

П. И. САМОЙЛЕНКО

ФИЗИКА

**ДЛЯ ПРОФЕССИЙ И СПЕЦИАЛЬНОСТЕЙ
СОЦИАЛЬНО-ЭКОНОМИЧЕСКОГО
И ГУМАНИТАРНОГО ПРОФИЛЕЙ**

Сборник задач

*Рекомендовано
Федеральным государственным учреждением
«Федеральный институт развития образования»
в качестве учебного пособия для использования в учебном процессе
образовательных учреждений, реализующих программы начального
и среднего профессионального образования*

Регистрационный номер рецензии 301 от 16 июня 2009 г. ФГУ «ФИРО»

3-е издание, стереотипное



Москва
Издательский центр «Академия»
2012

УДК 53(075.32)
ББК 22.3я722я723
С17

Рецензенты:

кандидат технических наук, доцент *Т.В.Герши*
(зам. директора по инновационной и экспериментальной деятельности
ГОУ СПО «Железнодорожный колледж № 52»);
преподаватель физики *М.В.Богданова* (ГОУ СПО «Железнодорожный
колледж № 52»)

Самойленко П.И.

С17 Физика для профессий и специальностей социально-экономического и гуманитарного профилей. Сборник задач : учеб. пособие для образоват. учреждений нач. и сред. проф. образования / П.И.Самойленко. — 3-е изд., стер.— М. : Издательский центр «Академия», 2012. — 240 с.
ISBN 978-5-7695-8995-9

В учебном пособии приведены краткие теоретические сведения, задачи с решениями, а также задачи и вопросы, способствующие развитию физического мышления, более глубокому пониманию и усвоению теоретического материала и выявлению связей физики с другими предметами.

Для обучающихся в образовательных учреждениях начального и среднего профессионального образования.

УДК 53(075.32)
ББК 22.3я722я723

*Оригинал-макет данного издания является собственностью
Издательского центра «Академия», и его воспроизведение любым способом
без согласия правообладателя запрещается*

© Самойленко П.И., 2011
© Образовательно-издательский центр «Академия», 2011
ISBN 978-5-7695-8995-9 © Оформление. Издательский центр «Академия», 2011

ПРЕДИСЛОВИЕ

Настоящее учебное пособие соответствует Государственному образовательному стандарту и вместе с учебником «Физика для профессий и специальностей социально-экономического и гуманитарного профилей» (П. И. Самойленко. — М. : Издательский центр «Академия», 2010) входит в учебный комплект для обучающихся в образовательных учреждениях начального и среднего профессионального образования.

Цель учебного пособия — активизировать самостоятельную работу обучающихся, способствовать выработке у них прочных теоретических знаний, умений и навыков, которые будут использованы ими в будущей профессиональной деятельности. Хорошее усвоение теоретического материала невозможно без решения задач, так как у обучающихся в процессе их решения развивается логическое мышление, появляется интерес к изучаемому предмету, они лучше запоминают законы и формулы.

В учебном пособии даны общие методические указания по решению и оформлению задач, а также приведено большое количество задач с подробными решениями и анализом полученных результатов.

Краткое изложение основных теоретических понятий, законов и формул позволяет оказать максимальную помощь обучающимся при решении задач.

В учебном пособии использованы следующие условные обозначения:



— теоретические сведения



— примеры решения задач



— вопросы и задания

ОСНОВНЫЕ ВЕЛИЧИНЫ

Время	t , с	Плотность	ρ , кг/м ³
Высота подъема	h , м	Потенциал	ϕ , В
Давление	p , Па	Работа	A , Дж
Длина волны	λ , м	Разность потенциалов	ΔU , В
Длина пути	s , м	Сила	F , Н
Заряд	Q , Кл	Сила тока	I , А
Импульс	P , кг·м/с	Сопротивление	R , Ом
Индуктивность	L , Гн	Скорость	v , м/с
Количество вещества	ν , моль	Температура по Цельсию	t , °С
Количество теплоты	Q , Дж	Термодинамическая температура	T , К
Магнитная индукция	B , Тл	Угловая скорость	ω , рад/с
Магнитный поток	Φ , Вб	Угол поворота	ϕ , рад
Масса	m , кг	Ускорение	a , м/с ²
Молярная масса	M , кг/моль	Ускорение свободного падения	g , м/с ²
Молярный объем	V_m , м ³ /моль	Частота	ν , Гц
Мощность тока	P , Вт	ЭДС	\mathcal{E} , В
Напряжение	U , В	Емкость	C , Ф
Напряженность	E , В/м	Энергия кинетическая	E_k , Дж
Объем	V , м ³	Энергия потенциальная	E_p , Дж
Период	T , с	Энергия полная	E , Дж

КАК РЕШАТЬ ЗАДАЧИ ПО ФИЗИКЕ

Решить физическую задачу — значит применить общие законы материального мира к конкретному случаю и получить конечный результат. Умение решать задачи — лучшая оценка уровня усвоения программного материала.

На изучение курса физики отводится сравнительно немного времени, поэтому при составлении сборника большее внимание уделено освещению качественных задач и вопросов, а задачи, требующие громоздких математических вычислений, представлены в меньшем объеме.

Прежде чем решать физическую задачу, следует тщательно изучить теорию рассматриваемого в задаче вопроса.

По способу решения различают устные (обычно качественные), экспериментальные, вычислительные и графические задачи. Деление это условно, обычно рекомендуется сначала решать качественные или экспериментальные задачи, а затем вычислительные и графические.

Одну и ту же задачу можно решить различными способами. Целесообразность выбора способа должна быть определена самим обучающимся или указана преподавателем.

Решение большинства задач включает четыре этапа:

- 1) анализ условия задачи, построение схемы или чертежа;
- 2) составление алгебраических уравнений, написание формул, которые связывают физические величины, характеризующие рассматриваемое явление с количественной стороны;
- 3) решение выражений (уравнений) и получение результата численного расчета. Вычисления выполняют с использованием Международной системы единиц (СИ);
- 4) анализ результата.

В курсе физики многие задачи решаются графическим методом.

Если в условии задачи дан график зависимости между величинами, следует рассмотреть характер зависимости на каждом участке и получить искомые величины (их значения на осях координат, площадь, ограниченную графиком и соответствующими значениями величин по координатным осям, и т. п.).

Если график в условии не дан, то в соответствии с условием задачи надо начертить координатные оси, выбрать определенный масштаб на них, составить таблицы, затем нанести точки на плоскости и, соединив их, получить график зависимости между заданными физическими величинами. После этого следует провести анализ и получить результат, как и в предыдущем случае, когда график задан.

При решении задач следует соблюдать правила оформления записей условия и хода решения данной задачи.

Вычисления желательно проводить с помощью вычислительной техники. Микрокалькулятор выдает данные с большим числом разрядов, как правило, не соответствующим точности исходных данных. Поэтому всегда необходимо обращать внимание на необоснованность получения высокой точности результата за счет того, что не учитывается порядок верных значащих цифр физических величин, заданных в условии задачи.

На уроках физики нужно освоить приемы округления и правила приближенных вычислений.

Запись $Q = 1,30$ Дж означает, что в числе имеются три значащие цифры и следует учитывать нуль.

Имеются случаи, когда после значения физической величины указывается слово «точно», например $273,16$ К (точно). Это значит, что получить число точнее нельзя.

Если имеются очень громоздкие числа, то для удобства целесообразно ставить в них запятую после первой значащей цифры слева и умножать это число на 10 в нужной степени.

Внесистемные единицы (тонны, литры и т. д.) также обязательно перевести в единицы СИ, например $m = 3$ т следует записать в виде $3 \cdot 10^3$ кг; $V = 1,6$ л — в виде $1,6 \cdot 10^{-3}$ м³; 3 см — в виде $3 \cdot 10^{-2}$ м.

Такая запись удобна потому, что сразу видно количество значащих цифр и при действиях с приближенными числами легко определить порядок полученного значения для сравнения его, например, с табличным значением.

Например, $m = 0,0581$ кг нужно записать в виде $m = 5,81 \cdot 10^{-2}$ кг, $p = 215$ Па — в виде $2,15 \cdot 10^2$ Па или $0,2$ кПа, $N = 6\,525$ Вт — в виде $6,5 \cdot 10^3$ Вт или $6,5$ кВт.

Если в результате вычислений получено значение $251,1372$ кг, необходимо записать $251,14$ кг, т. е. округлить результат до двух значащих цифр после запятой.

Таблица множителей и приставок для образования десятичных кратных и дольных единиц приведена в приложении (см. прил. 2).

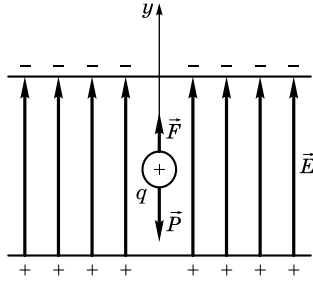


Рис. 1



Пример решения и оформления задачи

Задача 1. Пылинка массой 10^{-8} г висит между пластинами плоского воздушного конденсатора, к которому приложено напряжение 5 кВ. Расстояние между пластинами 5 см. Каков заряд пылинки?

Дано:

$$m = 10^{-8} \text{ г} = 10^{-11} \text{ кг}$$

$$U = 5 \text{ кВ} = 5 \cdot 10^3 \text{ В}$$

$$d = 5 \text{ см} = 5 \cdot 10^{-2} \text{ м}$$

$$q = ?$$

Решение. На пылинку в электрическом поле действуют: сила тяжести $\vec{P} = m\vec{g}$ и электрическая сила \vec{F} со стороны поля (рис. 1).

По условию задачи

$$\vec{F} = \vec{P}, \text{ или } F = mg.$$

Учитывая, что

$$F = qE \text{ и } E = U/d,$$

получаем

$$qU/d = mg,$$

откуда

$$q = mgd/U;$$

$$q = \frac{10^{-11} \cdot 9,8 \cdot 5 \cdot 10^{-2}}{5 \cdot 10^3} = 9,8 \cdot 10^{-16} \text{ Кл.}$$

Ответ: $q = 9,8 \cdot 10^{-16}$ Кл.

1.1. Основы кинематики



Теоретические сведения

В случае *прямолинейного равномерного движения* путь s (м), пройденный телом за время t (с), и скорость тела v связаны соотношением

$$s = vt. \quad (1)$$

Средняя скорость $v_{\text{ср}}$ (м/с) переменного прямолинейного движения есть отношение пути ко времени, за которое тело проходит этот путь:

$$v_{\text{ср}} = \Delta s / \Delta t. \quad (2)$$

Между абсолютной, относительной и переносной скоростями существует определенная зависимость, которую называют *законом сложения скоростей*:

$$\vec{v}_{\text{абс}} = \vec{v}_{\text{пер}} + \vec{v}_{\text{отн}}. \quad (3)$$

При *равнопеременном прямолинейном движении* скорость v и путь s , соответствующие отрезку времени t , связаны следующими соотношениями:

$$v = v_0 + at; \quad (4)$$

$$s = v_0 t + \frac{at^2}{2}; \quad (5)$$

$$v^2 - v_0^2 = 2as, \quad (6)$$

где v_0 — начальная скорость; a — ускорение (м/с²).

При $a = 0$ получается уравнение равномерного движения: $s = vt$. Ускорение положительно ($a > 0$) при равноускоренном движении и отрицательно ($a < 0$) при равнозамедленном.

Скорость в случае сложного движения определяется по правилу параллелограмма.

При свободном падении тела под действием силы земного притяжения ускорение направлено вертикально вниз. Кроме особо оговоренных случаев, ускорение падающих тел $g = 9,8 \text{ м/с}^2$.

Ускорение тела при движении по наклонной плоскости без учета трения $a = g \sin \alpha$, где α — угол наклона плоскости к горизонту.

Если не учитывать сопротивления воздуха, то наибольшая высота h_{\max} и дальность полета S_{\max} тел, брошенных под углом α к горизонту с начальной скоростью v_0 , составит:

$$h_{\max} = \frac{v_0^2 \sin^2 \alpha}{2g}; \quad (7)$$

$$S_{\max} = \frac{v_0^2 \sin 2\alpha}{g}. \quad (8)$$

Для равномерного движения тела по окружности

$$v = \omega R = \frac{2\pi R}{T} = 2\pi R\nu; \quad (9)$$

$$a = \frac{v^2}{R} = \omega^2 R = 4\pi^2 \nu^2 R, \quad (10)$$

где ω — угловая скорость движения (с^{-1}); R — расстояние от данной точки до оси вращения; T — период вращения (с); ν — частота вращения, т. е. число полных оборотов в единицу времени.

В случае равномерного вращательного движения угловая скорость

$$\omega = \frac{\varphi}{t} = \frac{2\pi}{T} = 2\pi\nu. \quad (11)$$

Угловая скорость ω связана с линейной скоростью v соотношением

$$v = \omega R. \quad (12)$$

Тангенциальное (a_τ) и нормальное (a_n) ускорения при вращательном движении вычисляются соответственно по формулам:

$$a_\tau = \varepsilon R; \quad (13)$$

$$a_n = \omega^2 R, \quad (14)$$

где ε — угловое ускорение (с^{-2}).



Примеры решения задач

Задача 1. Мотоциклист проехал 0,4 пути между двумя городами со скоростью 72 км/ч, а оставшуюся часть пути со скоростью 54 км/ч. Определить среднюю скорость мотоциклиста.

Дано:

$$v_1 = 72 \text{ км/ч} = 20 \text{ м/с}$$

$$v_2 = 54 \text{ км/ч} = 15 \text{ м/с}$$

$$v_{\text{ср}} = ?$$

Решение. Средняя скорость

$$v_{\text{ср}} = \frac{s}{t_1 + t_2},$$

где $t_1 = 0,4s/v_1$ — время, в течение которого мотоциклист проехал 0,4 пути; $t_2 = 0,6s/v_2$ — время, в течение которого мотоциклист проехал оставшуюся часть пути. Следовательно,

$$t_1 + t_2 = 0,4s/v_1 + 0,6s/v_2 = \frac{(0,4v_2 + 0,6v_1)s}{v_1v_2}.$$

Подставив это выражение в формулу средней скорости, получаем

$$v_{\text{ср}} = \frac{v_1v_2}{0,4v_2 + 0,6v_1}.$$

После подстановки числовых значений имеем

$$v_{\text{ср}} = \frac{20 \cdot 15}{0,4 \cdot 15 + 0,6 \cdot 20} \approx 16,7 \text{ м/с} \approx 60 \text{ км/ч}.$$

Ответ: $v_{\text{ср}} \approx 60 \text{ км/ч}$.

Задача 2 (сложение движений). Пассажир спускается вниз по неподвижному эскалатору в метро за 3 мин. Если пассажир стоит на движущемся эскалаторе, то он спускается вниз за 2 мин. Определить время, за которое пассажир может достичь станции метро, если он будет идти по движущемуся эскалатору.

Дано:

$$t_1 = 3 \text{ мин} = 180 \text{ с}$$

$$t_2 = 2 \text{ мин} = 120 \text{ с}$$

$$t = ?$$

Решение. Если пассажир спускается вниз по движущемуся эскалатору, то он одновременно участвует в двух равномерных движениях. Результирующая скорость пассажира в этом случае

$$v = v_1 + v_2, \quad (15)$$

где v_2 — скорость эскалатора относительно Земли; v_1 — скорость движения пассажира по неподвижному эскалатору.

В данной задаче путь s равен расстоянию между нижней и верхней точками эскалатора, поэтому v_1 и v_2 определяются по формулам

$$v_1 = s/t_1 \text{ и } v_2 = s/t_2.$$

Подставляя значения v_1 и v_2 в формулу (15), получим

$$v = s/t_1 + s/t_2 = \frac{s(t_1 + t_2)}{t_1 t_2}.$$

Время спуска пассажира определим по формуле для равномерного движения:

$$t = \frac{s}{v} = \frac{st_1 t_2}{s(t_1 + t_2)} = \frac{t_1 t_2}{t_1 + t_2};$$

$$t = \frac{180 \cdot 120}{180 + 120} = 72 \text{ с.}$$

Ответ: $t = 72 \text{ с.}$

Задача 3. Катер пересекает реку. Скорость течения реки 1,2 м/с, скорость катера относительно берега 3,2 м/с. Какую скорость относительно воды должен иметь катер и под каким углом к берегу он должен идти, чтобы пересечь реку за минимальное время?

Дано:

$$v_r = 1,2 \text{ м/с}$$

$$v = 3,2 \text{ м/с}$$

$$v_1 = ?$$

$$\alpha = ?$$

Решение. Движение катера сложное. По условию задачи результирующая скорость \vec{v} направлена перпендикулярно берегам реки. Для нахождения скорости \vec{v}_1 строим параллелограмм скоростей (рис. 2), в котором скорость реки \vec{v}_r является одной из его сторон.

Тогда другая сторона параллелограмма есть скорость \vec{v}_1 . Модуль скорости $v_1 = \sqrt{v^2 + v_r^2}$, а ее направление по отношению к берегам определяется углом $\alpha = \text{arctg } v/v_r$.

Вычисляем v_1 и α :

$$v_1 = \sqrt{3,2^2 + 1,2^2} = 3,4 \text{ м/с};$$

$$\text{tg } \alpha = 2,67; \alpha = 69^\circ 30'.$$

Ответ: $v_1 = 3,4 \text{ м/с}, \alpha = 69,5^\circ 30'.$

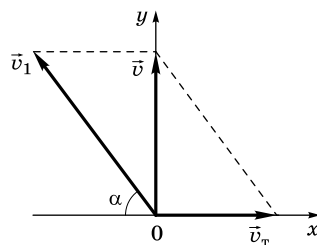


Рис. 2

Задача 4. В последнюю секунду свободно падающее тело прошло половину своего пути. Сколько времени и с какой высоты падало тело?

Дано:

$$h_{\text{п}} - h_{\text{п}-1} = h_{\text{п}}/2$$

$$g = 9,8 \text{ м/с}^2$$

$$t = ? \quad h_{\text{п}} = ?$$

Решение. Путь, пройденный за все время падения:

$$h_{\text{п}} = gt^2/2.$$

До последней секунды тело прошло путь

$$h_{\text{п}}/2 = g(t-1)^2/2.$$

Следовательно,

$$gt^2/2 = g(t-1)^2, \text{ или } t^2 - 4t + 2 = 0.$$

Отсюда

$$t = 2 + \sqrt{2} = 3,4 \text{ с.}$$

Высота падения

$$h_{\text{п}} = (9,8 \cdot 3,4^2)/2 \approx 57 \text{ м.}$$

Ответ: $t = 3,4 \text{ с}$; $h_{\text{п}} = 57 \text{ м}$.

Задача 5. Самолет летит горизонтально со скоростью 360 км/ч на высоте 490 м. Когда он пролетает над пунктом O , с него сбрасывают груз. На каком расстоянии от пункта O груз упадет на землю?

Дано:

$$v_0 = 360 \text{ км/ч} = 100 \text{ м/с}$$

$$h = 490 \text{ м}$$

$$g = 9,8 \text{ м/с}^2$$

$$s = ?$$

Решение. Для удобства решения напомним оси координат так, как показано на рис. 3. Тогда уравнения движения груза примут вид:

$$s = v_0 t; \quad (16)$$

$$h = gt^2/2. \quad (17)$$

Время движения груза до точки A найдем из уравнения (17):

$$t = \sqrt{2h/g}. \quad (18)$$

Искомое расстояние $s = OA$ найдем из уравнения (16) с учетом формулы (18):

$$s = v_0 \sqrt{\frac{2h}{g}}; \quad s = 100 \sqrt{\frac{2 \cdot 490}{9,8}} = 100 \text{ м.}$$

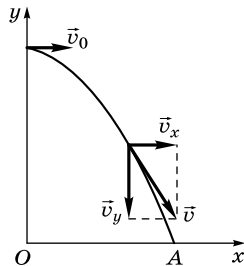


Рис. 3

Ответ: $s = 100 \text{ м}$.

Задача 6. Определить центростремительное ускорение Искусственного спутника Земли, если он движется по окружности со скоростью 7 км/с на высоте 600 км от поверхности Земли.

Дано:

$$v = 7 \text{ км/с} = 7 \cdot 10^3 \text{ м/с}$$

$$H = 600 \text{ км} = 6 \cdot 10^5 \text{ м}$$

$$R_3 = 64 \cdot 10^5 \text{ м}$$

$$a_{\text{цс}} = ?$$

Решение. Центростремительное ускорение находим по формуле $a_{\text{цс}} = v^2/R$, где $R = R_3 + H$ (R_3 — радиус Земли, H — высота спутника над Землей).

Подставляя данные из условия задачи, получаем

$$a_{\text{цс}} = \frac{(7 \cdot 10^3)^2}{64 \cdot 10^5 + 6 \cdot 10^5} = 7 \text{ м/с}^2.$$

Ответ: $a_{\text{цс}} = 7 \text{ м/с}^2$.



Вопросы и задания

1. Мяч упал с высоты 4 м и отскочил на высоту 1 м. Определите путь и перемещение.
2. Пловец плывет по течению реки. Определите скорость пловца относительно берега, если скорость пловца относительно воды 1 м/с, а скорость течения реки 0,5 м/с.
3. Автомобиль через 8 с после начала движения приобрел скорость 14,4 км/ч. С каким ускорением движется автомобиль?
4. Какую скорость приобретет автомобиль через 40 с после начала движения, двигаясь с ускорением 0,5 м/с², если начальная скорость равна 2 м/с?
5. Трогаясь с места, автомобиль за первые 10 с прошел 30 м. С каким ускорением двигался автомобиль?
6. Лыжник, спускаясь с горы с ускорением 0,5 м/с², на пути 200 м увеличил скорость до 15 м/с. Какова начальная скорость лыжника?
7. Тело бросили вертикально вверх со скоростью 25 м/с. Сколько времени тело находилось в полете?
8. На какую максимальную высоту может подняться тело, брошенное вверх со скоростью 30 м/с?
9. Колесо велосипеда радиусом 40 см вращается с частотой 3 с⁻¹. Какова линейная скорость точек обода колеса?
10. Каков период вращения колеса автомобиля радиусом 40 см, движущегося со скоростью 72 км/ч?
11. С каким центростремительным ускорением движется материальная точка по окружности радиуса 50 см со скоростью 18 км/ч?

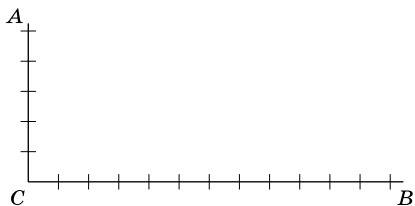


Рис. 4

12. Обод колеса велосипеда имеет радиус 40 см. Какова угловая скорость точек обода, если центростремительное ускорение равно $3,6 \text{ м/с}^2$?
13. При каком движении скорость тела является постоянной величиной и выражается положительным числом? (нулем?) При каком движении скорость тела является переменной величиной?
14. Два тела, двигаясь прямолинейно, осуществили одинаковые перемещения. Можно ли считать, что и пути, пройденные ими, также равны? При каких условиях?
15. При каком движении тела: а) средняя и мгновенная скорости остаются все время равными? б) мгновенная скорость постоянно больше средней? в) мгновенная скорость постоянно меньше средней?
16. Скорость электропоезда увеличилась с 18 до 108 км/ч на пути 875 м. Определите ускорение движения поезда и время разгона, считая движение равноускоренным.
17. За время торможения 5 с скорость автомобиля уменьшилась с 72 до 36 км/ч. Определите ускорение автомобиля при торможении и длину пути торможения.
18. От какой скорости — средней или мгновенной — зависит степень повреждения автомобиля при аварийном столкновении с преградой на его пути?
19. Первую половину пути турист прошел пешком со скоростью 5 км/ч, а вторую половину пути проехал на велосипеде со скоростью 20 км/ч.
С какой средней скоростью двигался турист на протяжении всего пути?
20. С какой начальной скоростью и с каким ускорением движется материальная точка, если от начала отсчета времени она прошла 56 м за 4 с и 110 м за 10 с?
21. На рис. 4 изображен маршрут движения пассажирского автобуса между пунктами *A* и *B*. Найдите длину траектории и длину перемещения автобуса по маршруту *ACB*, если $AC = 5 \text{ км}$, $BC = 12 \text{ км}$ и $\angle ACB = 90^\circ$.
22. Автомобиль, идущий со скоростью 36 км/ч, начинает двигаться со средним ускорением $0,2 \text{ м/с}^2$. Какой путь пройдет

автомобиль в десятую секунду от начала отсчета времени? Найдите мгновенную скорость автомобиля в конце десятой секунды.

23. В начале отсчета времени скорость электровоза была 28,8 км/ч, а затем на пути 1280 м она увеличилась в три раза. С каким средним ускорением двигался электровоз на этом участке пути?
24. При каком движении материальной точки длины пути и перемещения одинаковы?
25. Сформулируйте условия, при которых Искусственный спутник Земли (ИСЗ) серии «Радуга», используемый в системе телепередачи и телефонно-телеграфной связи, постоянно находится над одним и тем же пунктом Земли.
26. Постройте график скорости равнопеременного движения, если при $t_1 = 2$ с скорость $v_1 = 3$ м/с и при $t_2 = 6$ с скорость $v_2 = 5$ м/с. Определите по графику, в какой момент времени от начала отсчета скорость тела была 4 м/с. Напишите уравнение скорости и уравнение движения.
27. Мгновенная скорость равномерно замедленного движения задана уравнением $v = 20 - 4t$. Какой путь пройдет тело в этом движении за 5 с от начала отсчета времени?
28. Автомобиль, движущийся со скоростью 28,8 км/ч, при торможении останавливается в течение 4 с. Считая движение автомобиля равнопеременным, напишите уравнение мгновенной скорости, постройте график скорости и по графику определите скорость автомобиля в конце третьей секунды от начала отсчета времени. Напишите уравнение движения автомобиля.
29. Движение лыжника при спуске с горы выражается уравнением $s = 0,4t^2$. Определите скорость лыжника в конце спуска с горы, если спуск продолжался 15 с.
30. Даны уравнения движения двух тел: $s_1 = 6t - t^2$ и $s_2 = 6t + t^2$. В какие моменты времени пути, пройденные телами, будут одинаковыми?
31. Дано уравнение движения тела $s = 40t - 0,1t^2$. Через сколько секунд от начала отсчета времени тело остановится?
32. В свободно падающей кабине лифта свободно падает шарик. С каким ускорением относительно кабины падает шарик? (относительно поверхности Земли?)
33. Будет ли выливаться вода из сосуда при свободном падении, если в нем есть отверстие по всем направлениям?
34. Во сколько раз надо увеличить начальную скорость выброса воды в вертикальном фонтане, чтобы его высота увеличилась в 4 раза? Сопротивление воздуха не учитывать.
35. Почему падающая струя воды разбивается на капли?
36. Камень свободно падает с высоты 44,1 м над поверхностью Земли. Какой путь пролетит камень в последнюю секунду падения? Сопротивление воздуха не учитывать.

37. Какова максимальная высота подъема тела, брошенного вертикально вверх, если оно упало обратно через 20 с? С какой начальной скоростью брошено тело? Сопротивление воздуха не учитывать.
38. При свободном падении над поверхностью Земли в последние две секунды тело прошло 98 м. Сколько времени продолжалось свободное падение тела и с какой высоты оно упало? Сопротивление воздуха не учитывать.
39. Каким должен быть наименьший угол наклона крыши, чтобы дождевая вода стекала с нее максимально быстро? Трение не учитывать.
40. Два шарика выпущены из одной точки один после другого. Меняется ли расстояние между ними при падении?
41. Играя в футбол, вам часто приходится преграждать путь мячу. Установите, когда сильнее чувствуется удар мяча: если бежать навстречу к нему, от него или стоять на месте. Наблюдаемое явление объясните и дайте обоснованные рекомендации игрокам.
42. Исследуйте и объясните, почему увеличивается дальность прыжка, если спортсмен делает разбег. Зависит ли она от скорости и протяженности разбега? Почему перед прыжком без разбега спортсмен немного приседает?
43. Проведите наблюдения за действующим фонтаном в одном из скверов вашего города (поселка). Почему восходящая струя сплошная, а нисходящая распадается на отдельные части?
44. Велосипедист движется со скоростью 0,6 м/с по дуге радиусом 10 м. Определите центростремительное ускорение. Как оно изменится, если скорость велосипедиста уменьшится в 2 раза?
45. Искусственный спутник Земли совершает круговой облет за 1 ч 30 мин. С какой угловой скоростью движется спутник?
46. Ведущее колесо электровоза диаметром 1,2 м вращается с угловой скоростью 300 об/мин. С какой скоростью движется поезд, ведомый электровозом?
47. Во сколько раз угловая скорость минутной стрелки часов больше угловой скорости вращения Земли вокруг своей оси?

1.2. Основы динамики



Теоретические сведения

В основу динамики положены три закона Ньютона.

Первый закон Ньютона — закон инерции: *всякое тело сохраняет состояние покоя или прямолинейного равномерного*

движения, пока действие других тел не выведет его из этого состояния.

Свойство тел сохранять состояние покоя или равномерного прямолинейного движения называется *инерцией*. Мерой инертности тела является его *масса*. Масса материальной точки равна массе тела.

Второй закон Ньютона: ускорение, сообщаемое телу данной силой, прямо пропорционально величине этой силы и обратно пропорционально массе тела:

$$\vec{a} = \vec{F}/m \text{ или } \vec{F} = m\vec{a}. \quad (19)$$

Ускорение \vec{a} — величина векторная и совпадает с направлением действующей силы. Учитывая, что $\vec{a} = \frac{\vec{v}_2 - \vec{v}_1}{t}$, формулу второго закона Ньютона можно записать так:

$$\vec{F} = m(\vec{v}_2 - \vec{v}_1)/t \text{ или } \vec{F}t = m\vec{v}_2 - m\vec{v}_1, \quad (20)$$

где $m\vec{v}$ — количество движения (импульс); $\vec{F}t$ — импульс силы.

Следовательно, второй закон Ньютона имеет и другую формулировку: *изменение количества движения (импульса) тела пропорционально импульсу силы, действующей на тело*.

Если на материальную точку действует несколько сил, то их действие можно заменить действием одной силы, определяемой как векторная сумма этих сил: $\vec{R} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \dots + \vec{F}_n$. Эта сила называется *равнодействующей*.

Для случая действия на точку нескольких сил второй закон Ньютона можно записать так:

$$\vec{a} = \frac{\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \dots + \vec{F}_n}{m} = \frac{\sum \vec{F}_i}{m} = \frac{\vec{R}}{m}. \quad (23)$$

Третий закон Ньютона: силы, с которыми два тела действуют друг на друга, равны по величине и противоположны по направлению (рис. 5):

$$\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21}; |\vec{F}_{12}| = |-\vec{F}_{21}|. \quad (22)$$

Следует обратить внимание, что силы \vec{F}_{12} и \vec{F}_{21} приложены к разным телам и говорить об их сложении бессмысленно. В механике обычно используются пять видов сил.

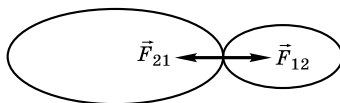


Рис. 5

Сила тяжести

$$P = m\vec{g},$$

где \vec{g} — ускорение свободного падения.

Сила, вызывающая упругую деформацию x , пропорциональна деформации:

$$F = -kx, \quad (23)$$

где k — коэффициент, численно равный силе, вызывающей деформацию (коэффициент упругости).

Сила трения скольжения

$$F_{\text{тр}} = \mu N, \quad (24)$$

где μ — коэффициент трения скольжения; N — сила нормального давления.

Центростремительная сила

$$F = m\omega^2 R = \frac{mv^2}{R}, \quad (25)$$

где m — масса; ω — угловая скорость; v — линейная скорость; R — радиус окружности.

Сила тяготения — сила притяжения двух точечных тел или однородных шаров массами m_1 и m_2 , находящихся на расстоянии R , которая определяется по **закону всемирного тяготения**:

$$F = G \frac{m_1 m_2}{R^2}, \quad (26)$$

где G — гравитационная постоянная ($G = 6,67 \cdot 10^{-11} \frac{\text{Н} \cdot \text{м}^2}{\text{кг}^2}$).



Примеры решения задач

Задача 1. Груз массой 50 кг равноускоренно поднимают с помощью каната вертикально вверх в течение 2 с на высоту 10 м. Определить силу натяжения каната. Решить эту задачу для случая, когда груз поднимают вверх равномерно и опускают вниз с ускорением 1 м/с^2 .

Дано:
 $m = 50 \text{ кг}$
 $t = 2 \text{ с}$
 $h = 10 \text{ м}$
 $g = 9,8 \text{ м/с}^2$
 $a_1 = 1 \text{ м/с}^2$

$T = ?$

Решение. 1. На груз действуют сила тяжести $\vec{P} = m\vec{g}$ и сила натяжения каната \vec{T} (рис. 6). Так как груз движется равноускоренно вверх, то вектор ускорения \vec{a} также направлен вверх. Запишем для груза уравнение второго закона Ньютона в векторной форме:

$$\vec{T} + m\vec{g} = m\vec{a}. \quad (27)$$

Проведем ось y в направлении движения груза и, найдя проекции сил на ось, напишем уравнение (27) в скалярной форме:

$$T - mg = ma,$$

откуда

$$T = mg + ma = m(g + a).$$

Так как движение равноускоренное и начальная скорость равна нулю, то

$$h = at^2/2,$$

откуда

$$a = 2h/t^2.$$

Тогда

$$T = m(g + 2h/t^2) = 50(9,8 + 2 \cdot 10/2^2) = 740 \text{ Н}.$$

2. Если груз равномерно движется вверх ($a = 0$), то $\vec{T} = \vec{P}$, т. е. сила натяжения равна силе тяжести: $T = 50 \cdot 9,8 = 490 \text{ Н}$.

3. Если груз опускается вертикально вниз с ускорением $a_1 = 1 \text{ м/с}^2$, то уравнение (27) в проекциях на ось y запишется в виде:

$$-ma_1 = T - mg \text{ или } T = m(g - a_1).$$

Вычислим силу натяжения нити:

$$T = 50(9,8 - 1) = 440 \text{ Н}.$$

Ответ: 1. $T = 740 \text{ Н}$. 2. $T = 490 \text{ Н}$. 3. $T = 440 \text{ Н}$.

Задача 2. Легковой автомобиль, имея начальную скорость 54 км/ч, остановился при торможении за 2 с. Определить коэффициент трения колес о полотно дороги, тормозной путь и силу торможения, если масса автомобиля 1 200 кг.

Дано:

$$v_0 = 54 \text{ км/ч} = 15 \text{ м/с}$$

$$t = 2 \text{ с}$$

$$m = 1\,200 \text{ кг}$$

$$\mu = ? \quad s = ? \quad F = ?$$

Решение. Коэффициент трения вычислим по формуле

$$\mu = F/P = ma/mg = a/g.$$

Считая движение автомобиля при торможении равнозамедленным, определим ускорение из уравнения

$$v_1 - v_0 = at.$$

$$\text{Тогда } \mu = |-a|/g = v_0/gt = 15/(9,8 \cdot 2) = 0,75.$$

Тормозной путь определим по формуле

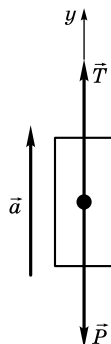


Рис. 6

$$s = v_0 t + at^2/2 = v_0 t - v_0 t^2/2t = v_0 t/2 = 15 \cdot 2/2 = 15 \text{ м.}$$

При этом сила торможения

$$F = ma = -mv_0/t = -1200 \cdot 15/2 = -9000 \text{ Н} = -9 \text{ кН.}$$

Знак «-» показывает, что сила торможения направлена в сторону, противоположную скорости.

Ответ: $\mu = 0,75$; $s = 15 \text{ м}$; $F = -9 \text{ кН}$.

Задача 3. Автомобиль массой 1 т поднимается по шоссе с уклоном 30° под действием силы тяги 7 кН. Коэффициент трения между шинами автомобиля и поверхностью шоссе равен 0,1. Найти ускорение автомобиля.

Дано:

$$m = 1 \text{ т} = 10^3 \text{ кг}$$

$$F = 7 \text{ кН} = 7 \cdot 10^3 \text{ Н}$$

$$\alpha = 30^\circ$$

$$\mu = 0,1$$

$$g = 9,8 \text{ м/с}^2$$

$$a = ?$$

Решение. На автомобиль действуют: сила тяжести \vec{P} , сила нормальной реакции шоссе \vec{N} , сила тяги \vec{F} , сила трения $\vec{F}_{\text{тр}}$.

Вектор \vec{a} , по условию задачи, направлен вверх параллельно наклонной плоскости (рис. 7). Запишем для автомобиля уравнение второго закона Ньютона в векторной форме:

$$\vec{F} + \vec{P} + \vec{N} + \vec{F}_{\text{тр}} = m\vec{a}.$$

Спроецируем обе части этого уравнения на выбранные направления осей x и y :

$$F - mg \sin \alpha - F_{\text{тр}} = 0, \quad (28)$$

$$-mg \cos \alpha + N = 0. \quad (29)$$

Из уравнения (29) находим, что $N = mg \cos \alpha$. Учитывая, что $F_{\text{тр}} = \mu N = \mu mg \cos \alpha$, запишем уравнение (28) в виде:

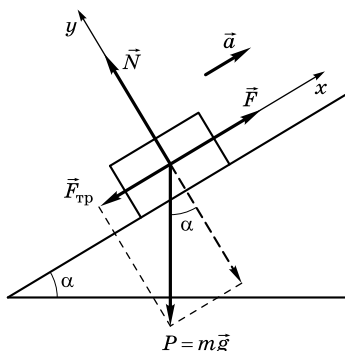


Рис. 7

$$F - mg \sin \alpha - \mu mg \cos \alpha = ma,$$

откуда

$$a = \frac{F - mg(\sin \alpha + \mu \cos \alpha)}{m}. \quad (30)$$

Подставляя в выражение (30) исходные данные, получаем

$$a = \frac{7 \cdot 10^3 - 10^3 \cdot 9,8(0,5 + 0,1 \cdot 0,87)}{10^3} \approx 5 \text{ м/с}^2.$$

Ответ: $a \approx 5 \text{ м/с}^2$.

Задача 4. Автомобиль движется со скоростью 54 км/ч. Каков наименьший радиус поворота автомобиля, если коэффициент трения скольжения колес о полотно дороги равен 0,5?

Дано:

$$v = 54 \text{ км/ч} = 15 \text{ м/с}$$

$$\mu = 0,5$$

$$g = 9,8 \text{ м/с}^2$$

$$R_{\min} = ?$$

Решение. Центробежной силой, удерживающей автомобиль на повороте, является сила трения:

$$mv^2/R = \mu P \text{ или } mv^2/R = \mu mg.$$

Отсюда

$$R = R_{\min} = v^2/\mu g; R = 15^2/(0,5 \cdot 9,8) = 46 \text{ м.}$$

Ответ: $R_{\min} = 46 \text{ м.}$

Задача 5. Спутник вращается вокруг Земли по круговой орбите радиусом 1 700 км. Определить его скорость и период обращения, если радиус Земли равен 6 400 км.

Дано:

$$H = 1700 \text{ км} = 17 \cdot 10^5 \text{ м}$$

$$R_3 = 6400 \text{ км} = 64 \cdot 10^5 \text{ м}$$

$$g = 9,8 \text{ м/с}^2$$

$$v = ? \quad T = ?$$

Решение. При движении спутника по круговой орбите возникает центробежное ускорение, а следовательно, на спутник действует центробежная сила, природу которой составляет сила тяготения.

Приравняв их, находим линейную скорость:

$$F_{\text{тяг}} = ma_{\text{цс}},$$

$$\frac{GMm}{(R_3 + H)^2} = \frac{mv^2}{R_3 + H}; \quad v^2 = \frac{GM}{R_3 + H}. \quad (31)$$

Для определения массы Земли воспользуемся законом всемирного тяготения: $GmM/R_3^2 = mg$, откуда

$$M = gR_3^2/G.$$

Подставляя данное уравнение в (31), получаем

$$v = \sqrt{\frac{GgR_3^2}{(R_3 + H)\gamma}} = R_3 \sqrt{\frac{g}{R_3 + H}};$$

$$v = 64 \cdot 10^5 \sqrt{\frac{9,8}{64 \cdot 10^5 + 17 \cdot 10^5}} = 7,01 \cdot 10^3 \text{ м/с.}$$

При вращательном движении величины v , ω и T связаны между собой соотношениями: $v = \omega R$, $\omega T = 2\pi$. Тогда период вращения спутника по круговой орбите радиусом $R = R_3 + H$ будет равен:

$$T = 2\pi(R_3 + H)/v = \\ = 2 \cdot 3,14(64 \cdot 10^5 + 17 \cdot 10^5)/7,01 \cdot 10^3 \approx 7,24 \cdot 10^3 \text{ с.}$$

Ответ: $v = 7,01 \cdot 10^3 \text{ м/с}$; $T \approx 7,24 \cdot 10^3 \text{ с}$.

Задача 6. Какова скорость самолета при выполнении «мертвой петли» радиусом 200 м, если в верхней точке петли летчик находится в состоянии невесомости или давит на сидение с силой, равной силе тяжести?

Дано:
 $R = 200 \text{ м}$
 $F_1 = 0$
 $F_2 = P$
 $g = 9,8 \text{ м/с}^2$

$v_1 = ?$ $v_2 = ?$

Решение. В состоянии невесомости летчик не оказывает давления на сиденье. Поэтому при нахождении летчика в верхней точке петли центростремительной силой является сила тяжести летчика:

$$mv_1^2/R = mg,$$

откуда следует:

$$v_1 = \sqrt{gR} = \sqrt{9,8 \cdot 200} = 44,3 \text{ м/с.}$$

Если летчик, находясь в верхней точке петли, давит на сиденье с силой, равной силе тяжести, то $F_{\text{цс}} = F_2 + P = 2P$, откуда следует:

$$mv_2^2/R = 2mg \text{ или } v_2 = \sqrt{2gR},$$

$$v_2 = \sqrt{2 \cdot 9,8 \cdot 200} = 62,6 \text{ м/с.}$$

Ответ: $v_1 = 44,3 \text{ м/с}$; $v_2 = 62,6 \text{ м/с}$.



Вопросы и задания

1. Какое из понятий (инертность и масса тела) является физической величиной, а какое — свойством материи?
2. Может ли существовать сила без точки ее приложения? Может ли одна и та же сила иметь несколько точек приложения?
3. Тело движется с постоянной скоростью под действием нескольких сил. Можно ли это состояние тела рассматривать как движение по инерции?
4. Подумайте, действительно ли числовые значения ускорений тел, которые свободно падают, не зависят от их масс.
5. Все тела на Земле имеют вес. Имеет ли вес сама Земля как планета, которая вращается вокруг Солнца?
6. Какое понятие — центр масс или центр тяжести — является более общим? Почему?
7. Всегда ли центр масс тела совпадает с его центром тяжести?
8. С каким ускорением движется автомобиль массой 1,2 т под действием силы тяги 0,6 кН?
9. Какова сила тяги двигателя мотоцикла массой 200 кг, если он движется с ускорением 30 см/с²?
10. Какова масса тела, если под действием силы 0,5 кН, двигаясь из состояния покоя, его скорость за 8 с возросла до 10 м/с?
11. Тело массой 8 кг на пути 40 м увеличило скорость с 5 до 15 м/с. Определите силу, действующую на тело.
12. Определите силу гравитационного взаимодействия двух тел массами 4 и 5 т, находящимися на расстоянии 10 м друг от друга.
13. Определите жесткость пружины, которая под действием силы 6 Н удлинилась на 6 см.
14. Тело массой 3 кг падает в воздухе с ускорением 8,8 м/с². Определите силу сопротивления воздуха.
15. Определите максимальное ускорение автомобиля, трогаящегося с места, если коэффициент трения между покрышками ведущих колес и дорогой равен 0,7.
16. Под действием силы 50 Н вагонетка массой 400 кг движется с ускорением 0,1 м/с². Определите силу сопротивления.
17. Через неподвижный блок перекинута нить, к концам которой привязаны два груза весом $P_1 = 10$ Н и $P_2 = 15$ Н. С каким ускорением будут перемещаться грузы? Трение и сопротивление воздуха не учитывать.
18. Определите вес космонавта на Луне, если на поверхности Земли он весит 800 Н, а ускорение свободного падения на Луне в 6 раз меньше, чем на Земле.
19. Электропоезд массой 1000 т после остановки начинает равноускоренно двигаться и в течение 1 мин достигает скорости

ти 108 км/ч. Определите силу тяги электровоза, если коэффициент трения равен 0,02.

20. Подъемный кран поднимает плиту массой 1000 кг вертикально вверх с ускорением $0,2 \text{ м/с}^2$. Определите силу натяжения каната, удерживающего плиту.
21. На участке пути длиной 400 м скорость автобуса увеличилась от 15 до 25 м/с. Определите среднюю силу тяги двигателя, если масса автобуса 10 т, а сила сопротивления при движении равна 2 кН.
22. На три одинаковых вагона массой m кг каждый (рис. 8) действует постоянная сила 600 Н, приложенная к первому вагону. Найдите силу натяжения сцепки между первым и вторым, вторым и третьим вагонами. Силы сопротивления не учитывать.
23. На рис. 9 изображены силы, приложенные к концам веревок AB и CD . Какова сила натяжения веревок AB и CD ?
24. Можно ли формулу силы трения $F_{\text{тр}} = \mu N$ записать в векторном виде, т.е. вместо модулей сил поставить их векторы?
25. Какая сила придает вращательное движение шару, скатывающемуся по наклонной плоскости? Может ли шар скользить по наклонной плоскости?
26. Жонглер тренируется в вагоне движущегося поезда. Должен ли он учитывать движение поезда в случае, если это движение: а) равномерное; б) равноускоренное?
27. Гимнаст сначала прыгает на гибкую доску — трамплин, а затем вверх. Почему в этом случае прыжок получается более высоким, чем прыжок без трамплина?
28. С каким ускорением должна двигаться кабина лифта, чтобы любые тела, находящиеся в кабине, не производили давление на опору и не растягивали подвески?
29. Как должен поступить космонавт, чтобы иметь возможность передвигаться в состоянии невесомости?
30. В каких точках Земли сила тяжести тела равна силе тяготения?
31. По закону всемирного тяготения любые тела притягиваются друг к другу. Почему мы не наблюдаем притяжения тел на поверхности Земли?

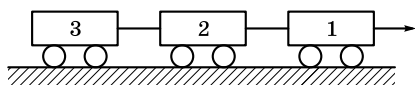


Рис. 8



Рис. 9

32. Почему воздух не покидает Землю?
33. Установлено, что пятикратная перегрузка безопасна для человека. Какое ускорение безопасно для жизни человека?
34. Искусственный спутник Земли движется по круговой орбите с линейной скоростью 4 км/с. На какой высоте над поверхностью Земли находится спутник? Радиус Земли $64 \cdot 10^5$ м, ускорение свободного падения на поверхности Земли принять равным 10 м/с^2 .
35. При каком условии возникает равномерное движение тел по окружности? Чем отличается равномерное прямолинейное движение от равномерного движения по окружности?
36. Автомобиль делает поворот при скорости 43,2 км/ч по дуге, радиус которой равен 60 м. Определите центростремительное ускорение.
37. Каков должен быть радиус кривизны моста, чтобы автомобиль, движущийся со скоростью 19,6 м/с, оказался невесомым на его середине?
38. Мотоциклист делает поворот при постоянной скорости 72 км/ч по дуге, радиус которой равен 160 м. Найдите угол наклона мотоциклиста к горизонту. Принять $g = 10 \text{ м/с}^2$.
39. Два человека, сидящие в лодках, массами 200 и 600 кг, натягивая веревку длиной 8 м, начинают приближаться друг к другу. Какой путь проходит до встречи каждая лодка?
40. Артист ударом одного шара приводит в движение второй шар, находящийся в состоянии покоя, причем направления движения шаров совпадают. В каком случае первый шар: а) останавливается; б) продолжает двигаться вперед; в) движется назад?
41. С какой целью цирковые артисты при хождении по канату держат в руках тяжелые шесты?
42. Почему для того, чтобы скорее вылить жидкость из бутылки, надо придать ей быстрое вращательное движение?
43. Диск вращается в горизонтальной плоскости с частотой $0,6 \text{ с}^{-1}$. На расстоянии 0,5 м от оси вращения на диске лежит тело. Каким должен быть коэффициент трения, чтобы тело не соскользнуло с диска?
44. Определите массу Солнца, если известно, что сила тяготения между Землей и Солнцем равна $3,6 \cdot 10^{22}$ Н, масса Земли составляет $6 \cdot 10^{24}$ кг и расстояние между ними равно $1,5 \cdot 10^{11}$ м.
45. Брусок весом 1 Н скользит с постоянной скоростью по наклонной доске. Угол наклона доски к горизонту 30° . Определите коэффициент трения.

46. Выходя из воды, животные встряхиваются. Какой физический закон действует при этом?
47. Можно определить, яйцо сырое или вареное, если привести его во вращение. Вареное яйцо вращается долго, а сырое останавливается после одного-двух оборотов. Почему?
48. Где ходить труднее: по песку или по твердому грунту? Почему? Способ исследования придумайте сами.
49. Забить гвоздь в фанерную стенку трудно, так как при ударе фанера прогибается. Однако гвоздь удается сравнительно легко забить, если с противоположной стороны стенки поместить массивное тело, например топор. Почему?
50. Проведите наблюдения и объясните, почему нагруженный автомобиль на грунтовой дороге с выбоинами движется плавнее, чем автомобиль без груза.

1.3. Законы сохранения в механике



Теоретические сведения

Закон сохранения импульса имеет вид:

$$m_1v_1 + m_2v_2 + m_3v_3 + \dots + m_nv_n = \text{const.} \quad (32)$$

Для системы, состоящей из двух взаимодействующих тел, закон сохранения импульса примет вид:

$$1) \ m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2 = m_1\vec{u}_1 + m_2\vec{u}_2 \text{ (упругое взаимодействие);}$$

2) $m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2 = (m_1 + m_2)\vec{u}$ (неупругое взаимодействие). Здесь v_1 и v_2 — скорости тел до их взаимодействия; \vec{u}_1 , \vec{u}_2 , \vec{u} — скорости тел после взаимодействия.

При решении задач на закон сохранения импульса обычно общее уравнение записывают в векторной форме, а затем обе его части проецируют на выбранные оси координат.

Работа силы F при перемещении s может быть выражена следующей формулой, если действующая сила постоянна и составляет угол α с перемещением:

$$A = Fscos\alpha. \quad (33)$$

Мощность

$$N = A/t, \quad (34)$$

где A — работа, совершаемая за время t .

Мощность может быть определена также формулой

$$N = Fv\cos\alpha, \quad (35)$$

т. е. мощность равна произведению скорости движения на проекцию силы на направление движения.

Кинетическая энергия тела массой m , движущегося со скоростью v ,

$$E_k = \frac{mv^2}{2}. \quad (36)$$

Формулы для потенциальной энергии имеют разный вид в зависимости от характера действующих сил.

Потенциальная энергия упругих тел

$$E_{\text{п}} = \frac{kx^2}{2}. \quad (37)$$

Потенциальная энергия гравитационного взаимодействия двух материальных точек массами m_1 и m_2 , находящихся на расстоянии r друг от друга,

$$E_{\text{п}} = -G \frac{m_1 m_2}{r^2}. \quad (38)$$

Потенциальная энергия тела, поднятого над Землей на высоту h :

$$E_{\text{п}} = mgh. \quad (39)$$

Полная механическая энергия (кинетическая и потенциальная) изолированной системы тел, в которой действуют только консервативные (потенциальные) силы, остается постоянной:

$$E_k + E_{\text{п}} = \text{const}. \quad (40)$$

Закон сохранения механической энергии для тела, движущегося со скоростью v на высоте h над поверхностью Земли, имеет вид:

$$mv^2/2 + mgh = \text{const}. \quad (41)$$



Примеры решения задач

Задача 1. Мяч массой 100 г упруго ударяется о стену под углом 30° . Определить величину и направление средней силы, которая действовала на мяч во время удара. Время удара 0,05 с, скорость мяча 10 м/с.

Дано:

$$m = 100 \text{ г} = 0,1 \text{ кг}$$

$$\alpha = 30^\circ$$

$$t = 0,05 \text{ с}$$

$$v = 10 \text{ м/с}$$

$$F_{\text{cp}} = ?$$

Решение. Для решения задачи воспользуемся вторым законом Ньютона в импульсной форме:

$$F\Delta t = mv_1 - mv_0.$$

Учитывая, что на стену будет оказывать действие только нормальная составляющая скорости $v_{0n} = v_{tn} = -v\cos\beta$ (рис.

10), можно определить изменение импульса:

$$\Delta p = F\Delta t = mv_{tn} - m(-v_{0n}) = 2mv\cos\beta, \quad (42)$$

где $\beta = 90 - \alpha = 60^\circ$; v_{tn} и v_{0n} — проекции скоростей на ось x .

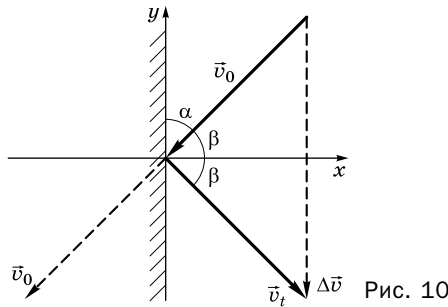


Рис. 10

Тогда средняя сила F_{cp} , направленная перпендикулярно стене, определится из уравнения (42):

$$F_{\text{cp}} = 2mv\cos\beta/\Delta t = 2 \cdot 0,1 \cdot 10 \cdot 0,5/0,05 = 20 \text{ Н.}$$

Ответ: $F_{\text{cp}} = 20 \text{ Н.}$

Задача 2. Человек массой 60 кг переходит в лодке с носа на корму. Длина лодки 3 м. Какова сила тяжести лодки, если вследствие движения человека она за это время переместилась в стоячей воде в обратном направлении на 1 м? Начальная скорость лодки относительно воды равна нулю. Сопротивление воды не учитывать.

Дано:

$$m_1 = 60 \text{ кг}$$

$$l = 3 \text{ м}$$

$$s = 1 \text{ м}$$

$$v = 0$$

$$g = 9,8 \text{ м/с}^2$$

$$P_2 = ?$$

Решение. Система «человек—лодка» замкнута, так как внешние силы не учитываются. Для решения задачи применим закон сохранения импульса, предварительно записав его в векторной форме:

$$m_1\vec{v}'_1 + m_2\vec{v}'_2 = (m_1 + m_2)\vec{v}, \quad (43)$$

где m_1 — масса человека; \vec{v}'_1 — скорость человека относительно воды; m_2 — масса лодки; \vec{v}_2 — скорость лодки относительно воды; \vec{v} — начальная скорость лодки относительно воды.

Человек массой m_1 , перемещаясь по лодке, одновременно участвует в двух движениях: перемещается по лодке со скоростью v_1 и вместе с лодкой в обратном направлении со скоростью v_2 , поэтому его результирующая скорость относительно воды

$$v'_1 = v_1 - v_2. \quad (44)$$

С учетом равенства (44) и условия задачи ($v = 0$) уравнение (43) в скалярной форме запишем так:

$$m_1(v_1 - v_2) - m_2v_2 = 0 \text{ или } m_1(v_1 - v_2) = m_2v_2.$$

Откуда следует

$$\frac{m_2}{m_1} = \frac{v_1 - v_2}{v_2}.$$

Так как время взаимодействия обоих тел одинаково, можно записать

$$\frac{m_2}{m_1} = \frac{(v_1 - v_2)t}{v_2 t}, \text{ или } \frac{m_2}{m_1} = \frac{l - s}{s}, \text{ или } m_2 = m_1 \frac{l - s}{s}.$$

Зная массу лодки, находим ее силу тяжести:

$$P_2 = m_2 g = m_1 g \frac{(l - s)}{s} = 60 \cdot 9,8 \cdot \frac{(3 - 1)}{1} = 1200 \text{ Н.}$$

Ответ: $P_2 = 1200 \text{ Н.}$

Задача 3. На горизонтальном участке пути длиной 3 км скорость автомобиля увеличилась с 36 до 72 км/ч. Масса автомобиля 3 т. Коэффициент трения 0,01. Определить работу и среднюю мощность двигателя автомобиля.

Дано:

$$\begin{aligned} s &= 3 \text{ км} = 3 \cdot 10^3 \text{ м} \\ v_1 &= 36 \text{ км/ч} = 10 \text{ м/с} \\ v_2 &= 72 \text{ км/ч} = 20 \text{ м/с} \\ m &= 3 \text{ т} = 3 \cdot 10^3 \text{ кг} \\ g &= 9,8 \text{ м/с}^2 \\ k &= 0,01 \end{aligned}$$

$$A = ? \quad N_{\text{ср}} = ?$$

Решение. Двигатель автомобиля совершает работу против сил трения и работу по возрастанию скорости, т.е. работу по увеличению кинетической энергии автомобиля:

$$A = F_{\text{тр}} s + (mv_2^2/2 - mv_1^2/2).$$

Но так как $F_{\text{тр}} = kmg$, формулу для работы можно переписать в виде

$$A = kmg s + (mv_2^2/2 - mv_1^2/2).$$

Среднюю мощность можно определить по формуле

$$N_{\text{cp}} = F_{\text{T}} v_{\text{cp}}, \quad (45)$$

где F_{T} — сила тяги двигателя автомобиля.

Работа, совершенная двигателем автомобиля, $A = F_{\text{T}} s$. Отсюда

$$F_{\text{T}} = A/s. \quad (46)$$

Так как движение автомобиля равноускоренное, средняя скорость автомобиля

$$v_{\text{cp}} = \frac{v_1 + v_2}{2}. \quad (47)$$

Подставляя (46) и (47) в (45), получаем

$$N_{\text{cp}} = \frac{v_1 + v_2}{2} \frac{A}{s} = \frac{A(v_1 + v_2)}{2s}.$$

Вычислим A и N_{cp} :

$$\begin{aligned} A &= 0,01 \cdot 3 \cdot 10^3 \cdot 9,8 \cdot 3 \cdot 10^3 + 3 \cdot 10^3 \cdot 400/2 - 3 \cdot 10^3 \cdot 100/2 = \\ &= 1,3 \cdot 10^6 \text{ Дж} = 1,3 \text{ МДж}; \end{aligned}$$

$$N_{\text{cp}} = 1,3 \cdot 10^6 \cdot (10 + 20)/2 \cdot 3 \cdot 10^3 = 6,5 \cdot 10^3 \text{ Вт} = 6,5 \text{ кВт}.$$

Ответ: $A = 1,3 \text{ МДж}$; $N_{\text{cp}} = 6,5 \text{ кВт}$.

Задача 4. Определить работу силы при сжатии пружины на $0,05 \text{ м}$. Жесткость пружины $3 \cdot 10^6 \text{ Н/м}$.

Дано:
 $x = 0,05 \text{ м}$
 $k = 3 \cdot 10^6 \text{ Н/м}$
 $A = ?$

Решение. По закону Гука при деформации пружины возникают силы упругой деформации: $F = -kx$.

Следовательно, чем больше мы хотим деформировать пружину, тем бóльшую силу должны к ней приложить. При деформации пружины на величину x действующая на нее сила равномерно изменяется от $F_0 = 0$ до $F = kx$. Действие этой переменной по величине силы можно заменить действием некоторой постоянной средней силы:

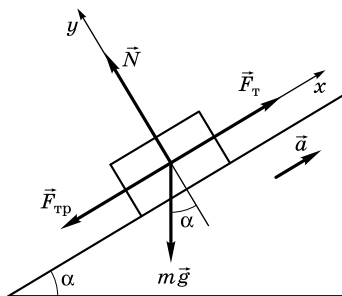
$$F_{\text{cp}} = \frac{F_0 + F}{2} = \frac{kx}{2}.$$

Работа этой силы при деформации равна $A = F_{\text{cp}} x = kx^2/2$.
 Вычислим работу A :

$$A = 3 \cdot 10^6 \cdot 25 \cdot 10^{-4}/2 = 3,75 \cdot 10^3 \text{ Дж} = 3,75 \text{ кДж}.$$

Ответ: $A = 3,75 \text{ кДж}$.

Рис. 11



Задача 5. Вагонетку массой 3 т поднимают по рельсам в гору, наклон которой к горизонту составляет 30° (рис. 11). Какую работу совершает сила тяги на пути 50 м, если известно, что вагонетка двигалась с ускорением $0,2 \text{ м/с}^2$, а коэффициент трения равен 0,1?

Дано:

$$m = 3 \text{ т} = 3 \cdot 10^3 \text{ кг}$$

$$\alpha = 30^\circ$$

$$l = 50 \text{ м}$$

$$a = 0,2 \text{ м/с}^2$$

$$\mu = 0,1$$

$$g = 10 \text{ м/с}^2$$

$$A = ?$$

Решение. Работа по перемещению вагонетки определяется по формуле

$$A = F_T l. \quad (48)$$

Силу тяги найдем из основного уравнения динамики, для записи которого следует рассмотреть все силы, приложенные к вагонетке. Таким образом, имеем:

$$\vec{F}_T + \vec{F}_{\text{тр}} + m\vec{g} + \vec{N} = m\vec{a}. \quad (49)$$

Оси проекций расположим так, чтобы одна из них (ось x) совпадала с направлением ускорения \vec{a} . Тогда уравнение (49) запишем в проекциях на оси x и y :

$$F_T - F_{\text{тр}} - mg \sin \alpha = ma; \quad (50)$$

$$N - mg \cos \alpha = 0. \quad (51)$$

Дополнительно следует учесть, что

$$F_{\text{тр}} = \mu N. \quad (52)$$

Совместное решение уравнений (48), (50) – (52) позволит определить совершаемую работу:

$$A = (\mu mg \cos \alpha + mg \sin \alpha + ma)l = lmg \left(\mu \cos \alpha + \sin \alpha + \frac{a}{g} \right).$$

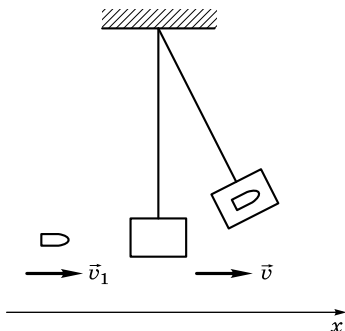


Рис. 12

После подстановки числовых данных получим:

$$A = 50 \cdot 3 \cdot 10^3 \cdot 10(0,1 \cdot 3 \cdot 10^3 \cdot 0,87 + 0,5 + 0,02) = 9 \cdot 10^5 \text{ Дж} = 900 \text{ кДж}.$$

Ответ: $A = 900$ кДж.

Задача 6. Пуля массой 10 г, летевшая горизонтально со скоростью 600 м/с, ударила в свободно подвешенный на длинной нити деревянный брусок массой $0,5$ кг и застряла в нем, углубившись на 10 см (рис. 12). Найти силу сопротивления дерева движению пули.

Дано:

$$m_1 = 10 \text{ г} = 10^{-2} \text{ кг}$$

$$v_1 = 600 \text{ м/с}$$

$$m_2 = 0,5 \text{ кг}$$

$$l = 10 \text{ см} = 0,1 \text{ м}$$

$$F_c = ?$$

Решение. Систему тел «пуля — брусок» можно считать замкнутой и применить к ней закон сохранения импульса:

$$m_1 \bar{v}_1 = (m_1 + m_2) \bar{v}, \quad (53)$$

где \bar{v} — скорость бруска после удара.

Брусок в момент удара начинает движение в горизонтальном направлении, поэтому \bar{v} и \bar{v}_1 имеют одинаковое направление. Выберем направление оси проекций, совпадающее с направлением скоростей, и запишем выражение (53) в проекции на ось x :

$$m_1 v_1 = (m_1 + m_2) v. \quad (54)$$

По закону сохранения механической энергии:

$$\frac{m_1 v_1^2}{2} = \frac{(m_1 + m_2) v^2}{2} + F_c l, \quad (55)$$

где $F_c l$ — часть кинетической энергии пули, равная работе против силы сопротивления.

Совместное решение уравнений (54) и (55) позволяет определить силу сопротивления:

$$F_c = \frac{m_1 m_2}{(m_1 + m_2)} \frac{v_1^2}{2l} = \frac{10^{-2} \cdot 0,5 \cdot 600^2}{(10^{-2} + 0,5) \cdot 2 \cdot 0,1} \approx 1,8 \cdot 10^4 \text{ Н.}$$

Ответ: $F_c = 1,8 \cdot 10^4 \text{ Н.}$



Вопросы и задания

1. Численные значения скорости тела и его массы не изменились, а импульс тела изменился. Как это могло случиться?
2. Чему равен импульс Земли в ее суточном вращении?
3. Вычислите импульс тела массой 500 г, движущегося со скоростью 7,2 км/ч.
4. Велосипедист массой 70 кг, двигаясь прямолинейно, увеличил скорость с 14,4 до 25,2 км/ч. Определите изменение импульса.
5. Под действием силы 3 Н импульс тела изменился на 30 кг·м/с. Определите время действия силы на тело.
6. Два тела, массы которых 2 и 8 кг, движутся навстречу друг другу со скоростью 4 м/с каждое. Определите их совместную скорость после неупругого столкновения.
7. Охотник производит выстрел с неподвижной лодки. Какую скорость приобретает лодка в момент выстрела, если масса лодки с охотником составляет 100 кг, начальная скорость дроби 350 м/с, а ее масса 30 г. Ствол ружья в момент выстрела параллелен поверхности воды. Сопротивлением воды пренебречь.
8. Пуля массой $9 \cdot 10^{-3}$ кг пробила доску и при этом скорость пули уменьшилась от 600 до 400 м/с. Насколько уменьшился импульс пули?
9. Мяч массой 1 кг падает на горизонтальную поверхность Земли с высоты 6 м и отскакивает на высоту 2 м. Какой импульс он приобретает?
10. В лодку массой 500 кг, движущуюся с постоянной скоростью 2 м/с, прыгнул с моста человек массой 70 кг. Как изменилась скорость лодки?
11. Человек, стоящий на неподвижной лодке, пошел со скоростью 4 м/с относительно лодки. Масса человека 60 кг, масса лодки 300 кг. С какой скоростью начала двигаться лодка по поверхности воды?
12. Какую скорость будет иметь ракета, стартовая масса которой 1 000 кг, если в результате горения топлива выброшено 200 кг газов со скоростью 2 000 м/с?

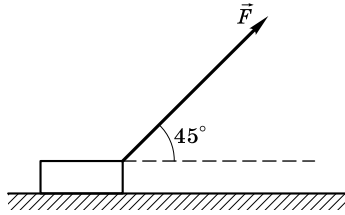


Рис. 13

13. Ракета массой 4000 кг летит со скоростью 500 м/с. От нее отделяется головная часть массой 1000 кг и летит со скоростью 800 м/с. С какой скоростью будет продолжать полет оставшаяся часть ракеты?
14. Из лодки, приближающейся к берегу со скоростью 0,5 м/с, на берег прыгнул человек со скоростью 2 м/с относительно берега. С какой скоростью будет двигаться лодка после прыжка человека, если масса человека 80 кг, а масса лодки 120 кг?
15. Совершается ли механическая работа, если на движущееся тело действуют две взаимно уравновешивающиеся силы?
16. Совершается ли работа при свободном падении тел?
17. Совершает ли Луна при своем движении вокруг Земли механическую работу?
18. Какую работу совершает двигатель автомобиля массой 20 т при равномерном горизонтальном движении на пути в 1 км, если коэффициент трения равен 0,05?
19. Под действием силы F , образующей угол 45° с горизонтальным направлением, тело перемещается горизонтально (рис. 13). Определите силу F , если при перемещении тела на 5 м совершается работа 707 Дж.
20. В каком случае совершается бóльшая работа: а) при перемещении тела массой 5 кг на 2 м под действием силы 10 Н или б) при перемещении тела массой 10 кг на 2 м под действием силы 5 Н?
21. Снаряд, вылетевший из орудия в горизонтальном направлении с начальной скоростью 600 м/с, достиг цели со скоростью 400 м/с. Определите работу по преодолению сопротивления, если масса снаряда 10 кг.
22. Автомобиль, развивая мощность 40 кВт, движется со средней скоростью 20 м/с. Определите среднюю силу взаимодействия между ведущими колесами автомобиля и поверхностью Земли.
23. Определите мощность двигателя подъемного крана, равномерно поднимающего груз массой 3 т на высоту 10 м за 49 с, если КПД крана равен 75 %.

24. Под действием постоянной силы 5 Н тело начинает двигаться с ускорением $0,2 \text{ м/с}^2$. Какую работу совершает эта сила за первые 20 с действия?
25. Какую работу должен совершить космонавт на Луне, чтобы равномерно поднять камень массой 50 кг на высоту 0,5 м? Ускорение свободного падения на Луне $1,6 \text{ м/с}^2$.
26. Электровоз мощностью 3000 кВт ведет поезд массой 3000 т по горизонтальному участку пути со скоростью 20 м/с. Определите коэффициент трения. Принять $g = 10 \text{ м/с}^2$.
27. Моторная лодка с двигателем мощностью 5 кВт развивает силу тяги 1 кН. С какой скоростью движется лодка?
28. При действии постоянной силы 500 Н под углом 30° к направлению скорости тело из состояния покоя прошло 800 м за 20 с. Определите мощность, развиваемую силой.
29. Автомобиль массой 5 т поднимается в гору под углом 10° с постоянной скоростью 5 м/с. Определите мощность, развиваемую двигателем автомобиля. Трение не учитывать.
30. Какую работу нужно совершить, чтобы поднять на высоту 2 м груз массой 50 кг, двигая его по наклонной плоскости, составляющей угол 45° с горизонтом. Коэффициент трения равен 0,2.
31. Исследуйте, в каком случае расходуется больше энергии: при езде на велосипеде или ходьбе пешком. Влияет ли на эти процессы скорость перемещения? Способ исследования придумайте самостоятельно.
32. Налейте в стакан воды и погрузите в нее частички вещества с большей плотностью, чем плотность воды, и вращайте стакан. Частички перемещаются к стенке. Почему чайники в стакане кипятка, которые при перемешивании были у стенки, после перемешивания собираются в середине на дне стакана? Сделайте выводы.
33. Какое расстояние пройдет автомобиль с выключенным двигателем по горизонтальному участку пути, если коэффициент трения равен 0,2, скорость движения равна 12 м/с. Принять $g = 10 \text{ м/с}^2$.
34. Пуля массой 10 г влетает в доску толщиной 5 см со скоростью 800 м/с и вылетает из нее со скоростью 100 м/с. Определите среднюю силу сопротивления доски.
35. Импульс тела равен $24 \text{ кг} \cdot \text{м/с}$, а кинетическая энергия равна 48 Дж. Определите скорость и массу тела.
36. Определите потенциальную энергию пружины при сжатии на 4 см под действием силы 15 Н.
37. С какой скоростью движется тело массой 500 г, если его кинетическая энергия равна 100 Дж?
38. На пути 150 м у тела массой 2 кг скорость изменилась с 18 до 36 км/ч. Определите силу, действующую на тело, и увеличение его кинетической энергии.

39. Определите работу силы упругости, если резиновый шнур под действием силы 5 Н удлинился на 8 см.
40. На тело массой 20 кг в течение 10 с действовала сила 4 Н. Определите кинетическую энергию тела в момент прекращения действия силы, если в начале действия силы тело находилось в покое.
41. Определите работу, совершенную при подъеме тела массой 500 кг на высоту 4 м, если его скорость при этом увеличилась от 0 до 2 м/с.
42. Тело свободно падает с высоты 500 м. На какой высоте от поверхности Земли кинетическая энергия тела будет равна потенциальной?
43. В каком случае электровоз совершит большую работу: при изменении скорости поезда от 0 до 4 м/с или при увеличении скорости поезда от 4 до 8 м/с?
44. Определите полную механическую энергию космического корабля массой 2 т, движущегося на высоте 300 км со скоростью 8 км/с. Принять $g = 10 \text{ м/с}^2$.
45. Тело массой 10 кг брошено вертикально вверх со скоростью 20 м/с. Найдите потенциальную энергию тела в наивысшей точке подъема, если на преодоление сопротивления расходуется 10% всей энергии.