоряется разностью потенциалов $U = 1\,000$ В. Найдите скорость ядра ${}_3^7\mathrm{Li}$.

Ответ: $v = \sqrt{\dfrac{2ZeU}{Am_0}} = 2{,}9 \cdot 10^5$ м/с.

7. Поток электронов, прошедших разность потенциалов $U_0 = 5 \cdot 10^3$ В, влетает в середину между пластинами плоского конденсатора. При каком расстоянии d между пластинами конденсатора электроны не вылетят из него, если длина каждой пластины $l = 5 \cdot 10^{-2}$ м, а разность потенциалов между ними $U = 400$ В.

Ответ: $d = \sqrt{\dfrac{Ul^2}{2U_0}} = 1 \cdot 10^{-2}$ м.

8. Конденсатор емкостью $C = 1{,}8 \cdot 10^{-10}$ Ф заряжен до разности потенциалов (напряжение) $(\varphi_1 - \varphi_2) = 250$ В. Определите энергию W электрического поля конденсатора.

Ответ: $W = 5{,}6 \cdot 10^{-6}$ Дж $= 5{,}6$ мкДж.

9. Паспортные данные конденсатора: $C = 20$ мкФ, $\varphi = 50$ В. Определите энергию W электрического поля конденсатора при полной зарядке и его заряд Q.

Ответ: $W = 25$ мДж; $Q = 1$ мКл.

Глава 10

ЗАКОНЫ ПОСТОЯННОГО ТОКА

Сила тока и плотность тока

1. Через сечение проводника за промежуток времени $\Delta t = 10$ с проходит заряд $\Delta Q = 25$ Кл. Определите силу тока I в проводнике.

Ответ: $I = 2{,}5$ А.

2. Сила тока в проводнике $I = 1{,}5$ А. Определите заряд ΔQ, протекающий через сечение проводника за время $\Delta t = 2$ с.

Ответ: $\Delta Q = 3$ Кл.

3. Через поперечное сечение проводника за промежуток времени $\Delta t = 2$ с прошло $N = 4 \cdot 10^{19}$ электронов. Определите силу тока I в проводнике.

Ответ: $I = \dfrac{Ne}{\Delta t} = 3{,}2$ А.

4. Определите плотность тока j, если за время $t = 5$ с через поперечное сечение проводника $S = 1{,}2$ мм^2 прошло $N = 5 \cdot 10^{19}$ электронов.

Ответ: $j = \dfrac{Ne}{St} = 1{,}25 \cdot 10^6$ А/м^2.

5. Определите среднюю скорость $\langle v \rangle$ направленного движения электронов вдоль медного проводника при плотности постоянного тока $j = 1 \cdot 10^6$ А/м^2, если считать, что каждый атом меди имеет один свободный электрон ($M = 64 \cdot 10^{-3}$ кг/моль).

Ответ: $\langle v \rangle = \dfrac{jM}{e\rho N_{\mathrm{A}}} = 7 \cdot 10^{-5}$ м/с.

6. Трамвайный провод оборвался и лежит на земле. Человек в токопроводящей обуви может подойти к нему лишь очень маленькими шагами. Делать больше шаги опасно. Объясните, почему?

Закон Ома для участка цепи без ЭДС

1. Напряжение на участке цепи $U = 5$ В, а его электрическое сопротивление $R = 10$ Ом. Определите силу тока I на этом участке цепи.

Ответ: $I = 0{,}5$ А.

2. Определите напряжение U на резисторе сопротивление $R = 10$ кОм при силе тока в нем $I = 0{,}5$ мА.

Ответ: $U = 5$ В.

3. Сила тока в лампочке карманного фонарика $I = 0{,}28$ А при напряжении $U = 3{,}5$ В. Определите сопротивление R нити лампочки.

Ответ: $R = 12{,}5$ Ом.

4. Аудитория освещается электрическими лампами. Сопротивление каждой из них в горячем состоянии $R = 200$ Ом. Напряжение в цепи $U = 220$ В. Определите силу тока в подводящих проводах, сопротивление I которых не учитывать.

Ответ: $I = 11$ А.

5. Миллиамперметр имеет внутреннее сопротивление $R = 9{,}9$ Ом и предназначен для измерения тока не более $I_1 = 100$ мкА. Параллельно миллиамперметру подсоединили шунт сопротивлением $R_ш = 9 \cdot 10^{-3}$ Ом. Какую максимальную силу тока I после подсоединения шунта может измерить миллиамперметр?

Ответ: $I = 0{,}1$ А.

6. Как с помощью миллиамперметра, рассчитанного на измерение силы тока до $I = 5 \cdot 10^{-3}$ А, имеющего сопротивление $R = 30$ Ом, получить прибор для измерения тока до $I = 0{,}5$ А?

Ответ: подсоединить параллельно шунт сопротивлением $R_ш = 0{,}3$ Ом.

7. Как с помощью миллиамперметра, рассчитанного на измерение тока до $I = 5 \cdot 10^{-3}$ А, имеющего сопротивление $R = 30$ Ом, измерить напряжение до $U = 5$ В?

Ответ: подсоединить последовательно добавочное сопротивление $R_{доб} = 970$ Ом.

8. К миллиамперметру, рассчитанному на измерение силы тока $I = 0{,}1$ А и имеющему сопротивление $R = 20$ Ом, подсоединили последовательно добавочное сопротивление $R_{доб} = 480$ Ом. Какое минимальное напряжение U можно измерить этим прибором?

Ответ: $U = 50$ В.

9. На рис. 31 представлена зависимость тока I от напряжения U для проводников, обладающих сопротивлениями R_1 (прямая *1*) и R_2 (прямая *2*). Определите, какое из сопротивлений больше.

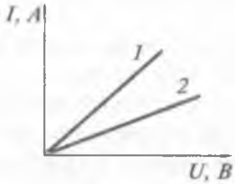


Рис. 31

10. Сила тока в реостате сопротивлением $R = 500$ Ом не должна превышать $I = 0{,}2$ А. Можно ли его включить в цепь напряжением $U = 127$ В?

Ответ: нет.

Зависимость электрического сопротивления проводников от температуры

1. Вольфрамовая нить электрической лампочки при температуре $t_1 = 20$ °C имеет сопротивление $R_1 = 20$ Ом. Определите сопротивление R_2 вольфрамовой нити при температуре накала $T_2 = 3\,125$ K.

Ответ: $R_2 = 285$ Ом.

2. Сопротивление стального проводника при температуре $t_1 = 20$ °C равно $R_1 = 100$ Ом. При какой температуре T_2 сопротивление проводника будет $R_2 = 78$ Ом? Температурный коэффициент стали $\alpha = 0{,}006$ K^{-1}.

Ответ: $T_2 = 253$ K.

3. Два проводника с температурными коэффициентами α_1 и α_2 имеют при температуре $T_0 = 273$ K сопротивления R_{01} и R_{02}. Определите температурный коэффициент цепи α, если проводники соединены последовательно.

Ответ: $\alpha = \dfrac{R_{01}\alpha_1 + R_{02}\alpha_2}{R_{01} + R_{02}}$.

Закон Ома для полной цепи

1. При перемещении заряда $Q = 2$ Кл внутри источника тока сторонние силы совершают работу $A = 20$ Дж. Определите ЭДС $\mathscr{E}$ источника.

Ответ: $\mathscr{E} = 10$ В.

2. Определите ЭДС $\mathscr{E}$ источника тока, если сторонние силы совершают работу $A = 30$ Дж при разделении зарядов $Q_1 = 5$ Кл и $Q_2 = -5$ Кл.

Ответ: $\mathscr{E} = 6$ В.

3. ЭДС источника тока $E = 5$ В, внутреннее сопротивление $r = 0{,}5$ Ом, внешнее сопротивление цепи $R = 9{,}5$ Ом. Определите силу тока I в цепи.

Ответ: $I = 0{,}5$ А.

4. ЭДС источника тока $E = 12$ В. При внешнем сопротивлении цепи $R = 9{,}5$ Ом сила тока в цепи $I = 1{,}2$ А. Определите внутреннее сопротивление r источника тока.

Ответ: $r = 0{,}5$ Ом.

5. ЭДС источника $\mathscr{E} = 50$ В. При внешнем сопротивлении $R = 24$ Ом сила тока в цепи $I = 24$ А. Определите падение напряжения U внутри источника тока и его внутреннее сопротивление r.

Ответ: $U = 2$ В; $r = 1$ Ом.

6. Правильно ли утверждение, что вольтметр, подключенный к клеммам разомкнутого источника, измеряет его ЭДС?

Ответ: правильно, если сопротивление вольтметра R много больше r — внутреннего сопротивления источника тока ($R \gg r$).

7. Определите $I_{\text{кз}}$ — ток короткого замыкания источника тока, ЭДС которой $\mathscr{E} = 20$ В, если при подключении к нему резистора сопротивлением $R = 50$ Ом сила тока в цепи $I = 3$ А.

Ответ: $I_{\text{кз}} = \dfrac{\mathscr{E}I}{\mathscr{E} - IR} = 12$ А.

8. В цепь с ЭДС $\mathscr{E} = 5$ В включили резистор сопротивлением $R = 50$ Ом. Напряжение на резисторе оказалось $U = 4{,}8$ В. Определите: 1) r — внутреннее сопротивление источника тока; 2) $I_{\text{кз}}$ — ток короткого замыкания.

Ответ: 1) $r = \dfrac{(\mathscr{E} - U)R}{U} = 2{,}1$ Ом;

2) $I_{\text{кз}} = \dfrac{\mathscr{E}U}{R(\mathscr{E} - U)} = 2{,}4$ А.

9. Элемент с ЭДС $\mathscr{E} = 6$ В и внутренним сопротивлением $r = 1{,}5$ Ом замкнут на внешнее сопротивление $R = 8{,}5$ Ом. Определите: 1) I — силу тока в цепи; 2) U — падение напряжения во внешней цепи; 3) $U_{\text{в}}$ — падение напряжения внутри источника тока.

Ответ: 1) $I = 0{,}6$ А; 2) $U = 5{,}1$ В; 3) $U_{\text{в}} = 0{,}9$ В.

10. Как изменяется показание амперметра А, если в цепи замкнуть ключ K (рис. 32)?

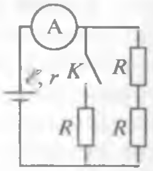


Рис. 32

Ответ: увеличивается.

11. Определите ЭДС $\mathscr{E}$ источника и его внутреннее сопротивление r, если при замыкании ключа вольтметр V показывал 15 В, амперметр А — 1 А. После размыкания ключа вольтметр показал 16 В (рис. 33).

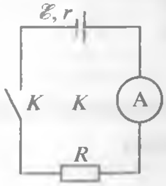


Рис. 33

Ответ: $\mathscr{E} = 16$ В; $r = 1$ Ом.

12. Как изменяются показания вольтметра V и амперметра А, если ползунок реостата перемещают влево (рис. 34)?

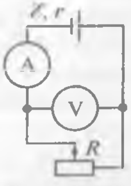


Рис. 34

Ответ: показания амперметра уменьшаются, вольтметра — увеличиваются.

Соединение проводников

1. Какие можно получить сопротивления R, соединяя всеми возможными способами три резистора сопротивлением $R = 6$ Ом каждый?

Ответ: $R_1 = 2$ Ом, $R_2 = 9$ Ом, $R_3 = 18$ Ом.

2. Как изменится сопротивление проводника, если его разрезать на пять частей и соединить последовательно?

Ответ: не изменится.

3. Проводник длиной l разрезали на 10 равных частей, которые соединили параллельно. Во сколько раз изменилось сопротивление проводника?

Ответ: уменьшилось в 100 раз.

4. На сколько равных частей n нужно разрезать проводник, чтобы при параллельном соединении этих частей получить сопротивление в девять раз меньше?

Ответ: $n = 3$.

5. Во сколько сопротивление R_1 при последовательном соединении 10 резисторов ($n = 10$) сопротивлением по $R = 10$ Ом больше, чем их сопротивление R_2 при параллельном соединении?

Ответ: $\dfrac{R_1}{R_2} = 100$.

Работа и мощность электрического тока

1. Двигатель трамвая работает при напряжении $U = 550$ В и силе тока $I = 70$ А. Какую работу A совершает электрический ток за время $t = 1$ мин?

Ответ: $A = 2{,}31$ МДж.

2. За $t = 2$ ч работы телевизора было израсходовано $W = 1{,}2$ МДж энергии. Определите мощность N телевизора.

Ответ: $N = 0{,}17$ кВт.

3. На электрической лампе написано «220 В, 100 Вт». Определите сопротивление R лампы в рабочем состоянии.

Ответ: $R = 484$ Ом.

4. Электрическая печь для плавки металла потребляет ток $I = 800$ А при напряжении $U = 60$ В. Определите мощность N печи.

Ответ: $N = 48$ кВт.

5. К лампочке мощностью $N_1 = 110$ Вт, рассчитанной на напряжение $U_1 = 220$ В, последовательно подсоединили лампочку карманного фонарика, рассчитанную на напряжение $U_2 = 3{,}5$ В и силу тока $I_2 = 0{,}28$ А, и включили в сеть. При этом лампочка карманного фонаря перегорела. Объясните, почему это произошло.

6. Определите силу тока короткого замыкания $I_{кз}$ источника тока, если при подключении к нему резистора сопротивлением $R_1 = 5$ Ом сила тока в цепи $I_1 = 0{,}25$ А, а резистора сопротивлением $R_2 = 8$ Ом сила тока в цепи $I_2 = 0{,}15$ А.

Ответ: $I_{кз} = I_1\left[\dfrac{R_1(I_1 - I_2)}{I_2R_2 - I_1R_1} + 1\right] = 0{,}43$ А.

7. Электрическая печь потребляет ток силой $I = 5$ А при напряжении $U = 240$ В. Определите полезную работу $A_п$, совершаемую электрическим током в течение $t = 15$ мин, если КПД печи $\eta = 75\,\%$.

Ответ: $A_п = 0{,}81$ МДж.

8. КПД источника тока, замкнутого на резистор сопротивлением R_1, составляет $\eta_1 = 60\,\%$. Определите КПД η_2 этого источника, если сопротивление резистора увеличить в $n = 10$ раз, т.е. $R_2 = 10R_1$.

Ответ: $\eta_2 = \dfrac{n\eta_1}{(n-1)\eta_1 + 1} \approx 94\,\%$.

9. Может ли КПД источника тока равняться единице?

10. Зависимость силы тока от напряжения $I(U)$ для некоторого проводника имеет вид (рис. 35).

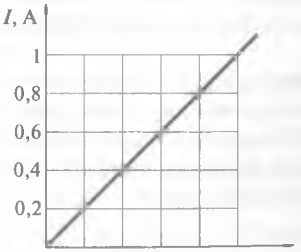


Рис. 35

Определите теплоту, которая выделится на этом проводнике за $t = 10$ с при силе тока $I = 0{,}5$ А.

Ответ: $Q = 2{,}5$ Дж.

11. Определите сопротивление спирали R электроплитки, если при включении ее в сеть напряжением $U = 220$ В она потребляет мощность 1 кВт.

Ответ: $R = 48{,}4$ Ом.

12. В цепи, состоящей из трех одинаковых резисторов, соединенных параллельно, за $t = 20$ с выделилось некоторое количество теплоты Q. За какое время t_1 выделится такое же количество теплоты Q, если эти резисторы соединить последовательно?

Ответ: $t_1 = 9t = 180$ с.

13. В сеть напряжением $U = 220$ В включен электрический чайник, имеющий сопротивление $R = 2$ кОм. Определите время t, за которое вода массой $m = 0{,}1$ кг нагреется от температуры $T_1 = 273$ К до температуры $T_2 = 373$ К, если КПД чайника $\eta = 60\,\%$.

Ответ: $t = \dfrac{cm(T_2 - T_1)R}{U^2\eta} = 2{,}9\ \ 10^3$ с.

Глава 11

ЭЛЕКТРИЧЕСКИЙ ТОК В ПОЛУПРОВОДНИКАХ

1. В Периодической системе химических элементов Д. И. Менделеева полупроводники образуют группу элементов, имеющих следующие порядковые номера: Z = 5, 6, 14, 15, 16, 32, 33, 34, 50, 51, 52, 53. Запишите химические символы и названия этих элементов и определите число валентных электронов у каждого из них.

2. На рис. 36 изображены (без указания масштаба) графики зависимости от температуры удельного сопротивления металла и полупроводника. Какой из графиков принадлежит полупроводнику? Почему?

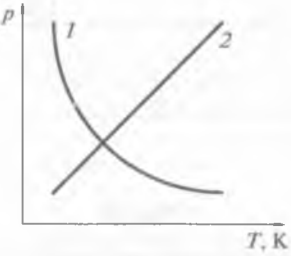


Рис. 36

3. Мышьяк (As) — полупроводник. Какие примесные атомы — германия (Ge) или семена (Se) — следует ввести в кристаллическую решетку мышьяка, чтобы превратить его в полупроводник n-типа?

Ответ: Se.

4. Сурьма (Sb) — полупроводник. Какие примесные атомы — теллура (Te) или кремния (Si) — следует использовать, чтобы превратить его в полупроводник p-типа?

Ответ: Si.

На рис. 37 дана схема полупроводникового диода с p—n-переходом. В каком направлении будет проходить ток через диод?

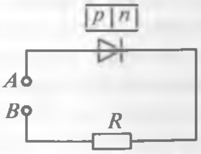


Рис. 37

5. На рис. 38 показана электрическая цепь, в которую включены полупроводниковые диоды. Будут ли гореть лампочки при замыкании ключа?

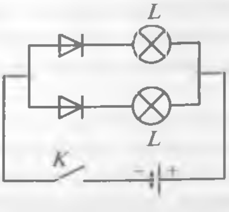


Рис. 38

Глава 12

МАГНИТНОЕ ПОЛЕ

Вектор индукции магнитного поля

1. Компас расположен около проводника с током. Что произойдет с магнитной стрелкой компаса, если в проводнике изменить направление тока?

2. По проволочному витку, площадь которого $S = 20$ см^2, течет ток $I = 2$ А. Определите модуль магнитного момента p_m витка с током.

Ответ: $p_m = 4 \cdot 10^{-3}$ А · м^2.

3. В однородном магнитном поле расположен контур с током силой $I = 5$ А, площадь которого $S = 100$ см^2. Нормаль к плоскости контура составляет с направлением вектора магнитной индукции угол $\alpha = 90°$. Определите модуль магнитной индукции B, если модуль максимального вращающего момента, действующего на контур, $M_{max} = 7{,}5 \cdot 10^{-2}$ Н · м.

Ответ: $B = 1{,}5$ Тл.

4. Прямоугольная рамка размером 20×30 см расположена в однородном магнитном поле таким образом, что вектор нормали $\vec{n}$ к плоскости рамки и вектор индукции поля $\vec{B}$ перпендикулярны. Определите максимальный вращающий момент M_{max}, действующий на рамку, если сила тока в рамке $I = 10$ А, индукция магнитного поля $B = 0{,}5$ Тл.

Ответ: $M_{max} = 0{,}3$ Н · м.

5. Напряженность однородного магнитного поля $H = 0{,}92$ А/м. Определите индукцию B этого поля в вакууме.

Ответ: $B = 11{,}3 \cdot 10^{-7}$ Тл.

6. Определите индукцию B магнитного поля, создаваемого бесконечно длинным проводником с током $I = 10$ А на расстоянии $r = 10$ см от проводника.

Ответ: $B = 2 \cdot 10^{-5}$ Тл.

7. Является ли магнитное поле, создаваемое бесконечно длинным проводником с током, однородным?

Ответ: нет.

8. Определите индукцию B магнитного поля, если максимальный вращающий момент M_{max} сил, действующий на рамку площадью $S = 1$ см^2, равен $5 \cdot 10^{-6}$ Н · м при силе тока $I = 1$ А. На рамке намотано $N = 100$ витков провода.

Ответ: $B = 5 \cdot 10^{-4}$ Тл.

9. По двум бесконечно длинным прямолинейным проводникам, расположенным параллельно друг другу в воздухе на расстоянии $r = 10$ см, текут токи силой $I_1 = 5$ А и $I_2 = 10$ А в одном направлении. Определите магнитную индукцию B поля в точке, удаленной на $r_1 = 10$ см от каждого проводника.

Ответ: $B = 17$ мкТл.

Действие магнитного поля на прямолинейный проводник с током. Закон Ампера

1. Определите направление силы Ампера F_A, действующей на *1* и *2* проводники, помещенные в однородное магнитное поле (рис. 39).

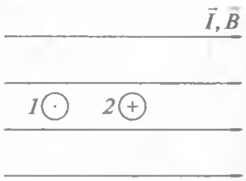


Рис. 39

2. В однородном магнитное поле с индукцией $B = 10$ мТл находится прямолинейный проводник длиной $l = 0{,}2$ м, по которому течет ток силы $I = 0{,}5$ А. Определите силу F, действующую на проводник, если он расположен перпендикулярно линиям магнитной индукции.

Ответ: $F = 1$ мН.

3. Прямолинейный проводник длиной $l = 0{,}15$ м, по которому течет ток силой $I = 1$ А, находится в однородном магнитном поле с индукцией $B = 0{,}75$ Тл и расположен параллельно вектору индукции B. Определите силу F, действующую на проводник с током со стороны магнитного поля.

Ответ: $F = 0$.

4. В однородном магнитном поле с индукцией $B = 2{,}5$ Тл расположен прямолинейный проводник с током длиной $l = 0{,}5$ м. Определите максимальную $F_{\max}$ и минимальную $F_{\min}$ силы, действующие на проводник, если по нему течет ток силой $I = 0{,}2$ А.

Ответ: $F_{\max} = 0{,}25$ Н; $F_{\min} = 0$.

5. Проводник с током помещен в однородное магнитное поле с индукцией $B = 20$ мТл. Определите силу F, действующую на этот проводник, если его длина $l = 0{,}10$ м, сила тока $I = 3{,}0$ А, а угол между направлением тока и вектором $\vec{B}$ $\alpha = 45°$.

Ответ: $F = 4{,}2$ мН.

6. По двум прямолинейным проводникам, находящимся в воздухе на расстоянии $l = 10$ см, протекают токи I_1 и I_2. Какое направление имеют токи, если проводники отталкиваются, причем на каждый метр длины первого проводника действует сила $F_{12} = 8 \cdot 10^{-5}$ Н? Определите I_1, если $I_2 = 4$ А.

Ответ: $I_1 = 10$ А.

7. В горизонтальном однородном магнитном поле с индукцией $B = 1$ мТл подвешен на двух легких нитях горизонтальный проводник длиной $l = 10$ см, перпендикулярный магнитному полю. Как изменится сила натяжения ΔT каждой из нитей, если по проводнику пропустить ток силой $I = 10$ А?

Ответ: $\Delta T = BIl = 2$ мН.

8. По горизонтальному проводнику длиной $l = 10$ см и массой $m = 20$ г протекает ток $I = 5$ А. Определите магнитную индукцию B магнитного поля, в которое нужно поместить незакрепленный проводник, чтобы он находился в равновесии.

Ответ: $B = \dfrac{mg}{Il} \approx 0{,}4$ Тл.

Магнитный поток

1. В однородном магнитном поле с индукцией $B = 1{,}5 \cdot 10^{-3}$ Тл, находится сфера, радиус которой $R = 0{,}1$ м. Определите магнитный поток $\Delta\Phi$ через поверхность сферы.

Ответ: $\Delta\Phi = 0$.

2. Диск, площадь которого $\Delta S = 40$ см^2, расположен перпендикулярно линиям индукции однородного магнитного поля с индукцией $B = 2 \cdot 10^{-3}$ Тл. Определите магнитный поток $\Delta\Phi$ через диск.

Ответ: $\Delta\Phi = 8$ мкВб.

3. Плоская рамка площадью $S = 300$ см^2 находится в однородном магнитном поле с индукцией $B = 5 \cdot 10^{-2}$ Тл. Нормаль к рамке составляет угол $\alpha = \dfrac{\pi}{3}$ с вектором магнитной индукции. Определите магнитный поток Φ сквозь рамку.

Ответ: $\Phi = 5{,}0 \cdot 10^{-4}$ Вб.

Работа по перемещению проводника с током в магнитном поле

1. Проводник с током $I = 0{,}5$ А при движении в однородном магнитном поле пересекает магнитный поток $\Phi = 1{,}2$ Вб. Определите работу A, совершаемую при перемещении проводника.

2. Проводник длиной $l = 10$ см расположен перпендикулярно линиям индукции однородного магнитного поля. Сила тока, протекающего по проводнику, $I = 5$ А, индукция магнитного поля $B = 25$ мТл. Определите работу A, которую совершает сила Ампера при перемещении проводника на $\Delta x = 2$ см в направлении своего действия.

Ответ: $A = BIl\Delta x = 2{,}5 \cdot 10^{-4}$ Дж.

3. В однородном магнитном поле с индукцией $B = 0{,}5$ Тл равномерно движется прямолинейный проводник длиной $\Delta l = 10$ см, по которому течет ток силой $I = 1$ А. Скорость проводника $v = 0{,}6$ м/с и направлена перпендикулярно вектору индукции. Определите работу A по перемещению проводника с током за время $t = 10$ с.

Ответ: $A = 0{,}3$ Дж.

4. В однородном магнитном поле с индукцией B = 0,25 Тл находится плоская катушка радиусом r = 0,25 м, содержащая N = 75 витков. Нормаль к плоскости катушки составляет угол α = 30 °С направлением вектора индукции. Определите работу A, которую необходимо совершить, чтобы удалить катушку из магнитного поля.

Ответ: $A = INB\pi r^2 \cos p\alpha = 8{,}6$ Дж.

Действие магнитного поля на движущийся заряд. Сила Лоренца

1. Нейтрон n и электрон e влетают с одинаковыми скоростями v = 500 м/с в однородное магнитное поле перпендикулярно вектору магнитной индукции B = 0,1 Тл. Определите отношение модулей сил, действующих на них со стороны магнитного поля в этот момент.

Ответ: $\dfrac{|F_n|}{|F_e|} = 0.$

2. Электрон влетает в однородное магнитное поле с индукцией B перпендикулярно силовым линиям со скоростью v. По какой траектории будет двигаться электрон? Чему равна работа A силы, действующей на электрон?

Ответ: по окружности радиусом $R = \dfrac{m_e v}{eB}$; $A = 0$.

3. Протон описал окружность радиусом R = 5 см в однородном магнитном поле с индукцией B = 2 мТл. Определите скорость v протона.

Ответ: $v = \dfrac{\mathrm{Re}\,B}{mp} = 9{,}6 \cdot 10^3$ м/с.

4. Однородные магнитное и электрическое поля расположены взаимно-перпендикулярно. Напряженность электрического поля E = 1,5 кВ/м, а индукция магнитного поля B = 1 мТл. Определите, с какой скоростью v и в каком направлении должен лететь электрон, чтобы двигаться прямолинейно.

Ответ: $v = \dfrac{E}{B} = 1{,}5 \cdot 10^6$ м/с.

5. Электрон движется в магнитном поле с индукцией B = 1 мТл по спиральной траектории радиусом R = 2 см и шагом спирали x = 5 см. Определите скорость электрона v.

Ответ:

$$v = \frac{eB}{2\pi m}\sqrt{x^2 + 4\pi^2 R^2} = 3{,}8 \cdot 10^6 \text{ м/с}.$$

Глава 13

ЭЛЕКТРОМАГНИТНАЯ ИНДУКЦИЯ

Электромагнитная индукция

1. В электрическую цепь включены три одинаковые лампы L1, L2 и L3 (рис. 40). Сопротивление резистора равно сопротивлению катушки. Какая из ламп загорится позже, если замкнуть ключ K?

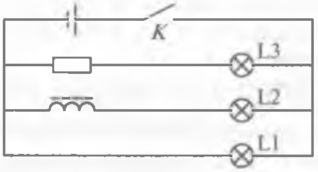


Рис. 40

Ответ: L_2.

2. Магнитный поток в катушку за время Δt = 0,5 с изменился от Φ_1 = 0,2 Вб до Φ_2 = 0,7 Вб. Определите ЭДС $\mathscr{E}_{\text{инд}}$ в катушке.

Ответ: $\mathscr{E}_{\text{инд}}$ = 1 В.

3. На рис. 41 приведен график зависимости магнитного потока Ф в катушке от времени t. Определите ЭДС индукции в катушке $\mathscr{E}_{\text{инд}}$ за промежуток времени Δt = 0,6 с: а) t_1 = 0, t_2 = 0,6 с; б) t_1 = 0,2 с, t_2 = 0,8 с.

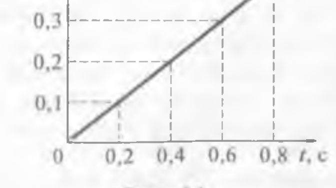


Рис. 41

4. В проводящей рамке, расположенной в однородном магнитном поле за время исчезновения поля возникла ЭДС индукции $\mathscr{E}_{\text{инд}} = 0,5$ В. Определите изменение магнитного потока $\Delta\Phi$ через поверхность, ограниченную рамкой, время исчезновения поля $\Delta t = 0,2$ с.

Ответ: $\Delta\Phi = 0,1$ Вб.

5. Виток провода находится в магнитном поле, перпендикулярном плоскости витка. Концы витка замкнуты на гальванометр.

Изменение магнитной индукции B поля с течением времени t показано на рис. 42. В какой промежуток времени гальванометр покажет наличие электрического тока в витке?

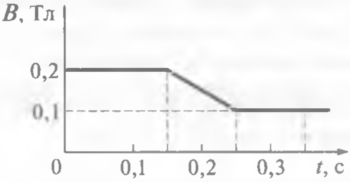


Рис. 42

6. Контур из серебряного проводника площадью поперечного сечения $S = 0,5$ мм^2 в форме кругового витка радиусом $R = 5$ см расположен перпендикулярно линиям однородного магнитного поля с магнитной индукцией $B = 0,2$ Тл. Определите, какой заряд Q пройдет через поперечное сечение витка при исчезновении поля.

Ответ: $Q = \dfrac{BS}{2\pi\rho R} = 2 \cdot 10^{-2}$ Кл.

7. Проволочная рамка площадью $S = 50$ см^2, содержащая $N = 100$ витков, расположена в магнитном поле перпендикулярно вектору магнитной индукции. При возрастании магнитной индукции от 0 до B за $t = 0,1$ с в рамке возникла ЭДС $\mathscr{E}_{\text{инд}} = 0,2$ В. Определите индукцию B магнитного поля.

Ответ: $B = \dfrac{\mathscr{E}_{\text{инд}}\Delta t}{NS} = 4 \cdot 10^{-2}$ Тл.

8. Магнитный поток через соленоид, содержащий $n = 2\,500$ витков провода, равномерно убывает со скоростью $\dfrac{\Delta\Phi}{\Delta t} = 12$ мВб/с. Определите ЭДС $\mathscr{E}_{\text{инд}}$ в соленоиде.

Ответ: $\mathscr{E}_{\text{инд}} = \dfrac{n\Delta\Phi}{\Delta t} = 30$ В.

9. При движении прямолинейного проводника в однородном магнитном поле со скоростью v_1 в проводнике возникает ЭДС индукции $\mathscr{E}_{\text{инд1}}$. Определите $\mathscr{E}_{\text{инд2}}$, если скорость движения проводника $v_2 = 1,5v_1$. В первом и втором случаях угол между векторами скорости и индукцией магнитного поля $\alpha = 90°$.

10. Определите ЭДС $\mathscr{E}_{\text{инд}}$ в проводнике длиной $l = 10$ см, движущемся в однородном магнитном поле с индукцией $B = 20$ мТл со скоростью $v = 2$ м/с под углом $\alpha = 30°$ к вектору магнитной индукции.

Ответ: $\mathscr{E}_{\text{инд}} = Blv \sin\alpha = 2$ мВ.

11. Однослойная катушка площадью $S = 10$ см^2, содержащая $n = 10$ витков провода, помещена в однородное магнитное поле с индукцией $B = 8$ мТл параллельно линиям магнитной индукции. Сопротивление катушки $R = 20$ Ом. Определите, какой заряд Q пройдет по катушке, если отключить магнитное поле.

Ответ: $Q = \dfrac{nSB}{R} = 4$ мкКл.

Самоиндукция

1. Изменение с течением времени t силы тока I в катушке индуктивностью $L = 0,2$ Гн показано на рис. 43. Определите ЭДС самоиндукции $\mathscr{E}_s$, возникающую в катушке.

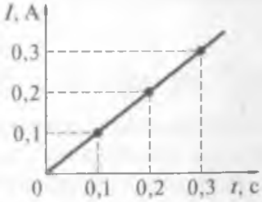


Рис. 43

2. Найдите индуктивность L проводника, в котором равномерное изменение силы тока на 2 А в течение 0,50 с возбуждает ЭДС самоиндукции $\mathscr{E}_s = 20$ мВ.

Ответ: $L = 5$ мГн.

Энергия магнитного поля

1. Как изменится энергия магнитного поля катушки, если при неизменном значении силы тока в ней индуктивность катушки увеличить в 100 раз?

2. Как изменится энергия магнитного поля катушки, если при неизменной индуктивности силу тока в ней увеличить в два раза?

3. Как изменится энергия магнитного поля катушки, если ее индуктивность увеличить в 16 раз, а силу тока в ней уменьшить в четыре раза?

4. В катушке индуктивностью $L = 0{,}20$ Гн сила тока $I = 10$ А. Определите энергию W магнитного поля этой катушки. Как изменится энергия поля, если сила тока увеличится в три раза?

Ответ: $W = \frac{LI^2}{2} = 10$ Дж, увеличится в девять раз.

5. Определите энергию W магнитного поля соленоида, в котором при силе тока $I = 10$ А возникает магнитный поток $\Phi = 1$ Вб.

Ответ: $W = \frac{\Phi I}{2} = 5$ Дж.

6. Энергия магнитного поля катушки $W = 0{,}2$ Дж, ее индуктивность $L = 0{,}1$ Гн. Определите силу тока I в ней.

Ответ: $I = \sqrt{\frac{2W}{L}} = 2$ А.

7. Определите объемную плотность ω энергии магнитного поля в соленоиде без сердечника, имеющего однослойную обмотку проводом диаметром $d = 0{,}4$ мм, если по нему течет ток $I = 0{,}4$ А.

Ответ: $\omega = 0{,}16$ Дж/м^3.

8. Индуктивность L соленоида при длине $l = 0{,}25$ м и площади поперечного сечения $S = 5$ см^2 равна 0,4 мГн. Определите силу тока I в соленоиде, при которой объемная плотность энергии магнитного поля внутри соленоида $\omega = 0{,}4$ Дж/м^3.

Ответ: $I = \sqrt{\frac{2\omega Sl}{L}} = 1{,}6$ А.

РАЗДЕЛ

IV КОЛЕБАНИЯ И ВОЛНЫ

Глава 14

МЕХАНИЧЕСКИЕ КОЛЕБАНИЯ

Гармонические колебания

1. Колеблющийся на пружине груз за время $t = 20$ с совершает $n = 50$ колебаний. Определите период T колебаний груза.

Ответ: $T = 0{,}4$ с.

2. Колеблющаяся материальная точка за время $t = 10$ с совершает $n = 20$ колебаний. Определите: 1) ν — частоту колебаний точки; 2) ω — циклическую частоту.

Ответ: 1) $\nu = 2$ Гц; 2) $\omega = 12{,}56$ с$^{-1}$.

3. На рис. 44 представлен график зависимости координаты x материальной точки от времени t. Определите период T и частоту ν совершаемых гармонических колебаний.

4. На рис. 45 представлен график зависимости смещения x материальной точки от времени t при гармонических колебаниях. Напишите закон движения этой материальной точки.

5. Гармонические колебания величины x описываются уравнением $x_t = 0{,}01\sin\left(3\pi t + \frac{\pi}{6}\right)$. Определите: 1) A — амплитуду колебаний; 2) ω_0 — циклическую частоту; 3) φ_0 — начальную фазу колебаний; 4) T — период колебаний.

Ответ: 1) $A = 0{,}01$ м; 2) $\omega_0 = 3\pi$; 3) $\varphi_0 = \frac{\pi}{6}$; 4) $T = 0{,}66$ с.

6. Напишите уравнение гармонических колебаний точки, если их амплитуда $A = 10$ см, максимальная скорость точки $v_{\max} = 0{,}2$ м/с, начальная фаза колебаний $\varphi_0 = \frac{\pi}{3}$.

Ответ: $x_t = 0{,}1\sin\left(2t + \frac{\pi}{3}\right)$ [м].

7. Скорость тела массой $m = 0{,}05$ кг изменяется со времени по закону $v_t = 0{,}1\sin 10\pi t$ [м/с]. Определите импульс тела p в момент времени $t = 0{,}1$ с.

Ответ: $p = 0$.

8. Материальная точка массой $m = 0{,}05$ кг колеблется по закону $x_t = 0{,}05\sin\left(0{,}6t + \frac{\pi}{6}\right)$

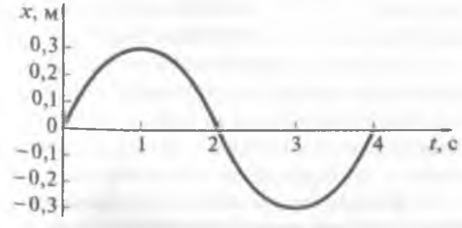


Рис. 44

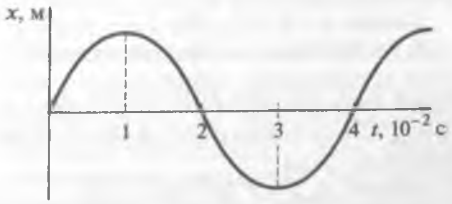


Рис. 45

[м]. Определите максимальную силу $F_{\max}$, действующую на материальную точку.

Ответ: $F_{\max} = 1{,}8 \cdot 10^{-4}$ Н.

9. Материальная точка массой $m = 10$ г колеблется по закону $x_t = 10\sin\left(2t + \frac{\pi}{2}\right)$ [м]. Определите максимальный импульс $p_{\max}$ колеблющейся точки.

Ответ: $p_{\max} = 0{,}2$ (кг · м)/с.

Линейные механические колебательные системы

1. Как изменится период T колебаний математического маятника, если его длину увеличить в девять раз?

Ответ: увеличится в 3 раза.

2. Период колебаний математического маятника $T = 6{,}28$ с. Определите его длину l.

Ответ: $l = 9{,}8$ м.

3. Какой должна быть длина l математического маятника, чтобы период его колебаний $T = 1$ с?

Ответ: $l = 0{,}25$ м.

4. Массу груза математического маятника увеличили в два раза, не изменяя его длину. Определите, как изменился период колебаний маятника.

5. Длина l математического маятника в Исаакиевском соборе в Санкт-Петербурге была равна 98 м. Определите период T и частоту ν его колебаний.

Ответ: $T = 19{,}9$ с; $\nu = 0{,}05$ Гц.

6. Математический маятник длиной $l = 245$ см совершает $n = 50$ колебаний за время $t = 157$ с. Определите период T колебаний маятника и ускорение свободного падения g для данной широты.

Ответ: $T = 3{,}14$ с; $g = 9{,}8$ м/с^2.

7. Определите частоту ν и период колебаний T математического маятника, длина которого $l = 1$ м.

Ответ: $\nu = 0{,}5$ Гц; $T = 2$ с.

8. Математический маятник длиной $l = 0{,}1$ м совершает гармонические колебания с амплитудой $A = 0{,}5$ см. Определите $\upsilon_{\max}$ — максимальную скорость колеблющейся точки.

Ответ: $\upsilon_{\max} = 5 \cdot 10^{-2}$ м/с.

9. Определите период колебаний пружинного маятника, если жесткость пружины $k = 100$ Н/м. Масса колеблющегося груза $m = 0{,}5$ кг.

Ответ: $T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} = 0{,}4$ с.

10. Груз, подвешенный на пружине жесткостью $k_1 = 200$ Н/м, совершает свободные гармонические колебания. Какой должна быть жесткость k_2 пружины, чтобы период колебаний этого же груза увеличился в два раза?

Ответ: $k_2 = 50$ Н/м.

11. Груз массой $m = 0{,}04$ кг подвешен на пружине и совершает свободные гармонические колебания. Определите частоту ν и циклическую частоту колебаний ω, если жесткость пружины $k = 400$ Н/м.

Ответ: $\nu \approx 16$ Гц; $\omega = 100$ с$^{-1}$.

12. Определите жесткость пружины k, если прикрепленный к ней груз массой $m = 2$ кг совершает $n = 20$ колебаний за $t = 30$ с.

Ответ: $k = 35$ Н/м.

13. Груз, подвешенный к пружине, вызвал ее удлинение $\Delta x = 4$ см. Определите период колебаний T этого пружинного маятника.

Ответ: $T = 0{,}4$ с.

14. Масса подвешенного к спиральной пружине груза $m = 50$ г. Определите, на сколько нужно увеличить массу груза, чтобы период колебаний увеличился в три раза.

Ответ: $\Delta m = 0{,}4$ кг.

Превращение энергии при колебательном движении

1. Скорость колеблющегося тела массой $m = 0{,}5$ кг изменяется со временем по закону $\upsilon(t) = 20\cos 10t$ [м/с]. Напишите выражение, которое будет описывать изменение кинетической энергии тела.

2. Тело, подвершенное на пружине, совершает гармонические колебания с частотой $\nu = 2$ Гц. С какой частотой ν_1 изменяется его кинетическая энергия?

3. Частота изменения потенциальной энергии материальной точки, совершающей гармонические колебания, $\nu = 8$ Гц. Определите частоту ν_1, с которой совершаются гармонические колебания.

4. Кинетическая энергия материальной точки, совершающей гармонические колебания, изменяется с частотой $\nu = 10$ Гц.

Определите частоту ν_1 и период T колебаний потенциальной энергии этой точки.

Ответ: $T = 0,1$ с.

5. Пружинный маятник совершает гармонические колебания с амплитудой $A = 0,08$ м. При смещении $x = 0,04$ м сила упругости $F_{упр} = 9 \cdot 10^{-5}$ Н. Определите $E_п$ — потенциальную и $E_к$ — кинетическую энергии, соответствующие данному смещению, и E — полную энергию маятника.

Ответ: $E = \dfrac{FA^2}{2x} = 7,2 \cdot 10^{-6}$ Дж; $E_п = \dfrac{Fx}{2} = 1,8 \cdot 10^{-6}$ Дж; $E_к = 5,4 \cdot 10^{-6}$ Дж.

6. На нити длиной $l = 1$ м подвешен груз массой $m = 2$ кг, который совершает гармонические колебания с амплитудой $A = 10$ см. Определите максимальные $E_{к\,max}$ — кинетическую и $E_{п\,max}$ — потенциальную энергии колеблющегося груза.

Ответ: $E_{к\,max} = E_{п\,max} \approx 0,1$ Дж.

7. Материальная точка массой $m = 10$ г совершает гармонические колебания с частотой $\nu = 1$ Гц. Амплитуда колебаний $A = 0,05$ м. Определите: 1) F_{max} — максимальную силу, действующую на точку; 2) E — полную энергию материальной точки.

Ответ: 1) $F_{max} = m(2\pi\nu)^2 A = 3,9 \cdot 10^{-5}$ Н;

2) $E = \dfrac{m(2\pi\nu)^2 A^2}{2} = 9,8 \cdot 10^{-7}$ Дж.

Глава 15

УПРУГИЕ ВОЛНЫ

1. Какие волны — продольные или поперечные — распространяются: 1) в газе; 2) в жидкости; 3) в твердом теле?

2. Волна частотой $\nu = 5$ Гц распространяется в сфере со скоростью $v = 8$ м/с. Определите длину λ волны.

Ответ: $\lambda = 1,6$ м.

3. Длина океанской волны $\lambda = 250$ м, а ее период $T = 12$ с. Определите скорость v распространения этой волны.

Ответ: $v = 20,8$ м/с.

4. Определите частоту ν колебаний вибратора, если длина волны $\lambda = 10$ м, а скорость распространения волны $v = 5\,170$ м/с.

Ответ: $\nu = 517$ Гц.

5. Определите длину λ звуковой волны в воде, вызываемой источником колебаний с частотой $\nu = 250$ Гц, если скорость звука в воде $v = 1\,450$ м/с.

Ответ: $\lambda = 5,8$ м.

6. Максимальная частота колебаний голосовых связок при пении басом $\nu_1 = 350$ Гц, а колоратурным сопрано $\nu_2 = 1\,400$ Гц. Определите длину λ звуковых волн, соответствующих ν_1 и ν_2 Скорость звука в воздухе $v = 340$ м/с.

Ответ: $\lambda_1 = 0,94$ м; $\lambda_2 = 0,24$ м.

7. Частота колебаний крыльев колибри в полете $\nu = 40$ Гц. Определите длину λ звуковой волны, издаваемой колибри. Скорость звука в воздухе $v = 340$ м/с.

Ответ: $\lambda = 8,5$ м.

8. Верхняя граница частот, воспринимаемых органом слуха летучей мыши $\nu = 250$ кГц. Услышит ли летучая мышь звук, издаваемый дельфином, длина волны которого $\lambda = 1,5 \cdot 10^{-3}$ м. Скорость звука в воздухе $v = 340$ м/с.

9. Скорость звука в воде в 4,2 раза больше скорости звука в воздухе. Определите, как изменится длина волны при переходе звука из воздуха в воду.

Ответ: увеличится в 4,2 раза.

10. Человеческое ухо воспринимает звуки, частота которых лежит в диапазоне от $\nu_1 = 16$ Гц до $\nu_2 = 20$ кГц. Определите интервал длин звуковых волн, соответствующих этим частотам. Скорость звука в воздухе $v = 340$ м/с.

Ответ: $\lambda_1 = 24,4$ м; $\lambda_2 = 1,7 \cdot 10^{-2}$ м.

11. Определите разность фаз колебаний $\Delta\varphi$ двух точек, кратчайшее расстояние между которыми $\Delta x = 50$ см, если частота звуковых колебаний $\nu = 680$ Гц. Скорость звука в воздухе $v = 340$ м/с.

Ответ: $\Delta\varphi = 2\pi$.

12. За время $t = 5$ с упругая волна распространяется на расстояние $l = 300$ м. Определите длину волны, если частота колебаний $\nu = 10^3$ Гц.

Ответ: $\lambda = \frac{l}{\nu t} = 6 \cdot 10^{-2}$ м.

13. Звуковая волна переходит из воздуха в воду. Какая характеристика звука изменяется: ν — частота или λ — длина волны и во сколько раз? Скорость звука в воздухе $v_в = 340$ м/с, в воде $v_{H_2O} = 1\,400$ м/с.

Ответ: $\frac{\lambda_2}{\lambda_1} = 4{,}1$.

14. Две точки лежат на одной прямой и находятся на расстоянии $x_1 = 4$ м и $x_2 = 7$ м от вибратора. Определите разность фаз колебаний этих точек, если длина плоской волны $\lambda = 6$ м.

Ответ: $\Delta\varphi = \pi$, точки колеблются в противофазе.

15. Ухо человека может раздельно различать звуки, если они следуют не чаще, чем через $\Delta t = 0{,}1$ с. С какого расстояния S от преграды человек может услышать свое эхо? Скорость звука в воздухе $v = 340$ м/с.

Ответ: $S = 17$ м.

16. Определите глубину S моря, если ультразвуковой импульс гидролокатора возвратился через $\Delta t = 0{,}5$ с после отправления. Скорость ультразвука в морской воде $v = 1\,500$ м/с.

Ответ: $S = 375$ м.

Глава 16

ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫЕ КОЛЕБАНИЯ

Свободные электромагнитные колебания

1. Определите период T свободных электромагнитных колебаний в колебательном контуре, если емкость конденсатора $C = 25$ мкФ, а индуктивность $L = 25$ Гн.

Ответ: $T = 157$ мс.

2. Определите необходимую емкость конденсатора C, чтобы при включении его в колебательный контур индуктивностью $L = 0{,}1$ Гн период колебаний был $T = 10$ мкс.

Ответ: $C = 25$ пФ.

3. Определите период T_2 и частоту ν_2 свободных электромагнитных колебаний в контуре, если ключ K перевести из положения *1* в положение *2* (рис. 46).

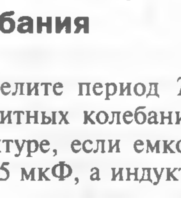


Рис. 46

Ответ: $T_2 = \frac{T_1}{3}$; $\nu_2 = 3\nu_1$.

4. Определите период T_2 и частоту ν_2 свободных электромагнитных колебаний в контуре, если ключ K перевести из положения *1* в положение *2* (рис. 47).

Ответ: $T_2 = 3T_1$; $v_2 = \frac{v_1}{3}$.

5. Колебательный контур состоит из катушки индуктивности и двух одинаковых конденсаторов, включенных параллельно. Период собственных колебаний контура $T = 80$ мкс. Определите, чему будет равен период T_1, если конденсаторы включить последовательно.

Ответ: $T_1 = T/2 = 40$ мкс.

6. Какую индуктивность L надо включить в колебательный контур, чтобы при емкости $C = 2$ мкФ получить звуковую частоту $\nu = 1\,000$ Гц? Сопротивлением контура пренебречь.

Ответ: $L = 12{,}7$ мГн.

7. Будут ли колебательные контуры настроены в резонанс, если их параметры: $C_1 = 200$ пФ; $L_1 = 5$ Гн; $C_2 = 80$ пФ; $L_2 = 125$ Гн.

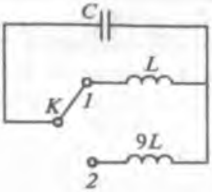


Рис. 47

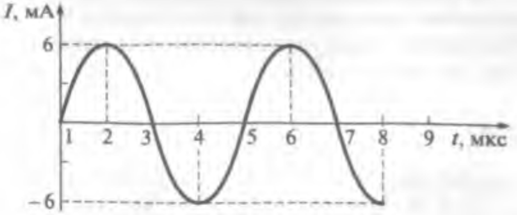


Рис. 48

8. На рис. 48 приведен график зависимости силы тока I от времени t в колебательном контуре при свободных колебаниях. Определите период T_2 собственных колебаний контура, если его индуктивность увеличить в четыре раза, т. е. $L_2 = 4L_1$.

Ответ: $T_2 = 8$ мкс.

9. На рис. 48 приведен график зависимости силы тока I от времени t в колебательном контуре при свободных колебаниях. Определите период T_2 собственных колебаний контура, если его емкость уменьшить в четыре раза, т. е. $C_1 = 4C_2$.

Ответ: $T_2 = 2$ мкс.

10. Колебательный контур состоит из конденсатора и катушки индуктивности. Вычислите энергию W контура, если максимальный ток в катушке $I_{\max} = 1{,}2$ А, максимальная разность потенциалов на обкладках конденсатора $U_{\max} = 1{,}2$ кВ, частота колебаний контура $\nu = 10^5$ с$^{-1}$ (потерями пренебречь).

Ответ: $W = 1{,}2 \cdot 10^{-3}$ Дж.

11. Максимальная энергия магнитного поля колебательного контура равна $W = 10^{-3}$ Дж при силе тока $I = 0{,}8$ А. Чему равна частота ν колебаний контура, если максимальная разность потенциалов на обкладках конденсатора составляет $\Delta\varphi = 1{,}2$ кВ?

Ответ: $\nu = 7{,}6 \cdot 10^{-4}$ с$^{-1}$.

12. Конденсатору емкостью $C = 40$ мкФ сообщается заряд $Q = 0{,}3$ мКл, после чего он замыкается на катушку индуктивностью $L = 0{,}1$ Гн. Пренебрегая сопротивлением контура, напишите законы изменения напряжения $U(t)$ на конденсаторе и силы тока $I(t)$ в цепи.

Ответ: $U(t) = 7{,}5 \cos 500t$;

$$I(t) = 0{,}15 \cos\left(500t + \frac{\pi}{2}\right).$$

13. Идеальный колебательный контур при максимальной силе тока в цепи $I_{\max} = 1$ А обладает энергией $W = 1 \cdot 10^{-3}$ Дж. Определите период T свободных электромагнитных колебаний, возникающих в этом контуре, если максимальная разность потенциалов на обкладках конденсатора достигает $U_{\max} = 1 \cdot 10^3$ В.

Ответ: $T = \dfrac{4\pi W}{I_{\max} U_{\max}} = 1{,}26 \cdot 10^{-5}$ с.

Переменный ток. Генератор переменного тока

1. Рамка площадью $S = 200$ см^2 имеет $N = 200$ витков и равномерно вращается в магнитном поле с индукцией $B = 2 \cdot 10^{-1}$ Тл. Определите период вращения T рамки, если максимальная ЭДС индукции, возникающая в рамке, $\mathscr{E}_0 = 5$ В. Ось вращения перпендикулярна линиям индукции.

Ответ: $T = 0{,}1$ с.

2. Амплитудное значение ЭДС при равномерном вращении витка в однородном магнитном поле $\mathscr{E}_0 = 5$ В. Определите мгновенные значения ЭДС, соответствующие моментам времени

$$t_1 = \frac{T}{4};\ t_2 = \frac{T}{2};\ t_3 = \frac{3T}{4};\ t_4 = T.$$

3. Мгновенное значение ЭДС $\mathscr{E}$ для фазы $\frac{\pi}{3}$ равно 100 В. Чему равно амплитудное $\mathscr{E}_0$ значение этой величины, изменяющейся по закону $\mathscr{E}(t) = \mathscr{E}_0 \sin \omega t$ [В]?

Ответ: $\mathscr{E}_0 = 115$ В.

4. По графику (рис. 49) найдите амплитудное значение $\mathscr{E}_0$ ЭДС и ее период T. Напишите формулу зависимости этой ЭДС от времени $\mathscr{E}(t)$.

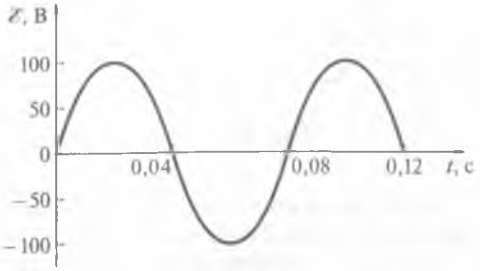


Рис. 49

Ответ: $\mathscr{E}(t) = 100 \sin 25\pi t$ [В]; $T = 8 \cdot 10^{-2}$ с.

5. При каких частотах ν_1 и ν_2 переменного тока конденсатор емкостью $L = 1$ мкФ имеет сопротивление $X_{C_1} = 3$ кОм; $X_{C_2} = 30$ Ом?

Ответ: $\nu_1 = 53$ Гц; $\nu_2 = 5{,}3 \cdot 10^3$ Гц.

6. Определите индуктивное сопротивление X_L катушки $L = 0{,}1$ Гн при частотах $\nu_1 = 50$ Гц и $\nu_2 = 5$ кГц.

Ответ: $X_{L_1} = 31{,}4$ Ом; $X_{L_2} = 3{,}14\ \ 10^3$ Ом.

7. Резистор сопротивлением $R = 40$ Ом, катушка индуктивностью $L = 2$ мГн и конденсатор емкостью $C = 5$ мкФ соединены последовательно с источником переменного напряжения. Определите полное сопротивление Z цепи переменного тока частотой $\nu = 50$ Гц.

Ответ: $Z = 531$ Ом.

8. Определите, при какой частоте ν_R в цепи, рассмотренной в задаче 7, будет наблюдаться резонанс напряжений.

Ответ: $\nu_R = \dfrac{1}{2\pi\sqrt{LC}} = 1{,}6$ кГц.

9. Электростанция вырабатывает мощность $P = 100$ МВт, которая распределяется поровну между пятью линиями электропередач (ЛЭП) при эффективном напряжении $U_{эф} = 500$ кВ. Определите действующее (эффективное) значение силы тока $I_{эф}$ в любой из ЛЭП.

Ответ: $I_{эф} = 40$ А.

10. Напряжение в цепи переменного тока изменяется по закону $U(t) = 140 \cos(100\pi t)$ [В]. Определите $U_{эф}$ — действующее значение напряжения.

Ответ: $U_{эф} = 100$ В.

11. Пробивное напряжение конденсатора $U_п = 250$ В. Можно ли этот конденсатор включить в цепь переменного тока напряжением $U = 220$ В?

Ответ: нет.

12. Цепь переменного тока должна работать при напряжении $U_1 = 10$ кВ. Определите напряжение U_2, на которое должна быть рассчитана изоляция кабеля, по которому течет этот ток.

Ответ: $U_2 = 14{,}1$ В.

13. При включении электродвигателя в сеть переменного тока вольтметр показал $U = 200$ В, амперметр $I = 8$ А, а ваттметр 1 000 Вт. Определите коэффициент мощности $\cos\varphi$.

Ответ: $\cos\varphi = 0{,}6$.

14. Электрический чайник, рассчитанный на напряжение $U_1 = 220$ В, включили в сеть с напряжением $U_2 = 110$ В. Считая сопротивление нагревательного элемента постоянным, определите, как изменилась мощность, потребляемая электрочайником.

15. Почему сердечники трансформаторов набирают из изолированных друг от друга железных пластин?

16. Трансформатор повышает напряжение с $U_1 = 200$ В до $U_2 = 1{,}1$ кВ и содержит $N_1 = 700$ витков в первичной обмотке. Определите: 1) k — коэффициент трансформации; 2) N_2 — число витков во вторичной обмотке.

Ответ: 1) $k = 0{,}20$; 2) $N_2 = 3{,}5 \cdot 10^3$.

17. Первичная катушка трансформатора имеет $N = 10^3$ витков. На ее сердечник надеты четыре вторичные катушки с числами витков $N_1 = 250$, $N_2 = 500$, $N_3 = 1\,500$, $N_4 = 10\,000$. Какое напряжение возникает на зажимах каждой из этих катушек, если на первичную подать напряжение $U = 120$ В?

Ответ: $U_1 = 30$ В; $U_2 = 60$ В; $U_3 = 180$ В; $U_4 = 1\,200$ В.

18. Определите КПД η трансформатора, если он повышает напряжение с $U_1 = 110$ В до $U_2 = 500$ В. В первичной обмотке протекает ток $I_1 = 2{,}4$ А, во вторичной — $I_2 = 0{,}5$ А.

Ответ: $\eta \approx 94$ %.

Глава 17

ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫЕ ВОЛНЫ

1. Радиус уверенного приема телепрограмм от Останкинской телевизионной башни в Москве составляет $S = 130$ км. За какое время Δt радиосигнал проходит это расстояние?

Ответ: $\Delta t = 0{,}4$ мс.

2. На какую длину волны λ нужно настроить радиоприемник, чтобы слушать радиостанцию, которая вещает на частоте $\nu = 91{,}2$ МГц?

Ответ: $\lambda = 3{,}3$ м.

3. По международному соглашению сигнал бедствия SOS передается на частоте $\nu = 500$ кГц. Определите λ — длину радиоволны, соответствующей этой частоте.

Ответ: $\lambda = \dfrac{c}{\nu} = 600$ м.

4. Диапазон длин волн видимого излучения (света) от $\lambda_1 = 380$ нм (фиолетовые лучи) до $\lambda_2 = 760$ нм (красные лучи). Определите диапазон частот ν видимого света.

Ответ: $\nu_1 = 8 \cdot 10^{-14}$ Гц; $\nu_2 = 4 \cdot 10^{-14}$ Гц.

5. В приемнике емкость в колебательном контуре может изменяться от $C_1 = 0{,}10$ нФ до $C_2 = 5{,}0$ нФ, а индуктивность — от $L_1 = 0{,}50$ до $L_2 = 1{,}0$ мГц. Определите частоту, которую можно охватить настройкой этого приемника.

Ответ: $\nu = 71$ кГц — 0,71 МГц.

6. Станция работает на длине волны $\lambda = 60$ м. Сколько колебаний несущей частоты происходит в течение одного периода звуковых колебаний с частотой $\nu = 5$ кГц?

Ответ: $n = \dfrac{c}{\nu\lambda} = 1 \cdot 10^3$.

7. Радиолокатор обнаружил самолет, отраженный сигнал от которого зафиксирован через время $\Delta t = 18$ мкс. Определите S — расстояние от локатора до самолета.

Ответ: $S = \dfrac{c\Delta t}{2} = 2{,}7$ км.

8. Определите расстояние S от локатора до подводной лодки, если отраженный сигнал был зафиксирован через время $\Delta t = 27$ мкс.

Ответ: $S = \dfrac{c\Delta t}{2\sqrt{\varepsilon\mu}} = 450$ м.

РАЗДЕЛ V ОПТИКА

Глава 18

ПРИРОДА СВЕТА

Скорость распространения света

1. Длина волны красных лучей света в вакууме $\lambda = 0{,}76$ мкм, определите их частоту ν.

Ответ: $\nu = 3{,}9 \cdot 10^{14}$ Гц.

2. Длина волны фиолетовых лучей света в вакууме $\lambda = 0{,}38$ мкм, определите их частоту ν.

Ответ: $\nu = 7{,}9 \cdot 10^{14}$ Гц.

3. Известно, что ультрафиолетовое излучение в интервале длин волн 0,38—0,32 мкм способствует образованию витамина *D* в организме человека. Определите интервал частот, которому соответствует данный интервал длин волн электромагнитного излучения.

Ответ: $(7{,}9—9{,}3) \cdot 10^{14}$ Гц.

Законы отражения и преломления света

1. Как располагается свет в оптически однородной среде?

2. Угол отражения света от плоского зеркала $\beta = 30°$. Определите угол между падающим и отраженным лучами.

3. Угол падения луча света на зеркальную поверхность $\alpha = 60°$. Определите угол между отраженным лучом и зеркальной поверхностью.

4. Как изменится угол между падающим на плоское зеркало и отраженным лучами при уменьшении угла падения на 10°?

Ответ: уменьшится на 20°.

5. Угол падения света на горизонтально расположенное плоское зеркало $\alpha = 45°$. Определите угол отражения света β, если зеркало повернуть на 30°, как показано на рис. 50.

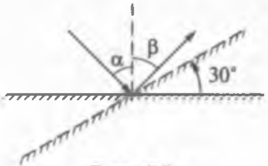


Рис. 50

6. Угол падения света на горизонтально расположенное плоское зеркало $\alpha = 45°$. Определите угол отражения света β, если зеркало повернуть на 30°, как показано на рис. 51.

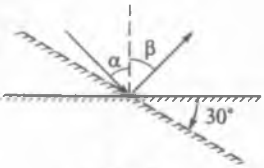


Рис. 51

7. Определите показатель преломления *n* спирта, если при угле падения $\alpha = 30°$ угол преломления $\gamma = 22°$.

Ответ: $n = 1{,}36$.

8. Определите угол преломления γ луча, направленного из воздуха в вещество с показателем преломления $n = 1,5$, если угол отражения $\beta = 45°$.

Ответ: $\gamma = 28°$.

9. Определите угол падения α луча на поверхность алмаза, если угол преломления $\gamma = 12°$.

Ответ: $\alpha = 31°$.

10. Определите, под каким углом α должен падать световой луч на границу раздела воздух — стекло, чтобы отраженный луч был перпендикулярен преломленному лучу.

Ответ: $\alpha = 56° \, 30'$.

11. На горизонтальном дне аквариума глубиной $h = 80$ см лежит плоское зеркало. Луч света падает на поверхность воды под углом α. Определите угол α, если расстояние от места вхождения луча в воду до места выхода отраженного от зеркала луча из воды равно $l = 30$ см.

Ответ: $\alpha = \arcsin \dfrac{ln}{\sqrt{4h^2 + l^2}} = 14°$.

12. Определите скорости света в спирте v_1, стекле v_2 и алмазе v_3. Скорость света в вакууме (воздухе) $c = 3 \cdot 108$ м/с.

13. Предельный угол полного отражения на границе алмаз — вакуум $\alpha_{пр} = 28°$. Определите показатель преломления алмаза n и скорость света v в нем.

Ответ: $n = 2,4$; $v = 1,3 \cdot 10^8$ м/с.

14. Скорость света в среде $v = 2 \cdot 10^8$ м/с. Определите предельный угол полного отражения $\alpha_{пр}$ для границы среда — вакуум.

Ответ: $\alpha_{пр} = 42°$.

15. Луч света падает на границу раздела двух сред под углом $\alpha = 50°$. Показатель преломления первой среды $n_1 = 1,54$. Определите n_2 — показатель преломления второй среды, если известно, что отраженный и преломленный лучи перпендикулярны друг другу.

Ответ: $n_2 = n_1 \operatorname{tg} \alpha = 1,83$.

16. На дне сосуда, наполненного жидкостью с показателем преломления $n = 1,8$ до высоты $h = 20$ см, находится точечный источник света. На поверхности жидкости плавает круглый непрозрачный диск так, что его центр находится над источником света. Определите, при каком минимальном радиусе диска R ни один луч не выйдет через поверхность воды в воздух.

Ответ: $R = \dfrac{h}{\sqrt{n^2 - 1}} = 0,13$ м.

Линзы

1. Определите фокусные расстоян и F_2 очковых линз, если оптическая одной линзы $\Phi_1 = 2$ дптр, а другой $= 2,5$ дптр.

Ответ: $F_1 = 0,5$ м; $F_2 = 0,4$ м.

2. Фокусные расстояния линз: F_1 $F_2 = -40$ м. Определите оптическую с каждой линзы.

Ответ: $\Phi_1 = 0,2$ дптр; $\Phi_2 = -2,5$ д

3. Постройте изображение точки ходящейся на главной оптической о двойном фокусном расстоянии от зы.

4. На рис. 52 показан ход лучей чечного источника A через тонкую Л. Определите оптическую силу Φ линзы.

Ответ: $\Phi = 25$ дптр.

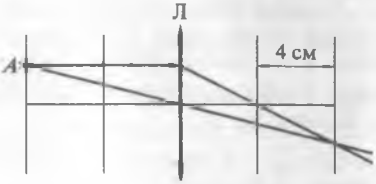


Рис. 52

5. При каком условии двояковы лая линза становится рассеивающе

6. Предмет AB расположен на дво фокусном расстоянии от тонкой дв выпуклой линзы (рис. 53). Постройте ражение предмета и определите л ное увеличение Г.

Рис. 53

7. Предмет расположен между т собирающей линзой и ее фокусом. К является изображение предмета?

8. Если предмет расположен на стоянии $d_1 = 10$ см от тонкой линз линейное увеличение $\Gamma_1 = 3$. Опред линейное увеличение Γ_2, если пр расположен на расстоянии $d_2 = 20$ см от тонкой линзы.

Ответ: $\Gamma_2 = 0{,}33$.

9. Найдите главное фокусное расстояние F рассеивающей (двояковогнутой) линзы, если расстояние от линзы до предмета $d = 12$ см, а до изображения $f = 5{,}5$ см.

Ответ: $F \approx -0{,}1$ м.

10. Главное фокусное расстояние линзы $F = 10$ см. Предмет находится на расстоянии $d = 12$ см от линзы. Найдите расстояние f от изображения линзы.

Ответ: $f \approx -5{,}5$ м.

11. Изображение предмета, расположенного на расстоянии $d = 0{,}25$ м от двояковыпуклой линзы, получилось действительным, обратным и увеличенным в три раза. Каково главное фокусное расстояние F линзы?

Ответ: $F \approx 0{,}19$ м.

12. Главное фокусное расстояние собирающей линзы равно F. На каком расстоянии d от линзы нужно поместить предмет, чтобы увеличение было больше 2, но меньше 3?

Ответ: $\frac{4}{3}F < d < \frac{3}{2}F$.

13. Двояковыпуклая стеклянная линза имеет радиусы кривизны поверхностей $r_1 = 0{,}3$ м и $r_2 = 0{,}5$ м. Определите оптическую силу Φ линзы и главное фокусное расстояние F_1. Как изменятся искомые величины, если линзу погрузить в воду, в сероуглерод?

Ответ: $\Phi_1 = 2{,}5$ дптр, $F_1 = 0{,}4$ м; $\Phi_2 = 1$ дптр, $F_2 = 1$ м; $\Phi_3 = -0{,}35$ дптр, $F_3 = -3$ м.

14. Двояковыпуклая стеклянная линза обладает оптической силой $\Phi_1 = 5$ дптр. Где помещен предмет, если его мнимое изображение получено на расстоянии $f_1 = 0{,}25$ м от линзы? Где будет находиться изображение, если линзу и предмет поместить в воду? Изобразите схему лучей для обоих случаев.

Ответ: $d_1 = 0{,}11$ м, $f_2 = 0{,}14$ м.

15. Двояковыпуклая стеклянная линза с оптической силой $\Phi = 3{,}33$ дптр отстоит от предмета на расстоянии $d = 0{,}2$ м. Изобразите ход лучей с соблюдением масштаба и определите расстояние f от линзы до изображения. Как изменится ход лучей и где будет изображение, если линзу и предмет поместить в сероуглерод?

Ответ: $f_2 = -0{,}6$ м.

Глава 19

ВОЛНОВЫЕ СВОЙСТВА СВЕТА

Интерференция света

1. Расстояние между звездами во Вселенной обычно выражают в световых годах (1 св. год — это расстояние, которое проходит свет за 1 год). Выразите световой год в метрах.

Ответ: 1 св. год $= 9{,}5 \cdot 10^{15}$ м.

2. Определите расстояние S, на котором от Солнца находится карликовая планета Плутон, если свет проходит это расстояние за $t = 5{,}5$ ч.

Ответ: $S = 6 \cdot 10^{12}$ м.

3. Ближайшая к Земле звезда α-Центавра находится на расстоянии $S = 4 \cdot 10^{16}$ м. Определите время t, в течение которого свет от звезды доходит до Земли.

Ответ: $t = 4{,}3$ года.

4. При выдувании мыльного пузыря при некоторой толщине пленки он приобретает радужную окраску. Какое физическое явление лежит в основе этого наблюдения?

5. Оптическая разность хода между световыми лучами в стекле от двух когерентных источников равна $\Delta l_1 = 300$ нм. Определите разность хода Δl между этими лучами в воздухе.

Ответ: $\Delta l = 200$ нм.

6. Разность хода между световыми лучами в воздухе от двух когерентных источников $\Delta l = 400$ нм. Определите Δl_1 —

разность хода между этими лучами в стекле.

Ответ: $\Delta l_1 = n\Delta l = 560$ нм.

7. Длина световой волны зеленого цвета в вакууме $\lambda_0 = 0{,}5$ мкм. Определите длину волны λ этого цвета в воде.

Ответ: $\lambda = 0{,}38$ мкм.

8. Вода освещается фиолетовым светом, для которого длина волны в воздухе $\lambda = 0{,}38$ мкм. Какой цвет видит человек, открывший глаза под водой?

9. Свет от двух когерентных источников S_1 и S_2 с длиной волны $\lambda = 0{,}38$ мкм достигает экрана (рис. 54). На нем наблюдается интерференционная картина. Что наблюдается в точках A и O? Для точки A выполняется условие: $S_2A - S_1A = (2k + 1)\frac{\lambda}{2}$, где k — целое число.

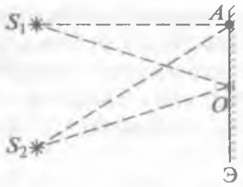


Рис. 54

10. Два когерентных источника испускают электромагнитные волны частотой $\nu = 6 \cdot 10^{14}$ Гц. Что будет наблюдаться при интерференции в точке пространства (в воздухе), для которой минимальная разность хода волн от источников $\Delta = 0{,}5$ мкм?

Ответ: максимум интерференции.

11. Когерентные источники света S_1 и S_2 находятся в скипидаре. Геометрическая разность хода испускаемых ими лучей в точке A, где наблюдается третий интерференционный максимум, $\Delta l = 0{,}6$ мкм. Определите λ_0 — длину волны, испускаемой когерентными источниками в вакууме.

Ответ: $\lambda_0 = \dfrac{\Delta l n^2}{k} = 0{,}43$ мкм.

12. На плоскопараллельную пленку толщиной $d = 0{,}13$ мкм с показателем преломления $n = 1{,}33$ под углом $\alpha = 45^\circ$ падает параллельный пучок белого света. Определите, в какой цвет будет окрашена пленка, т. е. для какой длины волны выполняется условие максимума для отраженного света.

Ответ: $\lambda_0 = 0{,}6$ мкм. Цвет — желтый.

Дифракция света

1. На узкую щель шириной $d = 20$ мкм падает нормально монохроматический свет. Угол отклонения лучей, соответствующий второму дифракционному максимуму, равен $\varphi = 6^\circ$. Определите λ — длину волны падающего света.

Ответ: $\lambda = \dfrac{2d\sin\varphi}{(2k+1)} = 0{,}42$ мкм.

2. На узкую щель падает нормально монохроматический свет. Угол отклонения лучей, соответствующий третьему дифракционному минимуму, составляет $\varphi = 8{,}6^\circ$. Определите, сколько длин волн укладывается на ширине щели.

Ответ: $d = 20\lambda$.

3. На щель шириной $d = 2$ мкм падает нормально монохроматический свет длиной волны $\lambda = 0{,}56$ мкм. Дифракционная картина параллельна щели. Минимумы какого порядка можно наблюдать на экране?

Ответ: $k = 1, 2, 3$.

4. Определите постоянную c дифракционной решетки, если на решетке длиной $l = 2{,}5$ см нанесено $N = 25 \cdot 10^3$ штрихов.

Ответ: $c = 1$ мкм.

5. Дифракционная решетка содержит $N = 200$ штрихов на $l = 1$ мм. Определите постоянную c дифракционной решетки.

Ответ: $c = 5$ мкм.

6. Луч красного света от лазера длиной волны $\lambda = 0{,}6$ мкм падает перпендикулярно на дифракционную решетку, постоянная которой $c = 1{,}2$ мкм. Дифракционные максимумы первого порядка ($k = 1$) наблюдаются в точках 1, $1'$, которые расположены симметрично относительно точки O (рис. 55). Под каким углом φ идут лучи в точки 1 и $1'$.

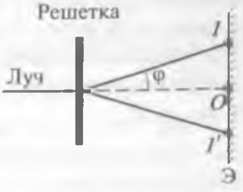


Рис. 55

Ответ: $\varphi = 30^\circ$.

7. Как изменится расстояние между точками *1* и *1′*, если перпендикулярно плоскости дифракционной решетки вместо красных лучей ($\lambda = 0,6$ мкм) направить фиолетовые лучи ($\lambda = 0,4$ мкм). Постоянная дифракционной решетки $c = 1,2$ мкм.

8. На дифракционную решетку, постоянная которой $c = 10$ мкм, падает нормально монохроматический свет длиной $\lambda = 600$ нм. Определите φ — угол отклонения лучей в спектре третьего порядка ($k = 3$).

Ответ: $\varphi = \arcsin\dfrac{k\lambda}{c} = 10,5°$.

9. Для определения длины монохроматической световой волны была использована дифракционная решетка, имеющая $N = 300$ штрихов на 1 мм. Дифракционная картина наблюдается на экране, расположенном параллельно решетке на расстоянии $L = 1,8$ м. Первый дифракционный максимум на экране находится на расстоянии $l = 20$ см от максимума нулевого порядка (центрального максимума). Определите λ — длину волны падающего света.

Ответ: $\lambda = \dfrac{l}{NL} = 370$ нм.

10. На дифракционную решетку, постоянная которой $c = 0,2$ мм, падает нормально монохроматический свет длиной волны $\lambda = 600$ нм. Определите, на каком расстоянии l друг от друга на экране располагаются максимумы нулевого и первого порядков. Экран расположен на расстоянии $L = 0,1$ м от экрана.

Ответ: $l = \dfrac{\lambda L}{c} = 3$ мм.

Поляризация света

1. Определите, под каким углом к горизонту должно находиться Солнце, чтобы лучи, отраженные от поверхности озера, были максимально поляризованы.

Ответ: $\alpha_{\text{Бр}} = 37°$.

2. Луч естественного света падает на поверхность алмаза, частично отражается, частично преломляется. Определите, каким должен быть угол падения, чтобы отраженный луч был максимально поляризован.

Ответ: $\alpha_{\text{Бр}} = 67,5°$.

3. Определите n — показатель преломления вещества, если при отражении от него естественного света отраженный луч максимально поляризован при угле преломления $\gamma = 35°$.

Ответ: $n = 1,43$.

4. Естественный свет падает на диэлектрик под углом полной поляризации $\alpha_{\text{Бр}} = 57°$. Определите n — показатель преломления диэлектрика.

Ответ: $n = 1,54$.

5. Свет, попадая из стекла в жидкость, частично отражается, частично преломляется. Отраженный от поверхности жидкости луч максимально поляризован при угле преломления в жидкости $\gamma = 45,8°$. Определите n_2 — показатель преломления жидкости.

Ответ: $n_2 = 1,48$.

6. Почему узкий пучок белого света при прохождении через стеклянную призму расширяется, и на экране можно наблюдать спектр?

Дисперсия света

1. Скорость распространения электромагнитных волн в каменной соли для длины волны $\lambda_1 = 0,2$ мкм равна $v_1 = 1,71 \cdot 10^8$ м/с, для $\lambda_2 = 3,2$ мкм — $v_2 = 1,92$ м/с. Определите абсолютный показатель преломления каменной соли n_1 и n_2 для λ_1 и λ_2.

Ответ: $n_1 = 1,75$; $n_2 = 1,56$.

2. Объясните, чем определяется цвет красного стекла и цвет красной бумаги?

3. Для каких лучей — красных или фиолетовых — абсолютный коэффициент преломления стеклянной призмы больше?

4. Объясните разницу между дисперсионным и дифракционным спектрами.

РАЗДЕЛ VI ЭЛЕМЕНТЫ КВАНТОВОЙ ФИЗИКИ

Глава 20

КВАНТОВАЯ ОПТИКА

Квантовая гипотеза Планка. Фотоны

1. Энергия фотонов $\varepsilon = 3{,}31 \cdot 10^{-19}$ Дж. Определите частоту ν и длину λ электромагнитной волны.

Ответ: $\nu = 5 \cdot 10^{14}$ Гц; $\lambda = 8 \cdot 10^{-7}$ м.

2. Определите энергию ε фотонов: 1) ε_1 — для красного света ($\lambda_1 = 600$ нм); 2) ε_2 — для жестких рентгеновских лучей ($\lambda_2 = 0{,}1$ Å*).

Ответ: 1) $\varepsilon_1 = \dfrac{hc}{\lambda_1} = 3{,}3 \cdot 10^{-19}$ Дж; 2) $\varepsilon_2 = \dfrac{hc}{\lambda_2} = 2 \cdot 10^{-14}$ Дж.

3. Отношение энергий двух фотонов $\dfrac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2} = 2$. Определите отношение длин волн $\dfrac{\lambda_1}{\lambda_2}$ этих фотонов.

4. Лазер излучает свет частотой $\nu = 5 \cdot 10^{14}$ Гц. Определите: 1) λ — длину волны излучаемого света; 2) ε — энергию фотонов луча лазера.

Ответ: 1) $\lambda = 6 \cdot 10^{-7}$ м; 2) $\varepsilon = 3{,}3 \times 10^{-19}$ Дж.

5. Длина волны излучения лазера $\lambda = 700$ нм. Мощность лазера $N = 50$ мВт. Определите n — число фотонов, излучаемых лазером за время $t = 1$ с.

Ответ: $n = 1{,}75 \cdot 10^{17}$.

6. Энергия фотона $\varepsilon = 8{,}1 \cdot 10^{-14}$ Дж. Определите λ — длину волны фотона. Какой части спектра принадлежит эта длин волны?

Ответ: $\lambda = 2{,}45$ пм, гамма-лучи.

7. Определите длину волны света масса фотонов которого равна массе п коящегося электрона.

Ответ: $\lambda = 2{,}4$ пм.

8. Определите ε — энергию фотона, есл его масса равна массе покоя электрона. Эне гию фотона выразите в электронвольтах.

Ответ: $\varepsilon = 8{,}1 \cdot 10^{-14}$ Дж $= 0{,}5$ МэВ.

9. Определите массу m фотона: 1) ε_1 рентгеновских лучей ($\lambda_1 = 0{,}25$ Å); 2) ε_2 гамма-лучей ($\lambda_2 = 1{,}24$ пм).

Ответ: 1) $m_1 = 8{,}83 \cdot 10^{-32}$ кг; 2) m_2 $= 1{,}78 \cdot 10^{-30}$ кг.

10. Отношение импульсов двух фот нов $\dfrac{p_1}{p_2} = 4$. Определите отношение дли волн $\dfrac{\lambda_1}{\lambda_2}$ этих фотонов.

11. Определите импульс p фотон энергия которого $\varepsilon = 4{,}52 \cdot 10^{-19}$ Дж.

Ответ: $p = 1{,}5 \cdot 10^{-27}\ \dfrac{\text{кг} \cdot \text{м}}{\text{с}}$.

12. Определите энергию ε фотона, есл его импульс $p = 2 \cdot 10^{-27}\ \dfrac{\text{кг} \cdot \text{м}}{\text{с}}$.

Ответ: $\varepsilon = 6 \cdot 10^{-19}$ Дж.

13. Энергия фотона $\varepsilon = 1$ МэВ. Опред лите: 1) λ — длину волны фотона; 2) m массу фотона; 3) p — импульс фотона.

Ответ: 1) $\lambda = 1{,}24$ пм; 2) $m = 1{,}77$ $\times 10^{-30}$ кг; 3) $p = 5{,}3 \cdot 10^{-22}$ (кг · м)/с.

---

* 1 Å $= 10^{-10}$ м $= 0{,}1$ нм.

14. Минимальная длина волны в сплошном спектре рентгеновских лучей λ_{min} = 41 пм. Определите U — напряжение, под которым работает рентгеновская трубка.

Ответ: $U = 3 \cdot 10^4$ В.

Внешний и внутренний фотоэлектрический эффект

1. Красная граница фотоэффекта для металла $\lambda_{кр} = 4{,}5 \cdot 10^{-7}$ м. Определите работу выхода $A_{вых}$ электронов с поверхности этого металла.

Ответ: $A_{вых} = 4{,}4 \cdot 10^{-19}$ Дж.

2. В опытах по фотоэффекту у первого металла фотоэффект начинается при облучении его светом с частотой не менее $\nu_1 = 3 \cdot 10^{18}$ Гц; у второго металла работа выхода $A_{вых}$ электронов с поверхности в 1,5 раза меньше, чем у первого. Определите минимальную частоту ν_2 измерения, при которой начинается фотоэффект на втором металле.

3. Красная граница фотоэффекта для некоторого металла $\lambda_{кр} = 0{,}6$ мкм. Металл освещается светом, длина волны которого $\lambda_{кр} = 0{,}4$ мкм. Определите максимальную скорость v_{max} электронов, выбиваемых светом из металла.

Ответ: $v_{max} = 6 \cdot 10^5$ м/с.

4. Определите $\lambda_{кр}$ — красную границу фотоэффекта для металла, если работа выхода $A_{вых} = 4 \cdot 10^{-19}$ Дж.

Ответ: $\lambda_{кр} = 5 \cdot 10^{-7}$ м.

5. Работа выхода для металлического катода вакуумного фотоэлемента $A_{вых} = 1{,}5$ эВ. Катод освещается монохроматическим светом, энергия фотонов которого $\varepsilon = 3$ эВ. Определите запирающее напряжение $U_з$, при котором прекратится фототок.

Ответ: $U_з = 1{,}5$ В.

6. Запирающее напряжение, при котором прекращается фототок в вакуумном фотоэлементе, $U_з = 2$ В. Определите работу выхода $A_{вых}$ для материала катода этого фотоэлемента, если он освещается монохроматическим светом, энергия фотонов которого $\varepsilon = 3{,}5$ эВ.

7. При освещении металла светом длиной волны $\lambda = 3{,}5 \cdot 10^{-7}$ м с поверхности металла освобождаются электроны, максимальная кинетическая энергия которых $E_к = 2{,}46 \cdot 10^{-19}$ Дж. Определите $A_{вых}$ — работу выхода электронов с поверхности этого металла.

Ответ: $A_{вых} = 3{,}2 \cdot 10^{-19}$ Дж.

8. С поверхности металла, работа выхода которого $A_{вых} = 1{,}9$ эВ, вылетают электроны с максимальной скоростью $v_{max} = 1{,}05 \cdot 10^6$ м/с. Определите λ — длину волны света, падающего на поверхность металла.

Ответ: $\lambda = 4 \cdot 10^{-7}$ м.

9. Выбиваемые светом при фотоэффекте электроны полностью задерживаются обратным потенциалом $U = 4$ В. Красная граница для металла $\lambda_{кр} = 0{,}6$ мкм. Определите частоту ν падающего света.

Ответ: $\nu = 4{,}7 \cdot 10^{14}$ Гц.

10. Определите, до какого максимального потенциала U_{max} зарядится пластинка, покрытая цезием, при облучении ее фиолетовыми лучами длиной волны $\lambda = 0{,}4$ мкм. Работа выхода электронов для цезия $A_{вых} = 1{,}9$ эВ.

Ответ: $U_{max} = 3{,}1$ В.

11. Красная граница фотоэффекта для металла $\lambda_{кр} = 2{,}4 \cdot 10^{-7}$ м. Произойдет ли фотоэффект, если энергия падающего фотона $\varepsilon = 6{,}6 \cdot 10^{-19}$ Дж?

Ответ: нет.

12. Фотон длиной волны $\lambda = 0{,}2$ мкм вырывает с поверхности натрия электрон, кинетическая энергия которого $E_к = 2$ эВ. Определите $A_{вых}$ — работу выхода и $\lambda_{кр}$ — красную границу фотоэффекта.

Ответ: $A_{вых} = 6{,}7 \cdot 10^{-19}$ Дж; $\lambda_{кр} = 3 \times 10^{-7}$ м.

13. На рис. 56 показан график максимальной кинетической энергии $E_к$ в зависимости от частоты фотоэлектронов ν, вырываемых с поверхности цинка. Определите работу $A_{вых}$ выхода электронов с поверхности этого металла.

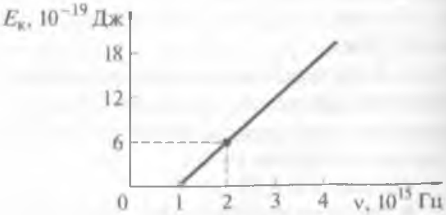


Рис. 56

Ответ: $A_{вых} = 6{,}6 \cdot 10^{-19}$ Дж.

Глава 21

ФИЗИКА АТОМА

Закономерности в атомных спектрах водорода

1. Определите максимальную λ_{max} и минимальную λ_{min} длины волн излучения серии Лаймана.

Ответ: $\lambda_{max} = 9{,}15 \cdot 10^{-6}$ м; $\lambda_{min} = 1{,}22 \times$ $\times 10^{-7}$ м.

2. Определите спектральный диапазон серии Бальмера, т. е. λ_{max}—λ_{min}; ν_{max}—ν_{min}.

Ответ: $\lambda = 6{,}56 \cdot 10^{-7}$ м — $3{,}65 \cdot 10^{-7}$ м; $\nu = 8{,}22 \cdot 10^{14}$ Гц — $4{,}57 \cdot 10^{14}$ Гц.

3. При переходе электрона в атоме водорода из возбужденного состояния в основное радиус орбиты электрона уменьшился в 16 раз. Определите длину λ волны излученного фотона.

Ответ: $\lambda = 9{,}7 \cdot 10^{-8}$ м.

4. Наибольшая длина волны спектральной водородной линии серии Бальмера $\lambda_1 = 656$ нм. Определите по этой длине волны λ_2 — наибольшую длину волны в серии Леймана.

Ответ: $\lambda_2 = 1{,}2 \cdot 10^{-7}$ м.

5. Определите минимальную энергию E_i, необходимую для полного отрыва электрона от ядра однократно ионизированного атома гелия (He^+), если электрон находится в основном состоянии.

Ответ: $E_i = 8{,}7 \cdot 10^{-18}$ Дж.

6. Атом испустил фотон, энергия которого $\varepsilon = 1{,}51$ эВ. Определите изменение заряда ΔQ атома.

7. Атом испустил фотон с энергией $\varepsilon = 2{,}4 \cdot 10^{-19}$ Дж. Определите изменение импульса Δp атома.

Ответ: $\Delta p = 6 \cdot 10^{-28}\ \dfrac{\text{кг м}}{\text{с}}$.

8. На какую стационарную орбиту переходят электроны в атоме водорода при испускании видимых лучей.

Ответ: $n = 2$.

Ядерная (планетарная) модель атома. Опыты Резерфорда

1. При переходе электрона с одной стационарной орбиты на другую энергия атома уменьшилась на $\Delta E = 2{,}85$ эВ Определите: 1) λ — длину волны; 2) ν — частоту испускаемого фотона. Какой области спектра принадлежит это излучение?

Ответ: 1) $\lambda = 0{,}43$ мкм; 2) $\nu = 6{,}9 \times$ $\times 10^{14}$ Гц.

2. Определите, на сколько изменилась энергия ΔE электрона в атоме водорода при излучении атомом фотона длиной волны $\lambda = 1{,}87$ мкм.

Ответ: $\Delta E = 1{,}06 \cdot 10^{-19}$ Дж.

3. Используя теорию Бора для атома водорода, определите: 1) $r_1 = r_Б$ — радиус первой орбиты электрона атома водорода; 2) v_1 — скорость электрона на этой орбите.

Ответ: 1) $r_Б = 5{,}28\ \ 10^{-11}$ м; 2) $v_1 =$ $= 2{,}19\ \ 10^6$ м/с.

4. Используя результаты, полученные при решении предыдущей задачи, определите кинетическую $E_к$, потенциальную $E_п$ и полную E энергию электрона, находящегося на первой орбите атома водорода.

Ответ выразите в электронвольтах.

Ответ: $E_к = 13{,}6$ эВ; $E_п = -27{,}2$ эВ; $E =$ $= -13{,}6$ эВ.

5. Определите r_5 — радиус пятой орбиты электрона атома водорода, зная боровский радиус $r_Б = 5{,}28 \cdot 10^{-11}$ м.

Ответ: $r_5 = 1{,}32 \cdot 10^{-9}$ м.

6. Определите: 1) λ — длину волны; 2) ε — энергию фотона, испускаемого при переходе электрона в атоме водорода с третьего энергетического уровня на первый.

Ответ: 1) $\lambda = 1{,}03 \cdot 10^{-7}$ м; 2) $\varepsilon = 19{,}3 \times$ $\times 10^{-19}$ Дж.

7. Для ионизации атома водорода необходима энергия $\varepsilon = 13{,}6$ эВ. Определите частоту ν излучения, которое может вызвать эту ионизацию.

Ответ: $\nu = 3{,}3 \cdot 10^{15}$ Гц.

8. Ионизацию атома кислорода вызывает излучения частотой $\nu = 3{,}4 \cdot 10^{15}$ Гц. Определите энергию ε ионизации атома кислорода. Ответ выразить в электронвольтах (эВ).

Ответ: $\varepsilon = 14$ эВ.

Глава 22

ФИЗИКА АТОМНОГО ЯДРА

Естественная радиоактивность

1. На рис. 57 схематически представлен опыт по отклонению трех видов радиоактивного излучения в магнитном поле. Определите направление вектора индукции магнитного поля.

Рис. 57

2. Период полураспада радия $T_{1/2} = 1\,590$ лет. Определите время t, в течение которого число ядер этого изотопа уменьшится в два раза.

3. Определите время t, через которое масса радона уменьшится в 4 раза, если период полураспада радона $T_{1/2} = 3{,}8$ сут.

Ответ: $t = 7{,}6$ сут.

4. Период полураспада трития $T_{1/2} = 12$ лет. Определите время t, в течение которого число ядер этого изотопа уменьшится в 32 раза.

Ответ: $t = 60$ лет.

5. Период полураспада радия $T_{1/2} = 1\,600$ лет. Определите τ — среднее время жизни радиоактивного ядра.

Ответ: $\tau = 2\,308{,}8$ года.

6. Радиоактивный изотоп кобальта имеет период полураспада $T_{1/2} = 5{,}2$ года. Определите: 1) λ — постоянную радиоактивного распада; 2) τ — среднее время жизни радиоактивного ядра.

Ответ: 1) $\lambda = 0{,}13$ год$^{-1}$; 2) $\tau = 7{,}7$ года.

7. Период полураспада ядер изотопа радия $T_{1/2} = 1\,600$ лет. Определите: ΔN — число распавшихся ядер за время $t = 3\,200$ лет, если начальное число ядер $N_0 = 1 \cdot 10^9$.

Ответ: $\Delta N = 7{,}5 \cdot 10^8$.

8. Период полураспада ядер изотопа йода $T_{1/2} = 8$ сут. Определите N — число оставшихся (нераспавшихся) ядер через $t = 80$ сут, если начальное число ядер $N_0 = 10^9$.

Ответ: $N = 9{,}76 \cdot 10^5$.

9. Активность некоторого радиоактивного элемента за время $t = 32$ дня уменьшилась в $n = 4$ раза. Определите: 1) λ — постоянную распада; 2) $T_{1/2}$ — период полураспада этого элемента.

Ответ: 1) $\lambda = \frac{1}{t}\ln n = 4{,}3 \cdot 10^{-2}$ сут$^{-1}$; 2) $T_{1/2} = t\frac{\ln 2}{\ln n} = 16$ сут.

10. Активность некоторого радиоактивного элемента уменьшалась в $n = 8$ раз за время $t = 18$ дней. Определите: 1) λ — постоянную распада; 2) $T_{1/2}$ — период полураспада этого элемента.

Ответ: 1) $\lambda = \frac{1}{t}\ln n = 0{,}12$ сут; 2) $T_{1/2} = t\frac{\ln 2}{\ln n} = 6$ сут.

11. Какой вид радиоактивного излучения — α, β или γ — наиболее опасен при внешнем облучении человека?

Состав атомного ядра

1. Определите, пользуясь Периодической системой элементов Менделеева, число протонов и нейтронов в ядрах атомов индия и вольфрама.

2. Пользуясь Периодической системой элементов Менделеева, опишите состав следующих нуклидов: $^{1}_{1}X$, $^{2}_{1}X$, $^{3}_{1}X$.

3. Пользуясь Периодической системой элементов Менделеева, опишите состав следующих нуклидов: $^{16}_{8}X$, $^{17}_{8}X$, $^{18}_{8}X$.

4. Пользуясь Периодической системой элементов Менделеева, опишите состав следующих нуклидов: $^{40}_{19}X$, $^{42}_{19}X$.

5. Пользуясь Периодической системой элементов Менделеева, опишите состав следующих нуклидов: $^{36}_{16}X$, $^{36}_{18}X$.

6. Пользуясь Периодической системой элементов Менделеева, опишите состав следующих нуклидов: $^{50}_{22}X$, $^{50}_{23}X$, $^{50}_{24}X$.

7. Определите зарядовые Z, массовые A числа и символы ядер, которые получатся, если в ядрах $^{11}_{6}C$, $^{16}_{8}O$ протоны заменить нейтронами, а нейтроны — протонами.

Ответ: $^{11}_{5}B$, $^{16}_{8}O$.

Ядерные реакции. Искусственная радиоактивность

1. Определите неизвестный продукт X ядерной реакции: $^{6}_{3}Li + ^{0}_{1}n \rightarrow ^{4}_{2}He + X$.

Ответ: $^{3}_{1}H$.

2. Определите, какая частица участвует в ядерной реакции: $^{14}_{7}N + x \rightarrow ^{17}_{8}O + ^{1}_{1}H$.

Ответ: $^{4}_{2}He$ — α-частица.

3. Определите неизвестный продукт X ядерной реакции: $^{27}_{13}Al + ^{1}_{0}n \rightarrow X + ^{4}_{2}He$.

Ответ: $^{24}_{11}Na$.

4. Определите неизвестный продукт X ядерной реакции: $^{27}_{13}Al + ^{4}_{2}He \rightarrow X + ^{1}_{1}P$.

Ответ: $^{30}_{14}Si$.

5. Выделяется или поглощается энергия при ядерной реакции $^{6}_{3}Li + ^{1}_{1}H \rightarrow ^{3}_{2}He + ^{4}_{2}He$. Определите эту энергию.

Ответ: $\Delta E = 4$ МэВ.

6. При распаде ядра изотопа лития $^{8}_{3}Li$ образовались два одинаковых ядра и β-частица. Определите эти ядра.

Ответ: ядро гелия.

7. Ядро магния $^{20}_{12}Mg$ захватило электрон и испустило протон. Определите ядро, образовавшееся в результате этой реакции.

Ответ: ядро неона.

8. Определите ядро, которое образовалось в результате испускания ядром бария $^{143}_{56}Ba$ сначала нейтрона, а потом электрона.

Ответ: ядро лантана.

Деление тяжелых ядер. Цепная ядерная реакция

1. Ядро нептуния $^{237}_{93}Np$, испытав несколько α- и β-распадов, превратилось в ядро висмута $^{214}_{83}Bi$. Определите число α-распадов.

Ответ: 6.

2. Ядро урана $^{238}_{92}U$, испытав несколько α- и β-распадов, превратилось в ядро свинца $^{206}_{82}Pb$. Определите число α-распадов.

Ответ: 8.

3. Продуктом деления урана: $^{235}_{92}U + ^{1}_{0}n \rightarrow ^{140}_{58}Ge + ^{94}_{40}Zn + N\,^{0}_{-1}e + 2\,^{1}_{0}n$ являются N электронов. Определите число N.

Ответ: $N = 6$.

4. Определите ΔE — энергию, выделяющуюся в результате ядерной реакции: $^{226}_{88}Ra \rightarrow ^{222}_{86}Rn + ^{4}_{2}He$. Масса нейтрального атома радона $m(^{222}_{86}Rn) = 222{,}0176$ а. е. м.

Ответ: $\Delta E = 4{,}9$ МэВ.

Элементарные частицы

1. Заполните табл. 1.

2. Определите минимальную энергию, которой будет обладать каждый фотон при аннигиляции электрона и позитрона: $^{0}_{-1}e + ^{0}_{+1}e \rightarrow 2\gamma$.

Ответ: $\varepsilon = m_0c^2 = 0{,}51$ МэВ $= 8{,}2 \times 10^{-14}$ Дж.

3. Определите минимальную энергию, которой будет обладать каждый фотон при аннигиляции $^{1}_{0}n$-нейтрона и $^{1}_{0}\bar{n}$-антинейтрона: $^{1}_{0}n + ^{1}_{0}\bar{n} \rightarrow 2\gamma$.

Ответ: $\varepsilon = 938$ МэВ $= 1{,}5 \cdot 10^{-19}$ Дж.

4. Определите ε — минимальную энергию, которой должен обладать фотон,

Таблица 1. Характеристики элементарных частиц

Название частицы	Символ частицы	Символ античастицы	Масса покоя (в электронных массах)	Заряд частицы	Среднее время жизни, с
Фотон					
Электрон					
Протон					
Нейтрон					

чтобы произошло рождение пары «электрон — позитрон»: $\gamma \to {}_{-1}^{0}e + {}_{+1}^{0}e$.

Ответ: $\varepsilon = 2\ m_0c^2 = 1{,}02$ МэВ $= 1{,}64 \times \times 10^{-13}$ Дж.

5. Перечислите типы взаимодействий, в которых участвуют элементарные частицы.

6. Какие элементарные частицы, представленные в табл. 1, участвуют в сильном, или ядерном, взаимодействии?

7. Какие частицы, представленные в табл. 1, участвуют в электромагнитном взаимодействии?

8. Является ли α-частица элементарной?

РАЗДЕЛ VII

ЭВОЛЮЦИЯ ВСЕЛЕННОЙ

1. Почему реакции синтеза атомных ядер — образование из легких ядер более тяжелых, называют термоядерными реакциями?

2. Почему реакции термоядерного синтеза могут протекать в недрах звезд?

3. Какую цепочку термоядерных реакций называют протон-протонным циклом?

4. Как называют цикл термоядерных реакций, в результате которого у звезды образуется углеродно-кислородное ядро?

5. Определите ΔE — энергию, выде
ющуюся или поглощенную при тер
ядерной реакции

${}^{2}_{1}\mathrm{H} + {}^{2}_{1}\mathrm{H} \to {}^{3}_{1}\mathrm{H} + {}^{1}_{1}\mathrm{H}$.

Ответ: $\Delta E = 4$ МэВ.

6. Выделяется или поглощается эн
гия при термоядерной реакции. Опре
лите эту энергию.

${}^{6}_{3}\mathrm{Li} + {}^{1}_{1}\mathrm{H} \to {}^{3}_{2}\mathrm{He} + {}^{4}_{2}\mathrm{He}$

Ответ: $\Delta E = 4$ МэВ.

7. Определите неизвестный продук
термоядерной реакции

${}^{2}_{1}\mathrm{H} + {}^{3}_{1}\mathrm{H} \to \mathrm{X} + {}^{1}_{0}\mathrm{n}$.

Ответ: ${}^{4}_{2}\mathrm{He}$.

ПРИЛОЖЕНИЯ

1. Основные физические постоянные (округленные значения)

Физическая постоянная	Обозначение	Численное значение
Нормальное ускорение свободно падающих тел	g	9,81 м/с^2
Гравитационная постоянная	G	$6{,}67 \cdot 10^{-11}$ Н · м^2/кг
Постоянная Авогадро	$N_\text{А}$	$6{,}02 \cdot 10^{23}$ моль$^{-1}$
Молярная газовая постоянная	R	8,31 Дж/(моль · К)
Постоянная Больцмана	k	$1{,}38 \cdot 10^{-23}$ Дж/К
Молярный объем (объем 1 моль) идеального газа при нормальных условиях	V_m	0,0224 м^3/моль
Заряд электрона	e	$1{,}60 \cdot 10^{-19}$ Кл
Постоянная Фарадея	F	$9{,}65 \cdot 10^4$ Кл/моль
Скорость света в вакууме	c	$3 \cdot 10^8$ м/с
Постоянная Стефана — Больцмана	σ	$5{,}67 \cdot 10^{-8}$ Вт/(м^2 · К^4)
Постоянная Вина	b	$2{,}89 \cdot 10^{-3}$ м · К
Постоянная Планка	h	$6{,}63 \cdot 10^{-34}$ Дж · с
Постоянная Ридберга	R	$1{,}097 \cdot 10^{-7}$ м$^{-1}$
Радиус Бора	$r_\text{Б}$	$0{,}529 \cdot 10^{-10}$ м
Длина волны комптоновского излучения электрона	λ	$2{,}43 \cdot 10^{-12}$ м
Потенциал ионизации атома водорода (энергия ионизации)	J_0	$2{,}18 \cdot 10^{-18}$ Дж = 13,6 эВ
Атомная единица массы	а.е.м.	$1{,}66 \cdot 10^{-27}$ кг
Коэффициент пропорциональности между энергией (МэВ) и массой (а.е.м.)	k	$9 \cdot 10^{-16}$ Дж/кг = = 931,44 МэВ/(а.е.м.)
Электрическая постоянная	ε_0	$8{,}85 \cdot 10^{-12}$ Ф/м
Магнитная постоянная	μ_0	$4\pi \cdot 10^{-7}$ Гн/м

2. Астрономические величины

Радиус Луны — $1{,}74 \cdot 10^6$ м
Масса Луны — $7{,}35 \cdot 10^{22}$ кг
Период вращения Луны вокруг Земли — 27 сут 7 ч 43 мин.
Среднее расстояние между центрами Земли и Луны — $3{,}84 \cdot 10^8$ м

3. Кинематические параметры планет

Планета	Период обращения вокруг Солнца T, г	Период обращения вокруг оси T_0	Орбитальная скорость v_0, км/с	Вторая космическая скорость v_{II}, км/с
Меркурий	0,241	59 сут	48,8	4,3
Венера	0,615	243 сут	35,0	10,3
Земля	1,00004	23 ч 56 мин 4 с	29,8	11,16
Марс	1,881	24 ч 37 мин 22 с	24,2	5,0
Юпитер	11,86	9 ч 51 мин	13,06	57,5
Сатурн	29,46	10 ч 14 мин	9,65	37
Уран	84,01	10 ч 49 мин	6,78	22
Нептун	164,8	15 ч 40 мин	5,42	25
Плутон	250,6	6,4 сут	4,75	10

4. Динамические характеристики планет Солнечной системы

Небесное тело	Расстояние от Солнца $R \cdot 10^{10}$, м	Экваториальный радиус планеты $R_э \cdot 10^6$, м	Плотность вещества планеты $\rho \cdot 10^3$, кг/м^3	Ускорение свободного падения g, м/с^2	Масса $M \cdot 10^{24}$, кг
Солнце	—	696	1,41	274	$1{,}99 \cdot 10^6$
Меркурий	5,79	2,43	5,59	3,72	0,33
Венера	10,8	6,05	5,22	8,69	4,87
Земля	14,96	6,378	5,52	9,78	5,976
Марс	22,8	3,39	3,97	3,72	0,645
Юпитер	77,8	70,85	1,30	23,01	1899,3
Сатурн	142,7	60,1	0,71	9,44	568,4
Уран	286,9	24,6	1,47	9,67	86,8
Нептун	449,7	23,5	2,27	15,0	103
Плутон	594,7	2,2	10,4	8,0	1,1

5. Единицы физических величин СИ, имеющие собственные наименования

Величина	Единица	
	наименование	обозначение
Длина	метр	м
Масса	килограмм	кг
Время	секунда	с
Плоский угол	радиан	рад
Телесный угол	стерадиан	ср
Сила, вес	ньютон	Н
Давление	паскаль	Па
Напряжение (механическое)	паскаль	Па
Модуль упругости	паскаль	Па
Работа, энергия	джоуль	Дж
Мощность	ватт	Вт
Частота колебаний	герц	Гц
Термодинамическая температура, разность температур	кельвин	К
Теплота (количество теплоты)	джоуль	Дж
Количество вещества	моль	моль
Электрический заряд	кулон	Кл
Сила тока	ампер	А
Поток электрического смещения	кулон	Кл
Потенциал электрического поля, электрическое напряжение	вольт	В
Электрическая емкость	фарад	Ф
Электрическое сопротивление	ом	Ом
Электрическая проводимость	сименс	См
Магнитная индукция	тесла	Тл
Магнитный поток	вебер	Вб
Индуктивность	генри	Гн
Сила света	кандела	кд
Световой поток	люмен	лм
Освещенность	люкс	лк
Поток излучения	ватт	Вт
Доза излучения (поглощенная доза излучения)	грей	Гр
Активность изотопа	беккерель	Бк

6. Внесистемные единицы, допущенные к применению наравне с единицами СИ

(Стандарт СЭВ 1052—78 «Метрология. Единицы физических величин»)

Величина	Единица		
	наименование	обозначение	соотношение с единицей СИ
Масса	тонна, атомная единица массы	т а. е. м.	10^3 кг $1{,}66 \cdot 10^{-27}$ кг
Объем, вместимость	литр	л	10^{-3} м^3
Плоский угол	градус минута секунда	...° ...′ ...″	$1{,}74 \cdot 10^{-2}$ рад $2{,}91 \cdot 10^{-4}$ рад $4{,}85 \cdot 10^{-6}$ рад
Работа, энергия	электронвольт	эВ	$1{,}60 \cdot 10^{-19}$ Дж
Относительная величина	единица (число 1) процент	— %	1 10^{-2}
Логарифмическая величина	бел децибел	Б дБ	— —
Температура	градус Цельсия	°С	1 °С = 1 К

7. Множители и приставки для образования десятичных кратных и дольных единиц и их наименований

Множитель	Приставка		Множитель	Приставка	
	наименование	обозначение		наименование	обозначение
10^{18}	экса	Э	10^{-1}	деци	д
10^{15}	пета	П	10^{-2}	санти	с
10^{12}	тера	Т	10^{-3}	милли	м
10^9	гига	Г	10^{-6}	микро	мк
10^6	мега	М	10^{-9}	нано	н
10^3	кило	к	10^{-12}	пико	п
10^2	гекто	г	10^{-15}	фемто	ф
10	дека	да	10^{-18}	атто	а

8. Греческий алфавит

Α, α — альфа
Β, β – бета
Γ, γ – гамма
Δ, δ – дельта
Ε, ε – эпсилон
Ζ, ζ – дзэта
Η, η – эта
Θ, ϑ, θ – тхэта
Ι, ι — йота
Κ, κ, æ — каппа
Λ, λ — ламбда
Μ, μ — мю
Ν, ν — ню
Ξ, ξ — кси
Ο, ο — омикрон
Π, π — пи
Ρ, ρ — ро
Σ, σ — сигма
Τ, τ — тау
Υ, υ — ипсилон
Φ, φ — фи
Χ, χ — хи
Ψ, ψ — пси
Ω, ω — омега

9. Таблицы физических величин

9.1. Плотность некоторых веществ, $\rho \cdot 10^3$, кг/м^3

($\rho = 1{,}01 \cdot 10^5$ Па; $T = 273$ К)

Твердое тело		Жидкость		Газ	
Алюминий	2,7	Вода морская	1,03	Водород	$0{,}089 \cdot 10^{-3}$
Дерево	0,8	Вода чистая	1,0	Воздух	$1{,}29 \cdot 10^{-3}$
Железо	7,8	Керосин	0,8	Гелий	$0{,}18 \cdot 10^{-3}$
Кирпич	1,8	Масло	0,9	Кислород	$1{,}43 \cdot 10^{-3}$
Лед	0,9	Ртуть	13,6		
Медь	8,9	Спирт	0,8		
Никель	8,8				
Свинец	11,3				
Серебро	10,5				
Сталь	7,8				

9.2. Молярная масса некоторых газов, $M \cdot 10^{-3}$, кг/моль

Азот N_2 — 28
Водород H_2 — 2
Водяной пар H_2O — 18
Воздух — 29
Гелий Не — 4
Кислород O_2 — 32
Углекислый газ CO_2 — 44

9.3. Удельная теплоемкость, $c \cdot 10^3$, Дж/(кг · К)

Азот — 1,05
Алюминий — 0,88
Вода — 4,19
Водород — 14,20
Воздух — 1,005
Железо — 0,46
Кислород — 0,92
Латунь — 0,38
Лед — 2,10
Медь — 0,38
Олово — 0,23
Свинец — 0,13
Спирт — 2,42
Сталь — 0,46
Углекислый газ — 0,83

9.4. Плотность насыщающих водяных паров при различной температуре

T, К	$\rho_н \cdot 10^{-3}$, кг/м^3	T, К	$\rho_н \cdot 10^{-3}$, кг/м^3	T, К	$\rho_н \cdot 10^{-3}$, кг/м^3	T, К	$\rho_н \cdot 10^{-3}$, кг/м^3	T, К	$\rho_н \cdot 10^{-3}$, кг/м^3
263	2,14	271	4,13	279	7,30	287	12,10	295	19,40
264	2,33	272	4,47	280	7,80	288	12,80	296	20,60
265	2,54	273	4,84	281	8,30	289	13,60	297	21,80
266	2,76	274	5,20	282	8,80	290	14,50	298	23,00
267	2,99	275	5,60	283	9,40	291	15,40	299	24,40
268	3,24	276	6,00	284	10,00	292	16,30	300	25,80
269	3,51	277	6,40	285	10,70	293	17,30	301	27,20
270	3,81	278	6,80	286	11,40	294	18,30	302	28,70

9.5. Температура парообразования, T, К

Вода — 373
Ртуть — 630
Спирт - 351
Эфир — 308

9.6. Поверхностное натяжение жидкостей при комнатной температуре, $\alpha \cdot 10^{-2}$, Н/м

Анилин — 4,3
Вода — 7,2
Керосин — 3,6
Мыльный раствор — 4,0
Спирт — 2,2
Ртуть — 47,1

9.7. Модуль продольной упругости, $E \cdot 10^{11}$, Па

Алюминий — 0,7
Железо — 2,1
Латунь — 0,9
Медь — 1,2
Свинец — 0,17
Сталь — 2,2

9.8. Температура плавления твердых тел, $T_{пл}$, К

Алюминий — 933
Железо — 1 803
Латунь — 1 173
Лед — 273
Медь — 1 356
Олово — 505
Свинец — 600
Серебро — 1233

9.9. Удельная теплота плавления, $\lambda \cdot 10^5$, Дж/кг

Алюминий — 3,90
Лед — 3,35
Медь — 1,80
Олово — 0,58
Свинец — 0,25
Серебро — 1,01

9.10. Удельная теплота сгорания, $q \cdot 10^7$, Дж/кг

Бензин — 4,61
Дерево — 1,26
Каменный уголь — 2,93
Керосин — 4,61
Нефть — 4,61
Спирт — 2,93

9.11. Температурный коэффициент линейного расширения твердых тел, $\alpha \cdot 10^{-5}$, К$^{-1}$

Алюминий — 2,40
Железо — 1,20
Инвар — 0,15
Латунь — 1,90
Медь — 1,70
Свинец — 2,90
Сталь — 1,10
Стекло — 0,90

9.12. Температурный коэффициент объемного расширения жидкостей, $\beta \cdot 10^{-4}$, К$^{-1}$

Вода — 1,8
Керосин — 10,0
Нефть — 10,0
Ртуть — 1,8
Серная кислота — 5,6
Спирт — 11,0

9.13. Диэлектрическая проницаемость (относительная) ε

Вода — 81,0
Глицерин — 39,1
Керосин — 2,0
Парафин — 2,0
Слюда — 7,0
Стекло — 7,0
Эбонит — 3,0
Воздух — 1,0

9.14. Удельное сопротивление и температурный коэффициент сопротивления проводников

Вещество	$\rho \cdot 10^{-7}$, Ом · м	$\alpha \cdot 10^{-3}$, К$^{-1}$	Вещество	$\rho \cdot 10^{-7}$, Ом · м	$\alpha \cdot 10^{-3}$, К$^{-1}$
Алюминий	0,26	3,6	Нихром	11,0	0,4
Вольфрам	0,55	5,2	Свинец	2,10	4,3
Железо	1,20	6,0	Серебро	0,16	3,6
Медь	0,17	4,2			

9.15. Электрохимический эквивалент, $k \cdot 10^{-6}$, кг/Кл

Алюминий — 0,093
Водород — 0,010
Железо — 0,290
Золото — 0,680
Кислород — 0,083
Медь (Cu (I)) — 0,660
Медь (Cu (II)) — 0,330
Никель — 0,304
Серебро — 1,118
Хром — 0,367
Цинк — 0,304

9.16. Коэффициент преломления *n*

Алмаз — 2,42
Вода — 1,33
Воздух — 1,00029
Кварц — 1,54
Лед — 1,31
Скипидар — 1,47
Спирт — 1,36
Стекло — 1,50

9.17. Работа выхода электронов из металла, $A \cdot 10^{-19}$, Дж

Вольфрам — 7,2
Калий — 3,2
Литий — 3,8
Платина — 8,5
Цезий — 3,2
Цинк — 6,6

9.18. Масса m_0 и энергия покоя E_0 некоторых элементарных частиц и легких ядер

Частица	m_0		E_0	
	а.е.м.	10^{27}, кг	МэВ	10^{10}, Дж
Электрон	$5{,}486 \cdot 10^{-4}$	0,00091	0,511	0,00081
Протон	1,00728	1,6727	938,23	1,50
Нейтрон	1,00867	1,6748	939,53	1,51
Дейтрон	2,01355	3,3325	1876,5	3,00
α-частица	4,0015	6,6444	3726,2	5,96

9.19. Периоды полураспада некоторых радиоактивных элементов

$^{45}_{20}Ca$ — 164 сут
$^{90}_{38}Sr$ — 27 лет
$^{210}_{84}Po$ — 138 сут
$^{222}_{96}Rn$ — 3,82 сут
$^{235}_{92}U$ — $7{,}1 \cdot 10^8$ лет
$^{238}_{92}U$ — $4{,}5 \cdot 10^9$ лет
$^{226}_{86}Ra$ — 1 590 лет
$^{3}_{1}H$ — 12 лет

9.20. Элементы Периодической системы и массы нейтральных атомов, а.е.м.

Элемент системы	Изотоп	Масса	Элемент системы	Изотоп	Масса	Элемент системы	Изотоп	Масса
Водород	$^{1}_{1}H$	1,00783	Кислород	$^{16}_{8}O$	15,99492	Кобальт	$^{60}_{27}Co$	59,95250
	$^{2}_{1}H$	2,01410		$^{17}_{8}O$	16,99913	Медь	$^{64}_{29}Cu$	63,5400
	$^{3}_{1}H$	3,01605	Магний	$^{24}_{12}Mg$	23,98504	Вольфрам	$^{184}_{74}W$	183,8500
Гелий	$^{3}_{2}He$	3,01605		$^{27}_{12}Mg$	26,98436	Кальций	$^{48}_{20}Ca$	47,95236
	$^{4}_{2}He$	4,00260	Алюминий	$^{27}_{13}Al$	26,98135	Серебро	$^{108}_{47}Ag$	107,869
Литий	$^{7}_{3}Li$	7,01601	Кремний	$^{26}_{14}Si$	26,81535	Радий	$^{226}_{88}Ra$	226,0254
Бериллий	$^{7}_{4}Be$	7,01169	Фосфор	$^{33}_{15}P$	32,97174	Торий	$^{232}_{90}Th$	232,038
Бор	$^{10}_{5}B$	10,01294	Сера	$^{33}_{16}S$	32,97146	Уран	$^{238}_{92}U$	238,0508
	$^{11}_{5}B$	11,00931	Железо	$^{56}_{26}Fe$	55,94700			
Азот	$^{14}_{7}N$	14,00307	Кобальт	$^{59}_{27}Co$	58,95182			

9.21. Масса ядер некоторых легких изотопов, $M \cdot 10^{-27}$, кг

$^{1}_{1}H$ — 1,6726
$^{3}_{2}He$ — 3,3436
$^{4}_{2}He$ — 6,6446
$^{6}_{3}Li$ — 9,9855
$^{7}_{3}Li$ — 11,6475
$^{11}_{5}B$ — 18,2767
$^{14}_{7}N$ — 23,2461
$^{16}_{8}O$ — 26,5527
$^{17}_{8}O$ — 28,2202
$^{20}_{10}Ne$ — 33,1888

9.22. Термоядерные реакции во Вселенной

Реакция	Энергия, МэВ
Водородный цикл	
$p + p \rightarrow d + \beta^{+} + \nu$	0,33 (0,51)
$\beta^{+} + \beta^{-} \rightarrow 2\gamma$	2,04
$p + d \rightarrow {}^{3}He + \gamma$	10,98
${}^{3}He + {}^{3}He \rightarrow {}^{4}He + 2p$	12,85
Углеродный цикл	
$p + {}^{12}C \rightarrow {}^{13}N + \gamma$	1,95
${}^{13}N \rightarrow {}^{13}C + \beta^{+} + \gamma$	1,5 (0,7)
$p + {}^{13}C \rightarrow {}^{14}N + \gamma$	7,54
$p + {}^{14}N \rightarrow {}^{15}O + \gamma$	7,35
${}^{15}O \rightarrow {}^{15}N + \beta^{+} + \gamma$	1,73 (0,98)
$p + {}^{15}N \rightarrow {}^{12}C + {}^{4}He$	4,96

Примечание. В скобках указана энергия нейтрино.